

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Tüftelaufgaben für Mathe-Asse*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



# Inhaltsverzeichnis

---

Vorwort .....	4	Vorbemerkungen .....	38
Vorbemerkungen .....	5	Didaktisch-methodische Hinweise.....	39
Didaktisch-methodische Hinweise.....	6	Vierstellige Zahlen bilden .....	50
Zahlen von 1 bis 100 addieren.....	16	Summen teilen .....	51
Personen mit Handschlag begrüßen.....	17	Zahlenmauern bilden .....	52
Gruppen einteilen .....	18	Augenzahlen auf Würfeln bestimmen 1.....	53
Netze mit Zahlen bilden.....	19	Augenzahlen auf Würfeln bestimmen 2.....	54
Hausnummern bilden.....	20	Palindrom-Zahlen bilden.....	55
Zahlen im Quadrat .....	21	Zahlen als Summen darstellen.....	56
Gerade oder ungerade? .....	22	Würfel zerlegen.....	57
Karomuster zeichnen und berechnen.....	23	Digitale Ziffern darstellen .....	58
Mit Gewichtsstücken abwägen .....	24	Zahlen auf Linien eintragen .....	59
Äpfel verteilen .....	25	Zahlen sortieren .....	60
Maximum und Minimum bilden .....	26	Zahldarstellung bei den Maya .....	61
Unbekannte Zahlen bestimmen .....	27	Zahlenfolge: größer oder kleiner?.....	62
Hähne, Hennen und Küken kaufen.....	28	Zahlen auf Dreiecksseiten eintragen.....	63
Mauern mit Zahlen bilden.....	29	Einmaleins im Kreis darstellen .....	64
Magische Quadrate ausfüllen.....	30	Kleine magische Quadrate bilden.....	65
Quadrate in Quadraten entdecken.....	31	Vierlinge darstellen .....	66
Wann kriecht die Schnecke aus dem Brunnen? .....	32	Primzahlen teilen .....	67
Glückliche Zahlen bestimmen .....	33	Summe von Streifen bestimmen.....	68
Rechenzüge zusammenstellen .....	34	Bäume pflanzen .....	69
Immer das Ergebnis „6“ bilden .....	35		
OTTO-Zahlen entdecken .....	36		
Buchseiten nummerieren .....	37		

## Konzeption

Dieser Band enthält eine abwechslungsreiche Zusammenstellung von Tüftel- und Sachaufgaben zur individuellen Förderung leistungsstarker und hochbegabter Kinder der Klassen 3 und 4.

Trainiert werden:

- problemlösendes Denken
- arithmetisches und geometrisches Verständnis
- das Erkennen mathematischer Gesetzmäßigkeiten

## Aufbau

Jede Lerneinheit besteht aus einem Arbeitsblatt. Zu jedem dieser Arbeitsblätter gibt es ein dazugehöriges Lösungsblatt, das auch zur Selbstkontrolle eingesetzt werden kann. Das Lösungsblatt findet sich zum Download im digitalen Zusatzmaterial.

In den didaktisch-methodischen Hinweisen sind zu jeder Lerneinheit Anmerkungen zur Zielsetzung, zur Lernvoraussetzung und zum Material aufgeführt. Dazu werden ausführliche Vorschläge zur Erarbeitung, zur Differenzierung und bei Bedarf zusätzliche Lösungsmöglichkeiten gegeben.

Der zweite Teil greift das Prinzip von Teil 1 auf, aber berücksichtigt darüber hinaus die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und alle Anforderungsbereiche der Bildungsstandards. Die didaktisch-methodischen Hinweise enthalten deshalb zusätzlich Anmerkungen zur Leitidee sowie zu den allgemeinen und den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen.

## Einsatz

Die Materialien eignen sich hervorragend zum Einsatz im Forder- und Förderunterricht, in Leistungskursen der Grundschule oder auch im außerschulischen Bereich.

## Zielgruppe

- leistungsstarke Kinder im Grundschulalter (8 bis 10 Jahre)
- Kinder mit einer Hochbegabung

## Didaktische Ziele

- Förderung problemlösenden Denkens
- allgemeine Intelligenzförderung

## Einsatzbereich

- im Förder- und Forderunterricht in der Grundschule (Innere Differenzierung, Wochenplanarbeit, Freiarbeit, ...)
- in Leistungskursen in der Grundschule
- im außerschulischen Bereich für leistungsstarke/hochbegabte Kinder interessierter und engagierter Eltern (z. B. Deutsche Gesellschaft für das hochbegabte Kind, ...)

## Anmerkungen zu den Kopiervorlagen

Die Arbeitsbögen sind in Leistungskursen der 4. Jahrgangsstufe der Grundschule „Im Spiet Norden“ mehrfach erprobt und optimiert worden. Es hat sich im Unterricht herausgestellt, dass die Aufgaben mit den vorstrukturierten Lösungshilfen (Darstellungen, Tabellen, Grafiken, ...) von den Kindern ohne zusätzliche Hilfe gelöst werden können. Zum Erkennen der mathematischen Gesetzmäßigkeiten sind aber Impulse durch die Lehrkraft, manchmal auch vollständige Erklärungen erforderlich. Die Arbeitsbögen sind so aufgebaut, dass die Kinder die Aufgaben ohne zusätzliche Hilfe bearbeiten können. Darstellungen, Tabellen und Grafiken sollen dabei helfen, die Lösungsschritte zu unterstützen. Die einzelnen Aufgaben sind nach der Schwierigkeit gestuft angeordnet. In den didaktisch-methodischen Hinweisen befinden sich zu jeder Aufgabe Anmerkungen zur Zielsetzung und Lernvoraussetzung, zum Material, ausführliche Vorschläge zur Erarbeitung und zur Differenzierung und weitere Lösungen der Aufgabe. Die Lösungsseite sollte als selbstständige Kontrollmöglichkeit eingesetzt werden.

