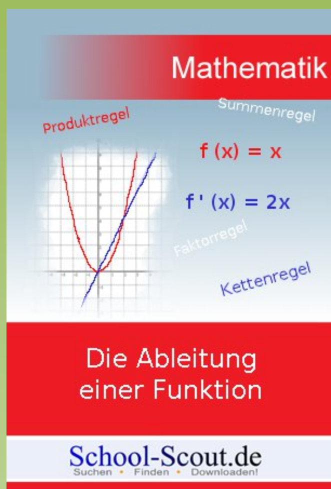
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Die grundlegenden Ableitungsregeln

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Thema:	**Die grundlegenden Ableitungsregeln**
TMD: 2998	
Kurzvorstellung des Materials:	Ableitungen bereiten Schülern häufig Schwierigkeiten, da grundlegende Ableitungsregeln nicht verstanden wurden. In diesem Material werden die grundlegenden Ableitungsregeln und anschaulich dargestellt und bewiesen. Dieses Material eignet sich sowohl als Lehr- als auch als Nachschlagewerk.
Übersicht über die Teile	Ableitungsregeln: • Faktorregel • Summenregel • Produktregel • Quotientenregel • Reziprokenregel
Information zum Dokument	Ca. 6 Seiten, Größe ca. 132 KByte
SCHOOL-SCOUT – schnelle Hilfe per E-Mail	SCHOOL-SCOUT ♦ Der persönliche Schulservice Internet: http://www.School-Scout.de E-Mail: info@School-Scout.de

Nun finden wir den Differenzenquotienten zu f(x) multipliziert mit den Faktor $g(x_0+h)$ und obendrein den Differenzenquotienten zu g(x) multipliziert mit $f(x_0)$. Nun klammern wir die angegebenen Faktoren $g(x_0+h)$ bzw. $f(x_0)$ aus und erhalten folgenden Rechenausdruck:

$$\lim_{h\to 0} \frac{g(x_0+h)[f(x_0+h)-f(x_0)]}{h} + \frac{f(x_0)[g(x_0+h)-g(x_0)]}{h} =$$

Diesen Ausdruck kann man noch eindeutiger schreiben:

$$\lim_{h\to 0} \frac{g(x_0+h)}{h} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{[f(x_0+h)-f(x_0)]}{h} + \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0)}{h} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{[g(x_0+h)-g(x_0)]}{h} =$$

Nach den Grenzwertsätzen für Summen und Produkte ergibt sich folgende Ableitung des Terms:

$$g(x_0)\cdot f'(x_0) + f(x_0)\cdot g'(x_0)$$

Um sich diesen Term einfacher einprägen zu können, empfehle ich folgende Darstellung:

$$\boxed{(f\cdot g)' = f'\cdot g - f\cdot g'}$$

Reziprokenregel:

Eine reziproke Funktion ist eine Funktion, in der die abzuleitenden Variablen (x) ausschließlich im Nenner eines Bruches zu finden sind. Eine solche Funktion $f(x) = \frac{1}{f(x)}$, lässt sich folgendermaßen ableiten:

$$\boxed{\left(\frac{1}{f(x_0)}\right)' = -\frac{f'(x_0)}{f^2(x_0)}}$$

E-Mail: info@School-Scout.de ⬩ Internet: http://www.School-Scout.de ⬩ Fax: 02501/26048
Linckensstr. 187 ⬩ 48165 Münster

Beweis:

$$m(x_0,h) = \left(\frac{1}{f(x_0+h)} - \frac{1}{f(x_0)}\right) \cdot \frac{1}{h}$$

Betrachtet man diese Steigungsform, so erkennt man schnell, dass dies nicht die Form eines normalen Differenzenquotienten hat. Aus diesem Grund kann man sie noch nicht ableiten. Zuerst muss die Formel so umgeformt werden, dass man einen Differenzenquotienten erhält. Dazu benötigen wir zuerst einen Bruch, wir machen beide also gleichnamig:

$$= \frac{f(x_0) - f(x_0+h)}{f(x_0+h) \cdot f(x_0)} \cdot \frac{1}{h}$$

In diesem Term findet man den Differenzenquotienten durch eine kleine Umformung nach dem Assoziativgesetz:

$$= -\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \cdot \frac{1}{f(x_0+h)} \cdot \frac{1}{f(x_0)}$$

Wir vertauschten die Nenner im Produkt und klammerten (-1) aus. Somit können wir die Ableitung bilden:

$$\lim_{h\to 0} -\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{1}{f(x_0+h)} \cdot \lim_{h\to 0} \frac{1}{f(x_0)}$$

Der Grenzwert des ersten Faktors ergibt ($-f'(x_0)$), der Grenzwert des zweiten Faktors ist $f(x_0)$, ebenso der dritte. Die Ableitung des Terms lautet demnach:

$$-f'(x_0) \cdot \frac{1}{f(x_0)} \cdot \frac{1}{f(x_0)} \Rightarrow \qquad \boxed{f'(x_0) = -\frac{f'(x_0)}{f^2(x_0)}}$$

Damit ist die Reziprokenregel bewiesen.

E-Mail: info@School-Scout.de ♦ Internet: http://www.School-Scout.de ♦ Fax: 02501/26048
Linckensstr. 187 ♦ 48165 Münster

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Die grundlegenden Ableitungsregeln

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de