

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Stochastik: Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



### Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

Ein Beitrag von Günther Weber



© Wikimedia Commons (germany/geist)

In diesem Beitrag werden Zufallsexperimente gänzlich ohne Spielwürfel, Urnen und Glücksräder durchgeführt. Unter anderem anhand der Nationalflaggen der 27 EU-Mitgliedsstaaten berechnen Sie mit Ihren Schülern und Schülern Varianten- und abwechslungsreich diverse Ereigniswahrscheinlichkeiten. Zur Lösung der Aufgaben setzen die Jugendlichen die hypergeometrische Verteilung, die Binomialverteilung, Sigma-Intervalle und weitere stochastische Modelle ein. Die etwas andere Art der Zufallsexperimente ist besonders motivationfördernd und stärkt neben den mathematischen auch die sozialwissenschaftlichen Fähigkeiten der Lernenden.

RAABE

# Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

Ein Beitrag von Günther Weber



© Wikimedia Commons [gemeinfrei gestellt]

In diesem Beitrag werden Zufallsexperimente gänzlich ohne Spielwürfel, Urnen und Glücksräder durchgeführt. Unter anderem anhand der Nationalflaggen der 27 EU-Mitgliedsstaaten berechnen Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern varianten- und abwechslungsreich diverse Ereigniswahrscheinlichkeiten. Zur Lösung der Aufgaben setzen die Jugendlichen die hypergeometrische Verteilung, die Binomialverteilung, Sigma-Intervalle und weitere stochastische Modelle ein. Die etwas andere Art der Zufallsexperimente ist besonders motivationsfördernd und stärkt neben den mathematischen auch die sozialwissenschaftlichen Fähigkeiten der Lernenden.

# Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

## Oberstufe (grundlegend)

von Günther Weber

---

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M1 Informationen zu den EU-Staaten</b>	<b>4</b>
<b>M2 Aufgaben</b>	<b>8</b>
<b>Lösungen</b>	<b>11</b>

---

### Die Schülerinnen und Schüler lernen:

Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe von teils komplexen Baumdiagrammen zu bestimmen. Die Lernenden festigen ihr Können und Wissen über die Bestimmung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten, indem sie zugehörige Elementarereignisse auszählen. Anhand der Binomialverteilung berechnen sie Wahrscheinlichkeiten und schätzen mithilfe der Sigmaregeln Anzahlen. Außerdem berechnen sie bei mehrmaligem Ziehen ohne Zurücklegen Wahrscheinlichkeiten mittels der hypergeometrischen Verteilung. Die Schülerinnen und Schüler simulieren bestimmte Ereignisse mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms und vergleichen die simulierten Ergebnisse mit den berechneten Wahrscheinlichkeiten.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt    **Info** Informationsblatt

Thema	Material	Methode
Informationen zu den EU-Staaten	M1	Info
Aufgaben	M2	Ab

## Kompetenzprofil:



**Inhalt:** Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Ziehen mit und ohne Zurücklegen, Baumdiagramme, kombinatorische Überlegungen, hypergeometrische Verteilung, Binomialverteilung, Sigma-Intervall

**Medien:** GTR/CAS, *Excel*

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

---

## Erklärung zu Differenzierungssymbolen

 einfaches Niveau	 mittleres Niveau	 schwieriges Niveau
---	---	---

## Hinweise

### Simulationen im Unterricht

Simulationen können Sie als Ersatz für ein reales Zufallsexperiment verwenden, das in der Schule gar nicht oder nur mit einem hohen Zeitaufwand durchführbar wäre. Mit Simulationen, z. B. mithilfe von Zufallszahlen in einem Tabellenkalkulationsprogramm, können Zufallsversuche hinreichend oft und unabhängig voneinander realisiert werden. Vorteile einer Simulation sind:

- Es lassen sich auch Probleme lösen, deren vollständige Lösung im Unterricht sonst kaum möglich wäre.
- Es lassen sich Vermutungen und Hinweise auf theoretische Ergebnisse gewinnen.
- Die Motivation wird gefördert. Dies gilt besonders, wenn die Jugendlichen Probleme bearbeiten, deren Lösung ungewiss oder überraschend ist.

Weitere Aussagen zur Simulation im Stochastikunterricht findet man unter [https://madipedia.de/wiki/Simulationen\\_im\\_Stochastikunterricht](https://madipedia.de/wiki/Simulationen_im_Stochastikunterricht).

### Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse kennt verkürzte Baumdiagramme und die Pfadregeln. Die Lernenden berechnen Wahrscheinlichkeiten beim Ziehen mit und ohne Zurücklegen sowie bedingte Wahrscheinlichkeiten ohne Schwierigkeiten.

Die Schülerinnen und Schüler können mit Zufallsvariablen umgehen und die Binomialverteilung anwenden. Ebenso sind den Jugendlichen Sigma-Intervalle bekannt. Die Lernenden berechnen Binomialkoeffizienten und sind im günstigen Fall schon vertraut mit der hypergeometrischen Verteilung. Idealerweise sind ausreichende Kenntnisse eines Tabellenkalkulationsprogramms, z. B. *Excel*, vorhanden.

## Lehrplanbezug

In den Kernlernplänen NRW ([https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp\\_SII/m/KLP\\_GOST\\_Mathematik.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GOST_Mathematik.pdf)) sind im Inhaltsfeld „Stochastik“ unter anderem folgende Kompetenzerwartungen aufgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler...

- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente,
- simulieren Zufallsexperimente,
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen,
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln,
- bestimmen den Erwartungswert und die Standardabweichung von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen,
- verwenden Bernoulli-Ketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch,
- nutzen die  $\sigma$ -Regeln für prognostische Aussagen.










## Hinweise zu den Materialien

Zerschneidet man die Seiten von Material **M1** in die einzelnen Flaggen (und laminiert sie ggf.), so können die Schülerinnen und Schüler insbesondere die Zufallsexperimente der **Aufgaben 1** und **2** auch per Hand durchführen. **M1** steht Ihnen außerdem auch als separate Datei in A4-Format zur Verfügung.

Die **Aufgaben 1** und **2** nutzen Sie zur Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Wahrscheinlichkeiten bei beiden Aufgaben erhält man durch Abzählen und Verhältnisbildung. **Aufgabe 3c** setzen Sie als Vorbereitung bzw. Verdeutlichung der hypergeometrischen Verteilung ein. Bei **Aufgabe 4** greifen Sie dann darauf zu. Außerdem klären Sie bei **Aufgabe 4** vor der Bearbeitung, warum man die Aufgabe nicht mit einem Baumdiagramm lösen kann.

Im gelenkten Unterrichtsgespräch bestimmen die Lerngruppen die Anzahl der möglichen Pfade. Diese Lösung kann dann bei der Bearbeitung von **Aufgabe 4b** genutzt werden. Die Simulation bei **Aufgabe 4** können Sie im „Blackbox-Verfahren“ einsetzen. Ebenso sollten Sie oder ein Klassenmitglied mit guten *Excel*-kenntnissen auf die Formeln in dem Tabellenblatt eingehen. Die Simulation übertragen leistungsstarken Schülerinnen und Schüler auf **Aufgabe 4b**. Bei **Aufgabe 6** ist es günstig, die Aufgabe von drei Gruppen – je Gruppe eine Teilaufgabe – bearbeiten zu lassen. Sie geben den Hinweis, dass es vorteilhaft ist, eine Tabellenkalkulation einzusetzen. Evtl. stellen Sie den Jugendlichen ein Tabellenblatt als Raster zur Verfügung. Wird eine Tabellenkalkulation eingesetzt, so gehen Sie auf die bedingte Formatierung zum Auffinden der günstigen Zellinhalte ein.

### Differenzierung

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Niveau									

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Stochastik: Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



### Wahrscheinlichkeit und Länderflaggen – Anwendungsaufgaben zur Stochastik

Ein Beitrag von Günther Weber



© Wikimedia Commons (germany/geist)

In diesem Beitrag werden Zufallsexperimente gänzlich ohne Spielwürfel, Urnen und Glücksräder durchgeführt. Unter anderem anhand der Nationalflaggen der 27 EU-Mitgliedsstaaten berechnen Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern Varianten- und abwechslungsreich diverse Ereigniswahrscheinlichkeiten. Zur Lösung der Aufgaben setzen die Jugendlichen die hypergeometrische Verteilung, die Binomialverteilung, Sigma-Intervalle und weitere stochastische Modelle ein. Die etwas andere Art der Zufallsexperimente ist besonders motivationsoffen und stärkt neben den mathematischen auch die sozialwissenschaftlichen Fähigkeiten der Lernenden.

RAABE