**1** normale Aufgabe

**2** ergänzende Aufgabe



Aufforderung zu einer Begründung

## Zu KV 1 (Zahlen von 1 bis 100 addieren)

### Zielsetzung

- Zahlen vorteilhaft addieren
- Strategien erkennen und anwenden

### Lernvoraussetzung

- Zahlen bis 10 000
- Addition dreistelliger Zahlen

### Material

- Hundertertafel
- Zahlenkarten 1 bis 100

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst vorteilhafte Strategien entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle und bei den Summenbildungen zu entdecken.
- (3) Kinder entdecken die Strategie bei der Summenbildung: Summe der unteren Zeile (Zahlen 1 bis 10) beträgt 55, jede Zeile darüber immer + 100, da jede der zehn Zahlen immer um 10 größer ist.

### Differenzierung

Weitere Aufgaben mit größeren Zahlbereichen stellen.

## Zu KV 2 (Personen mit Handschlag begrüßen)

### Zielsetzung

- Lösung in einem Diagramm darstellen
- Gesetzmäßigkeit in einer Tabelle erkennen, anwenden und übertragen

### Lernvoraussetzung

- Zahlen bis 100

### Material

- Kinder als Spielfiguren

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit erkennen und auf die weitere Anzahl von Kindern übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Ein Kind kommt in die Mitte. Ein zweites Kind kommt dazu und gibt zur Begrüßung die Hand. Ein drittes Kind kommt dazu, gibt den beiden Kindern die Hand. Ein viertes Kind kommt dazu, usw.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung in einem Diagramm und zur Lösung in einer Tabelle und um die Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle zu entdecken.

### Lösungen

Ein anderer Lösungsansatz ist über die Kombinatorik möglich.

Jedes der Kinder ( $n$ ) gibt  $(n - 1)$  Kindern die Hand. Bei vier Kindern gibt jedes der 4 Kinder 3 Kindern die Hand, es sind somit  $4 \cdot 3 = 12$  Handschläge, allgemein somit  $n \cdot (n - 1)$  Handschläge. Dabei wird jeder Handschlag doppelt gezählt, somit muss noch durch 2 dividiert werden ( $12 : 2 = 6$ ). Diese Gesetzmäßigkeit kann durch die Pfeildarstellung im Diagramm begründet werden.

Es gilt somit die allgemeine Lösungsformel:

$$\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$$

### Differenzierung

Anzahl der Handschläge für eine größere Personenanzahl (z. B. 50, 100, 1 000) bestimmen.

## Zu KV 3 (Gruppen einteilen)

### Zielsetzung

- Lösungen in einem Diagramm darstellen
- Grunderfahrungen zu einer Restbildung sammeln
- Gesetzmäßigkeiten bei einer Restbildung erkennen und anwenden

### Lernvoraussetzung

- Dividieren im Zahlenbereich bis 100

### Material

- Spielfiguren

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst eine Gesetzmäßigkeit bei der Restbildung erkennen und übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Kinder stellen sich auf und zählen wie in den Anweisungen (a), (b) und (c) ab. Kinder sollen dabei die Gesetzmäßigkeit erkennen und zur Lösungsfindung verwenden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei sollten die Zahlenmengen notiert werden, die bei der Division durch 2 den Rest 1 haben, usw.

### Lösungen

Lösungsmengen zu den einzelnen Gruppenbildungen mit Rest werden notiert. Dann werden die gemeinsamen Zahlen dieser drei Lösungsmengen gesucht. Es gibt nur eine gemeinsame Zahl, die Zahl 29.

Ein weiterer Lösungsansatz:

Man überprüft nacheinander die Zahlen kleiner als 33 auf die Gültigkeit der drei Bedingungen. Wenn alle drei Bedingungen erfüllt werden, ist es die Lösung der Aufgabe.

Diese Tabelle kann dazu mit den Kindern erarbeitet werden:

	„1“ bei der 2er-Gruppe	„2“ bei der 3er-Gruppe	„4“ bei der 5er-Gruppe	sind alle Bedingungen erfüllt?
32	nein	ja	nein	nein
31	ja	nein	nein	nein
30	nein	nein	nein	nein
29	ja	ja	ja	ja
28	nein	...	...	...

## Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 2 stellen.

### Zu KV 4 (Netze mit Zahlen bilden)

#### Zielsetzung

- Lösung in einem Diagramm darstellen
- Gesetzmäßigkeiten im Diagramm erkennen und anwenden

#### Lernvoraussetzung

- Vorgänger und Nachfolger

#### Material

- Chips mit den Zahlen 1 bis 7

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst die Gesetzmäßigkeit im Diagramm erkennen und übertragen.
- (2) Die Zahlen werden als Zahlenfolge mit Chips dargestellt oder notiert. Dann werden Überlegungen angestellt, wie viele Verbindungslinien von den einzelnen Zahlen ausgehen können. Diese werden in ein Diagramm eingetragen und danach in eine übersichtliche Darstellung gebracht.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei werden Chips mit den Zahlen verwendet, um über Ausprobieren die Lösung zu finden.

#### Lösungen

Zur Lösung der Aufgabe sollten Grundkenntnisse aus der Topologie herangezogen werden. Es geht dabei um Netze mit Knoten und Ecken. Jede Zahl stellt einen Knoten dar, die Verbindungslinien entsprechen den Ecken eines Knotens.

Die Zahlen „1“ und „5“ sind Knoten mit je drei Verbindungen, somit gehen auch drei Linien von diesen Feldern aus. Die Zahl „3“ darf nicht mit „2“ und „4“ verbunden sein, sie muss somit in der Grafik oben platziert werden. Für die „2“ und „4“ bleiben somit die beiden unteren Felder übrig. Mit der gleichen Überlegung ist die Aufgabe 2 zu lösen.

## Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 3 stellen.

### Zu KV 5 (Hausnummern bilden)

#### Zielsetzung

- Lösungen übersichtlich darstellen
- Grunderfahrungen zur Kombinatorik sammeln
- Gesetzmäßigkeiten in einer Tabelle erkennen und anwenden

#### Lernvoraussetzung

- Multiplizieren im Zahlenbereich bis 100 000

#### Material

- Zahlenkarten

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst die Gesetzmäßigkeit erkennen und übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Drei Karten mit den Zahlen 1, 3 und 7 werden in verschiedenen Kombinationen angeordnet. Es sollen dabei Gesetzmäßigkeiten erkannt und die Möglichkeiten übersichtlich dargestellt werden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Darstellung der Lösung. Dabei sollten die Kombinationen notiert werden.

