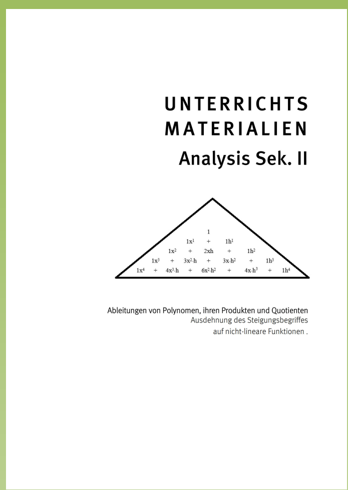
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Ableitungen von Polynomen, ihren Produkten und Quotienten

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de


UNTERRICHTS
MATERIALIEN
Analysis Sek. II

Ableitungen von Polynomen, ihren Produkten und Quotienten
Ausdehnung des Steigungsbegriffes
auf nicht-lineare Funktionen .

Kompetenzprofil

- Niveau: weiterführend
- Fachlicher Bezug: Differenzialrechnung, Ableitungen
- Methode: Einzel- und Partnerarbeit, Gruppenarbeit, Lehrer-Schüler-Gespräch
- Problemlösen: Beweis führen, vernetztes Denken
- Modellierung: Darstellen, Beweisen, Erklären, Muster erkennen
- Medien: –
- Methode: Infinitesimalrechnung, Lösung durch Näherung, Ausdehnung des Steigungsbegriffes auf nicht-lineare Funktionen, Nachweisen gewonnenen Wissens
- Inhalt in Stichworten: Festlegung von Synonymen, Muster der Ableitungen von Potenzfunktionen, Ausdehnung des Ableitens auf Summen und Produkte, Anwendung gewonnener Regeln und Sätze

Autor: Roland Schröder

Lösung

1. $f_2(x) = x^2$

$$DQ = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$= \frac{2xh + h^2}{h} = 2x + h$$

Für h = 0 ist das 2x. Die Ableitung von $f_2(x) = x^2$ ist $f_2'(x) = 2x$.

$f_3(x) = x^3$

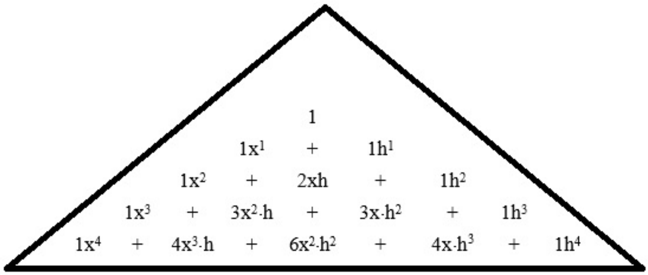
$$DQ = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} = \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h}$$

$$= \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2$$

Für h = 0 ist das $3x^2$. Die Ableitung von $f_3(x) = x^3$ ist $f_3'(x) = 3x^2$.

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Analysis Sek. II



Ableitungen von Polynomen, ihren Produkten und Quotienten

Ausdehnung des Steigungsbegriffes

auf nicht-lineare Funktionen .

2. a) Aus der Mittelstufe ist bekannt:

$f_1(x) = x$ hat an jeder Stelle x die Steigung 1.

Es gilt: $f_1'(x) = 1$

Formal: $f'(x) = \lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{x+h-x}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{h}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{1}{1} = 1$

Aus der Mittelstufe ist bekannt:

$f_0(x) = x^0 = 1$ hat an jeder Stelle x die Steigung 0.

$f_0'(x) = 0$.

Formal: $f'(x) = \lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{(x+h)^0 - x^0}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{1-1}{h} = 0$

b)

f(x)	x^0	x^1	x^2	x^3	x^4
f'(x)	0	1	2x	$3x^2$	$4x^3$

<u>In der Sprache der Mathematik:</u>

$f(x) = x^n$ hat die Ableitung $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

<u>In Worten:</u>

Bei Potenzfunktionen entsteht die Ableitung aus der Funktionsgleichung, indem der Exponent als Faktor nach vorn gezogen wird und der Exponent um 1 verringert wird.

3. Die sechste Zeile im Pascalschen Dreieck lautet

1 5 10 10 5 1

Daher gilt: $(x+h)^5 = x^5 + 5x^4h + 10x^3h^2 + 10x^2h^3 + 5xh^4 + h^5$

$(x+h)^5 - x^5 = 5x^4h + 10x^3h^2 + 10x^2h^3 + 5xh^4 + h^5$

$$\frac{(x+h)^5 - h^5}{h} = 5x^4 + 10x^3h + 10x^2h^2 + 5xh^3 + h^4 .$$

Für h=0 ist der Differenzenquotient DQ = $5x^4$.

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Ableitungen von Polynomen, ihren Produkten und Quotienten

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de]