#### Lösungen

Die Lösungen sollten schrittweise entwickelt werden. Ein Notieren der Lösungen und ein Eintragen der Kombinationsmöglichkeiten in eine Tabelle hilft dabei, die Gesetzmäßigkeiten schneller zu erkennen und anzuwenden.

Bei 3 Ziffern gibt es  $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$  Möglichkeiten, bei einer vierten Ziffer wird die bestehende Anzahl mit 4 multipliziert, somit gibt es dann  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$  Möglichkeiten (siehe unten stehende Lösungsmöglichkeiten zu Aufgabe 2).

In der Mathematik spricht man dann von „Fakultät“.

$4!$  (sprich: 4 Fakultät) bedeutet

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\text{allgemein: } n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Lösung der Aufgabe 2:

Es gibt 24 Kombinationsmöglichkeiten, und zwar

1378	1387	1837	8137
1738	1783	1873	8173
3178	3187	3817	8317
3718	3781	3871	8371
7138	7183	7813	8713
7318	7381	7831	8731

## Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 3 stellen.

### Zu KV 6 (Zahlen im Quadrat)

#### Zielsetzung

- Gesetzmäßigkeiten bei der Anordnung von Zahlen in einem Quadrat erkennen
- Erkennen, dass die Summenbildung immer gleich sein muss

#### Lernvoraussetzung

- Addieren von Zahlen

#### Material

- Chips zum Kennzeichnen der Felder

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst die Gesetzmäßigkeit bei der Summenbildung erkennen und übertragen.
- (2) Situation wird in einer Spielhandlung dargestellt. Es werden nach der Bedingung fünf Chips auf fünf Felder des  $5 \times 5$ -Quadrates gelegt. Die Summe der belegten Felder wird berechnet. Wenn alle Chips in die obere Zeile gelegt würden, wäre die Summe 15. Um die Bedingung zu erfüllen, müssen jetzt die Chips jeweils in eine noch nicht belegte Zeile verschoben werden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Berechnung der Lösung.

#### Lösungen

Für die allgemeine Lösung dieser Aufgabe sind die Kinder in der Grundschule noch nicht vorbereitet. Es können aber grundsätzliche Erkenntnisse gesammelt werden.

Um die Bedingung 1 (aus jeder Spalte wird ein Feld belegt) zu erfüllen, werden fünf Chips auf die Felder der oberen Zeile gelegt. Bei einem  $5 \times 5$ -Quadrat beträgt die Summe dann 15. Damit die zweite Bedingung (es wird ein Feld jeder Zeile belegt) erfüllt wird, verschiebt man vier Chips um eine, zwei, drei und vier Zeilen. Es kommen somit  $+5$ ,  $+10$ ,  $+15$  und  $+20$  dazu. Die Gesamtsumme beträgt somit 65.

1 × 1-Quadrat	1
2 × 2-Quadrat	5
3 × 3-Quadrat	15
4 × 4-Quadrat	32
5 × 5-Quadrat	65
6 × 6-Quadrat	111
7 × 7-Quadrat	175
8 × 8-Quadrat	260
9 × 9-Quadrat	369
10 × 10-Quadrat	505

Es gilt die allgemeine Formel:

$$\Sigma = \frac{n^3 + n}{2}$$

Es muss deutlich gemacht werden, dass das Verschieben der Chips vollkommen beliebig ist, die Gesamtsumme aber nicht verändert wird.

## Differenzierung

Weitere Aufgaben wie in Aufgabe 2 stellen.

### Zu KV 7 (Gerade oder ungerade?)

#### Zielsetzung

- Gesetzmäßigkeiten beim Addieren gerader und ungerader Zahlen erkennen und anwenden

#### Lernvoraussetzung

- Gerade und ungerade Zahl

#### Material

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollen aber möglichst die Gesetzmäßigkeit bei der Addition gerader und ungerader Zahlen erkennen und übertragen.
- (2) Die Aufgabe wird mit vier Kindern gleichzeitig an der Tafel durchgeführt. Kinder tragen dabei die ersten zehn natürlichen Zahlen in ein Feld ein und bilden dann die Summe dieser Zahlen nach der Vorschrift 1b). Dabei wird festgestellt, dass die Ergebnisse alle gleich sind. Jetzt muss eine Begründung dafür gefunden werden.
- (3) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen zur Berechnung der Lösung. Besonders bei der allgemeinen Addition in Aufgabe 2 sind Impulse erforderlich.

#### Lösungen

Für die Lösung der Aufgabe ist es wichtig zu wissen, dass es nicht auf die Reihenfolge der Summenbildung ankommt. Das Ergebnis ist die Summe aller Zahlen.

Interessanter ist das Herausfinden der Regel für die Addition gerader und ungerader Zahlen. Eine gute Veranschaulichung bietet dazu folgende Darstellung von geraden und ungeraden Zahlen.

Beim Zusammenschieben zweier Zahlen erkennt man, ob die Darstellung „gerade“ oder „schiefe“ wird.

1 Zahl:  $u = u$

2 Zahlen:  $u + g = u$

3 Zahlen:  $u + g + u = g$

4 Zahlen:  $u + g + u + g = g$

5 Zahlen:  $u + g + u + g + u = u$

6 Zahlen:  $u + g + u + g + u + g = u$

7 Zahlen:  $u + g + u + g + u + g + u = g$

Die Summe ist gerade bei 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, ... Zahlen.

## Zu KV 8 (Karomuster zeichnen und berechnen)

### Zielsetzung

- Geometrische Muster zeichnen
- Gesetzmäßigkeiten im Muster erkennen

### Lernvoraussetzung

- Zeichnen im Karoraster

### Material

- Buntstifte mit 8 Farben
- Karopapier

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst beim Zeichnen eine Strategie zur Bestimmung der Anzahl der Karos entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle zu entdecken.
- (3) Kinder entdecken beim Ausfüllen der Tabelle die Strategie. Die Gesetzmäßigkeit sollte dann gemeinsam erarbeitet werden.

### Lösungen

Beim Einzeichnen der Karos sollte die Gesetzmäßigkeit erkannt werden, dass immer vier Karos mehr dazu kommen als bei der Stufe davor. Die allgemeine Formel sollte aber den Kindern noch nicht vermittelt werden. Die Zahlenfolge ist aber durchaus von den Kindern in einer Tabelle einzutragen.

Die allgemeine Formel:

$$\Sigma = 1 + 4 \cdot \frac{n \cdot (n - 1)}{2}$$

### Differenzierung

Die Anzahl der Karos bis zur 12. Stufe zeichnerisch und rechnerisch bestimmen.

## Zu KV 9 (Mit Gewichtsstücken abwiegen)

### Zielsetzung

- Abwiegen mit Gewichtsstücken auf einer Tafelwaage
- Gewichte auf den Waagschalen kombinieren

### Lernvoraussetzung

- Gewichtseinheiten kennen
- Gewichte addieren und subtrahieren

### Material

- Tafelwaage
- Gewichtsstücke

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst beim Kombinieren mit den

Gewichtsstücken Gesetzmäßigkeiten entdecken und anwenden.

- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten in der Tabelle zu entdecken.
- (3) Kinder entdecken beim Ausfüllen der Tabelle eine Strategie. Die Gesetzmäßigkeit sollte dann gemeinsam erarbeitet werden.

### Lösungen

Beim Lösen der Aufgabe wird festgestellt, dass alle Gewichte bis 40 g mit diesen vier Gewichtsstücken abzuwiegen sind.

Bis 1 g kommt man mit dem Gewichtsstück 1 g aus, bis 4 g mit den Gewichtsstücken 3 g und 1 g, bis 13 g mit den Gewichtsstücken 9 g, 3 g und 1 g und bis 40 g mit allen vier Gewichtsstücken. Die Kombinationen sind nach einer Strategie aufgebaut, die einzelnen Gewichtsstücke wechseln nach ihrer Größe von der rechten zur linken Seite, ein größeres kommt dann hinzu.

### Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 1 mit anderen Gewichtsstücken stellen, z. B.: Welche der Gewichtsstücke (1 g, 5 g, 10 g und 25 g) müssen in welcher Anzahl vorhanden sein, damit man alle Gewichte bis 40 g damit abwiegen kann?

Lösung: Mit den vier Gewichtsstücken (1 g, 5 g, 10 g und 25 g) können nur folgende Gewichte abgewogen werden: 1 g, 4 g, 5 g, 6 g, 9 g, 10 g, 11 g, 14 g, 15 g, 16 g, 19 g, 20 g, 21 g, 24 g, 25 g, 26 g, 29 g, 30 g, 31 g, 34 g, 35 g, 36 g, 39 g, 40 g, 41 g.

## Zu KV 10 (Äpfel verteilen)

### Zielsetzung

- Divisionsaufgaben darstellen
- Lösungswege begründen

### Lernvoraussetzung

- Dividieren mit Rest

### Material

- Chips (zur Darstellung der Verteilung der Äpfel)

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst bei der Darstellung der Divisionsaufgabe Gesetzmäßigkeiten entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten bei der Aufteilung zu erkennen und auf die anderen Fragestellungen zu übertragen.
- (3) Kinder entdecken beim Ausfüllen der Tabelle eine Gesetzmäßigkeit. Diese Gesetzmäßigkeit sollte dann gemeinsam begründet werden.

### Lösungen

Die Lösung der Aufgabe kann am einfachsten über die handelnde Verteilung dargestellt werden. Man erstellt eine Tabelle, gibt dann dem jüngsten Kind 1 Apfel, dem

zweitjüngsten 2 Äpfel, ..., dem ältesten (siebten) Kind 7 Äpfel. Insgesamt ist somit die kleinste mögliche Anzahl die Summe dieser Zahlen, somit 28 Äpfel. Eine weitere Lösung erreicht man, wenn man 7, 14, 21, ... mehr verteilen würde. Als Lösung kommen somit 28, 35, 42, 49, ... infrage. Wenn die erste Zahl durch 7 teilbar ist, sind auch die weiteren Zahlen durch 7 teilbar, da immer Vielfache von 7 addiert werden.

Eine gerechte Verteilung ist somit nur bei der Kinderanzahl 5, 7, 9, 11, ... möglich, da die erste Summe jeweils durch diese Zahl teilbar ist.

## Differenzierung

Die Aufgabe so verändern, dass das jeweils ältere Kind zwei Äpfel mehr erhält als das jeweils jüngere Kind.

### Zu KV 11 (Maximum und Minimum bilden)

#### Zielsetzung

- Zahlensummen maximieren
- Zahlensummen minimieren
- Zahlen kombinieren

#### Lernvoraussetzung

- Schriftlich addieren

#### Material

- Zahlenkarten zum Anordnen der Zahlen
- Karoraster zum schriftlichen Addieren

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst bei der Darstellung der Additionsaufgaben Gesetzmäßigkeiten entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten bei der Kombination der Zahlensummen zu erkennen und auf die anderen Kombinationen zu übertragen.
- (3) Kinder entdecken beim Berechnen von möglichen Additionsaufgaben eine Gesetzmäßigkeit. Diese Gesetzmäßigkeit sollte dann auf mögliche weitere Additionsaufgaben übertragen werden.

#### Lösungen

Zur Lösung dieser Aufgabe sind logische Begründungen von den Kindern zu fordern. Die Summe zweier Zahlen ist dann maximal, wenn die beiden höchsten Stellenwerte (Hunderter) von den beiden größten Ziffern belegt werden, der nächste Stellenwert (Zehner) von den beiden nächstgrößeren Ziffern usw. Für die minimale Summenbildung muss die genau entgegengesetzte Schlussfolgerung bei der Bildung der Zahlen zugrunde gelegt werden. Es gibt wieder acht verschiedene Kombinationen.

#### Differenzierung

Weitere Aufgaben wie Aufgabe 1 und 2 stellen:

- a) Bilde aus acht verschiedenen Ziffern je zwei vierstellige Zahlen so, dass ihre Summe möglichst groß ist.

Wie viele Möglichkeiten gibt es? (Lösung: Es gibt 16 Kombinationen.)

- b) Bilde aus allen zehn Ziffern je zwei fünfstelligen Zahlen so, dass ihre Summe möglichst groß (klein) ist. Wie viele Möglichkeiten gibt es? (Lösung: Es gibt 32 Kombinationen.)

### Zu KV 12 (Unbekannte Zahlen bestimmen)

#### Zielsetzung

- Umgang mit Variablen
- Gesetzmäßigkeiten bei der Verwendung der Variablen erkennen und anwenden

#### Lernvoraussetzung

- Schriftlich addieren

#### Material

- Karoraster zum schriftlichen Addieren

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst bei der Durchführung der Additionsaufgabe Gesetzmäßigkeiten entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten bei der Aufgabe zu erkennen und bei der Auswahl der Ziffern für die Variablen anzuwenden.
- (3) Kinder entdecken beim Einsetzen von Ziffern für die Variablen eine Gesetzmäßigkeit, welche Ziffern für die Variable A eingesetzt werden können. Diese Gesetzmäßigkeit sollte verwendet werden, um alle möglichen Lösungen dieser Aufgabe zu finden.

#### Lösungen

Zur Lösung dieser beiden Aufgaben sind logische Begründungen von den Kindern zu fordern.

Die erste Frage könnte dabei sein: Welche Ziffern können für die Variable A eingesetzt werden? Die Summe von vier gleichen Ziffern kann zwischen 4 und 36 liegen, somit kommt für den Übertrag A nur 1, 2 oder 3 als Lösung infrage.

Welche Ziffer für die Variable B erfüllt die Bedingung

$$4B + A = 10A + B$$

$$3B = 9A$$

$$B = 3A$$

Wenn für  $A = 1$  eingesetzt wird, erhält man  $B = 3$ , bei  $A = 2$  wird  $B = 6$  und bei  $A = 3$  muss  $B = 9$  werden. Dies sind die drei einzigen möglichen Lösungen dieser Aufgabe.

Die Lösungen der Aufgabe 2 sind nach der gleichen Gesetzmäßigkeit zu bestimmen.

Auch hier gilt:  $B = 3A$

Es gelten somit die gleichen Lösungskombinationen.

## Differenzierung

Zu A nur drei (zwei) Summanden der Form BBB bzw. BBBB addieren. Gibt es dann eine Lösung?

(Lösung: Bei drei Summanden gibt es keine Lösung, bei zwei Summanden eine Lösung mit  $A = 1$  und  $B = 9$ .)

## Zu KV 13 (Hähne, Hennen und Küken kaufen)

### Zielsetzung

- Gesetzmäßigkeiten beim Eintragen von Zahlen in eine Tabelle erkennen und anwenden
- Lösungen durch Kombinieren schrittweise finden

### Lernvoraussetzung

- Addieren und multiplizieren
- Umgang mit Tabellen

### Material

- Tabellenprogramm (z. B. Excel)

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst bei der Durchführung die Vernetzung der Bedingungen entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Vernetzungen bei den Kaufbedingungen zu erkennen und bei der Auswahl der Anzahl anzuwenden.
- (3) Kinder entdecken beim Einsetzen der unterschiedlichen Anzahl von Tieren eine Vernetzung der Bedingungen, z. B. je mehr Hähne desto weniger Hennen. Diese Gesetzmäßigkeit sollte verwendet werden, um alle möglichen Lösungen dieser Aufgabe durch Ausprobieren zu finden.

### Lösungen

Die Lösung dieser Aufgabe kann nur durch Ausprobieren gefunden werden. Es sollen aber Bedingungen bei der Kombination der Anzahl gefunden werden.

- Die Anzahl der Küken muss durch 3 teilbar sein.
- Je mehr Hähne, desto weniger Hennen können gekauft werden.

Es gibt nur vier ganzzahlige Lösungen.

### Differenzierung

Es kann zu dieser Aufgabe eine Tabelle in einem Tabellenprogramm (z. B. Excel) geschrieben werden.

Man sollte dabei die Anzahl für die Hähne und für die Hennen als freie Eingabefelder, die anderen Felder mit Formeln definieren:

	A	B	C
1	Anzahl		Geldstücke
2		Hähne	$((A2 \cdot 5))$
3		Hennen	$((A3 \cdot 3))$
4	$((100 - A2 - A3))$	Küken	$((A4 : 3))$
5	$((A2 + A3 + A4))$		$((C2 + C3 + C4))$

## Zu KV 14 (Mauern mit Zahlen bilden)

### Zielsetzung

- Gesetzmäßigkeiten beim Eintragen der Summen in die Ergebnisfelder der Zahlenmauer erkennen und anwenden
- Oberen Ergebnisstein durch Anwendung der Lösungsformel bestimmen

### Lernvoraussetzung

- Addieren im Zahlenbereich bis 10 000

### Material

- Tabellenprogramm (z. B. Excel)

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst bei der Summenbildung Gesetzmäßigkeiten beim Aufbau der Zahlenmauern entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten beim Aufbau der Zahlenmauern zu erkennen und anzuwenden.
- (3) Kinder entdecken beim Berechnen der Summen Gesetzmäßigkeiten des oberen Ergebnisfeldes. Dies soll durch die Aufgabe 2 besonders herausgearbeitet werden. Der Transfer soll dazu führen, dass die oberen Ergebnisfelder nach der Formel  $A + 3B + 3C + D$  bestimmt werden können.

### Lösungen

Die Lösung der Aufgaben sollte zuerst über das Berechnen der einzelnen Ergebnisfelder bestimmt werden. Dabei sollte auffallen, dass das Ergebnis des oberen Feldes nach der Formel  $A + 3B + 3C + D$  zu berechnen ist. Das kann sowohl zur schnellen Berechnung als auch zur Ergebniskontrolle genutzt werden.

Grundlage für die Formel ist das Pascalsche Dreieck.

Der obere Lösungsstein wird nach folgender Formel bestimmt:

$$2 \text{ Grundsteine: } 1A + 1B$$

$$3 \text{ Grundsteine: } 1A + 2B + 1C$$

$$4 \text{ Grundsteine: } 1A + 3B + 3C + 1D$$

$$5 \text{ Grundsteine: } 1A + 4B + 6C + 4D + 1E$$

$$6 \text{ Grundsteine: } 1A + 5B + 10C + 10D + 5E + 1F$$

### Differenzierung

Auch für diese Aufgabe kann eine Tabelle in einem Tabellenprogramm (z. B. Excel) geschrieben werden.

Man sollte dabei die Grundsteine als freie Eingabefelder vorgeben, die anderen Felder mit Formeln (wie in Aufgabe 2) definieren.

## Zu KV 15 (Magische Quadrate ausfüllen)

### Zielsetzung

- Zahlen so kombinieren, dass die Summe dreier Zahlen konstant ist
- Gesetzmäßigkeiten bei der Struktur magischer Quadrate erkennen und anwenden

### Lernvoraussetzung

- Addieren von Zahlen
- Quadrate

### Material

- Karten mit den Zahlen 1 bis 9

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst bei der Summenbildung Gesetzmäßigkeiten im magischen Quadrat entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Gesetzmäßigkeiten bei der Anordnung der Zahlen im magischen Quadrat zu erkennen und anzuwenden.
- (3) Kinder sollten neun Zahlenkarten mit den Ziffern 1 bis 9 so im  $3 \times 3$ -Quadrat um- und anordnen, dass die Summe konstant ist. Dabei kann erkannt werden, dass die mittlere Zahl die 5 sein muss. Auch die anderen Gesetzmäßigkeiten bei der Anordnung der Zahlen sollte erarbeitet und begründet werden.

### Lösungen

Die Lösung der Aufgabe kann handelnd mit neun Zahlenkarten durchgeführt werden. Dabei können Strukturen der Anordnung erkannt werden. Die Summe aller Zahlen ist 45, somit muss die Summe in einer Spalte, Zeile und Diagonale 15 betragen. Die mittlere Zahl muss 5 werden, für die gegenüberliegenden Zahlen muss jeweils die Summe 10 betragen, z. B. somit die Kombination 3 und 7, 2 und 8, 9 und 1, 4 und 6.

Es gibt vier Lösungen, die aber drehsymmetrisch angeordnet sind, mit einer Drehung um  $90^\circ$  um das mittlere Feld.

### Differenzierung

Weitere magische  $4 \times 4$ -Quadrate aus dem magischen Quadrat (Aufgabe 2) herstellen. Das ist leicht durch Drehung und auch durch Spiegelung zu erreichen.

## Zu KV 16 (Quadrate in Quadraten entdecken)

### Zielsetzung

- Verschieden große Quadrate im Quadratgitter erkennen
- Gesetzmäßigkeit bei der Bestimmung der Anzahl erkennen

### Lernvoraussetzung

- Quadrate

### Material

- Quadrate in den einzelnen Größen aus farbigem Papier

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sollten aber möglichst eine Strategie zur Bestimmung der Anzahl der Quadrate entdecken und anwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, Gesetzmäßigkeiten zu entdecken. Quadrate der unterschiedlichen Größe können mit Papierquadraten ausgelegt werden.
- (3) Kinder entdecken beim Ausfüllen der Tabelle die Strategie. Die Gesetzmäßigkeit sollte dann gemeinsam erarbeitet und begründet werden.

### Lösungen

Beim Bestimmen der Quadrate in Aufgabe 2 sollte die Gesetzmäßigkeit erkannt werden, dass immer die Anzahl der Quadratzahl des neuen Quadrates dazukommt. Die Zahlenfolge ist von den Kindern in einer Tabelle einzutragen.

### Differenzierung

Die Anzahl der Rechtecke (nicht nur der Quadrate) bestimmen.

## Zu KV 17 (Wann kriecht die Schnecke aus dem Brunnen?)

### Zielsetzung

- Lösung zeichnerisch in einem Karoraster darstellen
- Lösungsweg begründen

### Lernvoraussetzung

- Zeichnen von Strecken
- Längen darstellen

### Material

- Karoraster
- Farbige Stäbe, Steckwürfel

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sie könnten dabei aber auf die Lösungshilfe der Zeichnung zurückgreifen.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch das schrittweise Vorgehen in der Zeichnung zu verinnerlichen und anzuwenden.

### Lösungen

Kinder stellen mit „Farbigen Stäben“ oder Steckwürfeln die Lösung dar. Zuerst wird der „Achter“ gelegt, dann der „Vierer“ abgetragen, dann kommt wieder der „Achter“ nach oben, der „Vierer“ nach unten. Die Anzahl der Schritte mit dem „Achter“ bestimmt die Anzahl der benötigten Tage. Wichtig ist, dass die Kinder das Schrittweise-Lösen der Aufgabe erkennen und in eine Zeichnung übertragen

können. Es sind auch andere und individuelle Notationsformen denkbar. Es können auch Gleichungen notiert werden:

$$+ 8 - 4 = 4$$

$$4 + 8 - 4 = 8$$

$$8 + 8 - 4 = 12 \text{ usw.}$$

## Differenzierung

Es können ähnliche Aufgaben gestellt werden, wobei die Höhe des Brunnens und die Kriechwege verändert werden sollten.

### Zu KV 18 (Glückliche Zahlen bestimmen)

#### Zielsetzung

- Lösungswege übersichtlich darstellen
- Gesetzmäßigkeiten beim Rechenablauf erkennen und anwenden

#### Lernvoraussetzung

- Addieren von Zahlen
- Quadrieren von Zahlen

#### Material

- Zahlenkarten 1 bis 100
- Symbole für „glücklich“ ☺ und „unglücklich“ ☹

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, sie sollten dabei erkennen, dass man bei dem Lösungsverfahren auf einen „Ring“ von unglücklichen Zahlen kommt.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, beim Lösungsverfahren Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, um den Rechenablauf abbrechen zu können.
- (3) Kinder überprüfen nach dem vorgegebenen Rechenablauf, ob eine Zahl glücklich oder unglücklich ist. Die überprüften Zahlen werden in einer Übersicht angeordnet. Dabei kann erkannt werden, dass es Folgen von Zahlen gibt, sowohl bei den glücklichen als auch bei den unglücklichen Zahlen.

#### Lösungen

Die Bearbeitung dieser Aufgabe nimmt mehr als eine Stunde in Anspruch!

Die durch Bilden der Quadratsumme entstehende Zahlenfolge mündet entweder in die Periode

- 1 – 1 – 1 ... oder
- 4 – 16 – 37 – 58 – 89 – 145 – 42 – 20 – 4 ...

Eine Strategie zur Konstruktion von glücklichen bzw. unglücklichen Zahlen ist das Rückwärtsraten, wobei die Zahlen in Summen von Quadratzahlen zerlegt werden müssen. Bei systematischem Probieren hilft eine Additionstabelle mit Quadratzahlen. Damit kann man überprüfen, ob sich eine Zahl als Summe von Quadratzahlen darstellen lässt.

Summe von Quadratzahlen	0	1	2	3	4
0 → 0	0	1	4	9	16
1 → 1	1	2	5	10	17
2 → 4	4	5	8	13	20
3 → 9	9	10	13	18	25
4 → 16	16	17	20	25	32

### Zu KV 19 (Rechenzüge zusammenstellen)

#### Zielsetzung

- Gesetzmäßigkeiten bei der Zusammenstellung der Rechenzüge erkennen und anwenden
- Einmaleinsaufgaben sicher lösen

#### Lernvoraussetzung

- Kleines Einmaleins

#### Material

- Zahlenkarten 1 bis 100
- Holzzug mit Lokomotive und Wagen

#### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, vielleicht sind zusätzliche Züge erforderlich, um die Gesetzmäßigkeit zu erkennen und anzuwenden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch schrittweises Anhängen von Wagen zu bestimmen, dabei die Gesetzmäßigkeit zu erkennen und bei eigenen Zusammenstellungen anzuwenden.
- (3) Kinder stellen Züge mit Wagen nach der von der Lehrkraft vorgegebenen Regel zusammen. Das Zusammenstellen soll auch „rückwärts“ durchgeführt werden, wobei das Produkt zu einem Ergebnis gefunden werden muss.

#### Lösungen

Das „Querprodukt“ bestimmt die Zahl des nachfolgenden Wagens. Die Zahl AB wird in das Produkt  $A \cdot B$  zerlegt, das Ergebnis bestimmt die Zahl des nächsten Wagens usw.

Beispiel: 47 ergibt  $4 \cdot 7 = 28$

Bei dieser Vorschrift kommt man zu einstelligen Zahlen als Ergebnis, die in Form 00, 01, 02, ... geschrieben werden. Der letzte Wagen ist somit immer der Wagen mit der Ziffernkombination 00.

Als Lokomotiven können alle Zahlen eingesetzt werden, Wagen können nur Ergebnisse von Einmaleinsaufgaben sein. Der Wagen 23 ist somit nicht möglich, es gibt dazu keine Lokomotive oder einen Vorgängerwagen.

#### Differenzierung

- Welche Wagennummern können nicht vorkommen?
- Welche Wagennummern kommen häufiger vor?
- Wie viele Wagen können die Züge haben?

Lösung: Einige Wagennummern können häufiger vorkommen, da sie Ergebnisse unterschiedlicher Produkte sind (z. B. 24, davor sind 38, 83, 46 und 64 möglich). Die Züge können maximal eine Lok und 6 Wagen haben, die kürzesten Züge haben eine Lok und einen Wagen, z. B. 30 – 00; 08 – 00.

Es können außerdem weitere Aufgaben wie Aufgabe 2 und 3 gestellt werden.

## Zu KV 20 (Immer das Ergebnis „6“ bilden)

### Zielsetzung

- Rechenoperationen sicher anwenden
- Grundvorstellung des Wurzelziehens vermitteln und einfache Wurzelterme berechnen

### Lernvoraussetzung

- Rechenoperationen +, –, ·, :
- Quadrieren von Zahlen

### Material

- Ziffernkarten
- Karten mit Operationszeichen

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, vielleicht sind zusätzliche Hinweise erforderlich, um den Vorrang für bestimmte Rechenoperationen zu erfassen.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch Ausprobieren mit verschiedenen Rechenoperationen zu finden. Die neuen Rechenoperationen „Quadrieren“ und „Wurzelziehen“ sollten in Beispielen erläutert werden.
- (3) Kinder berechnen zu vollständig vorgegebenen Rechentermen die Lösung. Dabei soll erkannt werden, welche Bedeutung die Operationszeichen dabei haben. Der Vorrang der „Punktrechnung“ vor der „Strichrechnung“ und die Verwendung von Klammern sollte mit einbezogen werden.

### Lösungen

Um die Lösungswege zu verstehen, ist es erforderlich, dass die Reihenfolge der Berechnung von Termen erklärt wird. Dazu sollten einfache Aufgaben gestellt werden, um die „Vorfahrtsregeln“ (Punktrechnung [· und :] geht vor Strichrechnung [+ und –] in der Mathematik richtig anzuwenden. Gesetzte Klammern bestimmen, dass dieser Term zuerst gerechnet werden muss.

$$10 + 8 : 2 = 14$$

$$10 + (8 : 2) = 9$$

$$6 + 5 \cdot 8 - 3 = 43$$

$$(6 + 5) \cdot 8 - 3 = 85$$

$$6 + 5 \cdot (8 - 3) = 31$$

$$(6 + 5) \cdot (8 - 3) = 55$$

Die Aufgaben mit den Zahlen 2, 3, 5, 6 und 7 sind einfacher zu lösen, für eine Lösung bei den Zahlen 4, 8 und 9 muss man auf das Wurzelziehen zurückgreifen.

Das doppelte Wurzelziehen aus der Summe 8 + 8 ist dabei sicher am schwierigsten zu erkennen.

### Differenzierung

Es können weitere Aufgaben zum Wurzelziehen wie in Aufgabe 2 gestellt werden.

## Zu KV 21 (OTTO-Zahlen entdecken)

### Zielsetzung

- „OTTO-Zahlen“ bilden
- Vorgänger und Nachfolger von Zahlen bestimmen

### Lernvoraussetzung

- Zahlenbereich bis 1 000 000
- Vorgänger und Nachfolger

### Material

- Ziffernkarten
- Stellenwerttabelle

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, dabei sollten die Gesetzmäßigkeiten beim Bilden der benachbarten „OTTO-Zahlen“ erkannt werden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch Ausprobieren mit Ziffernkarten in einer Stellenwerttabelle zu finden.
- (3) „OTTO-Zahlen“ werden mit Ziffernkarten in einer Stellenwerttabelle gelegt. Durch Verändern von Ziffern sollen neue „OTTO-Zahlen“ gebildet werden. Dabei kann erarbeitet werden, wann die nächstkleinere bzw. nächstgrößere „OTTO-Zahl“ dabei entsteht.

### Lösungen

Fünfstellige „OTTO-Zahlen“ entstehen, wenn die ZT- und E-Ziffer, die T- und Z-Ziffer gleich sind. Die mittlere H-Ziffer kann beliebig gewählt werden. Wenn daraus wieder eine „OTTO-Zahl“ entstehen soll, müssen die äußeren Ziffern gleichmäßig verändert werden, die mittlere Ziffer kann beliebig verändert werden. Wird die E-Ziffer um +1/–1 verändert, muss auch die höchste ZT-Ziffer um +1/–1 verändert werden. Die Zahl wird somit um +10001/–10001 verändert! Wenn die Z-Ziffer um +1/–1 verändert wird, muss auch die T-Ziffer um +1/–1 verändert werden. Die Zahl wird somit um +1001/–1001 verändert! Bei der Veränderung der H-Ziffer um +1/–1 wird die Zahl um +100/–100 verändert. Diese Gesetzmäßigkeit muss erkannt werden, um die Lösungen dieser Aufgabe zu finden. Wenn die mittlere Ziffer eine 9 oder 0 ist, müssen auch die Nachbarziffern berücksichtigt werden.

### Differenzierung

Es können weitere Aufgaben wie Aufgabe 2 gestellt werden.

## Zu KV 22 (Buchseiten nummerieren)

### Zielsetzung

- Unterschied zwischen Zahl und Ziffer kennen
- Zahlen in H-Z-E-Ziffern zerlegen
- Anzahl von Ziffern bestimmen

### Lernvoraussetzung

- Zahlenbereich bis 1 000
- Zerlegung von Zahlen in Hunderter, Zehner und Einer

### Material

- Ziffernkarten
- Stellenwerttabelle

### Vorschläge zur Erarbeitung

Es sind verschiedene Ansätze möglich, diese Aufgabe von den Kindern lösen zu lassen.

- (1) Kinder lösen ohne zusätzliche Impulse die Aufgabe, dabei sollten die Gesetzmäßigkeiten beim Bilden von Zahlen aus Ziffern erkannt werden.
- (2) Lehrkraft gibt individuelle Hilfen, die Lösung durch Legen von Zahlen mit Ziffernkarten zu finden.
- (3) Es ist der Unterschied zwischen Zahl und Ziffer herauszustellen. Eine Zahl (z.B. 345) besteht aus den

Ziffern 3, 4 und 5. Ein Blatt in einem Buch besteht aus zwei bedruckbaren Seiten, der Vorder- und der Rückseite. Es werden nur die bedruckten Seiten nummeriert.

### Lösungen

Bei der Lösung muss man schrittweise vorgehen, wie es die Teilaufgaben a), b), c) und d) zu Aufgabe 1 vorgeben. Es gibt einstellige, zweistellige, dreistellige, ... Zahlen. Die Anzahl der Stellen gibt die Anzahl der benötigten Ziffern vor. Somit braucht man für einstellige eine Ziffer, für zweistellige zwei Ziffern, ... Die Anzahl aller einstelligen Zahlen (1 bis 9) beträgt 9, der zweistelligen Zahlen (10 bis 99) beträgt 90, der dreistelligen Zahlen (100 bis 999) beträgt 900 Zahlen.

Bei der Lösung der Aufgabe 2 sollte man alle Zahlen bis 147 notieren, die eine 4 als Ziffer haben. Dabei erkennt man eine Gesetzmäßigkeit (wie viele Einerziffern 4, wie viele Zehnerziffern 4?), die Gesamtzahl zu bestimmen.

Aufgabe 3 hat die Lösungen 256, 257, 258 und 259 Seiten. Ab der Seite 260 kommt eine weitere Ziffer „6“ dazu.

### Differenzierung

Es können weitere Aufgaben wie Aufgabe 1 und 2 gestellt werden.

1

Bestimme die Summe aller Zahlen von 1 bis 100.

- a) Trage die Zahlen von 1 bis 100 in die Hundertertafel ein.
- b) Berechne zuerst die Summe aller Zahlen in der unteren Zeile, dann in der Zeile darüber, ..., dann die Summe aller Zahlen der Hundertertafel.



Fällt dir eine Gesetzmäßigkeit auf?

										→	
										→	
										→	
										→	
										→	
										→	
										→	
31										→	
21	22									→	
11	12	13								→	
1	2	3	4							→	

Summe der Zahlen von 1 bis 100 =



Findest du eine andere Strategie, um die Summe aller Zahlen von 1 bis 100 vorteilhaft zu bestimmen?

2

- a) Bestimme die Summe aller Zahlen von 1 bis 1 000.
- b) Bestimme die Summe aller Zahlen von 1 bis 10 000.

a) \_\_\_\_\_ b) \_\_\_\_\_

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Tüftelaufgaben für Mathe-Asse*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

