

# SCHOOL-SCOUT.DE

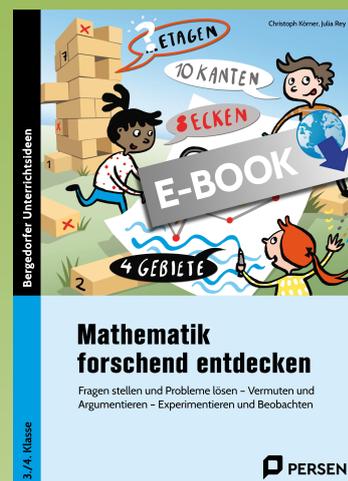
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Mathematik Forschend Entdecken - 3./4. Klasse*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b> .....	4
<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen durch Experimente schulen: Zahlen und Operationen</b> ....	6
Kommentar zu den Aufgaben und mögliche Lösungen .....	6
Materialeseite: Hundertertafel (A und B) .....	10
Hundertertafel .....	12
Punkt vor Strich .....	19
Zahlendreher .....	21
Wortspeicher und Vorübung: Der Turm .....	25
Der Turm .....	26
<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen durch Experimente schulen: Raum und Form</b> .....	28
Kommentar zu den Aufgaben und mögliche Lösungen .....	28
Materialeseite: Dreh dich herum .....	30
Explorieren I: Dreh dich herum .....	31
Explorieren II: Dreh dich herum .....	32
Dreh dich herum .....	33
Leonhard Euler für Einsteiger (Einführung Graphen) .....	34
Graphen .....	35
<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen durch Experimente schulen: Größen und Messen</b> .....	44
Kommentar zu den Aufgaben und mögliche Lösungen .....	44
Materialeseite: Flächen und Umfang .....	45
Vorübung: Flächen und Umfang .....	46
Flächen und Umfang .....	47
<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen durch Experimente schulen: Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten</b> .....	51
Kommentar zu den Aufgaben und mögliche Lösungen .....	51
Kalenderrechnung .....	54
Materialeseite: Der Münzwurf .....	60
Vorbereitung: Der Münzwurf .....	61
Der Münzwurf .....	62

Ein Experiment ist eine Handlungskette, geleitet von einer Hypothese und ausgerichtet auf eine Beobachtung, um die anfangs aufgestellte Hypothese zu überprüfen und ggf. theoretisch zu erweitern.

### Liebe Kollegin, lieber Kollege,

dieses Buch soll Sie und Ihre Grundschulkinder beim forschenden Entdecken von Mathematik begleiten.

### Warum experimentieren?

**Ein Grund:** Weil Sie dies vermutlich schon viel tun! Beispielsweise werden Symmetrien im Mathematikunterricht über Papierfaltungen erfasst. Allgemeiner gesagt: Über Handlungen mit realen Gegenständen werden Fragen gestellt, Hypothesen generiert und mathematische Inhalte erarbeitet.

**Ein weiterer Grund:** Experimentieren ist eine besondere Tätigkeit, die sowohl prozessbezogene Kompetenzen als auch inhaltsbezogene Kompetenzen fördern kann. Ausgangspunkt eines Experiments ist eine *Fragestellung*, die sich an einem mathematischen Inhalt orientiert und auf der Basis realer Phänomene ergeben hat. Die Fragestellung sollte so gestaltet sein, dass keine unmittelbare Antwort gegeben werden kann. Sie kann folglich auch als *Problemstellung* bezeichnet werden. Bevor experimentiert wird, werden *Vermutungen* geäußert, was im Lehrplan der Kompetenz des Argumentierens zugeordnet wird. Um diese Vermutung mit einem *Experiment* überprüfen zu können, bedarf es eines Modells: Störvariablen werden minimiert und Einflussfaktoren variiert, womit eine Teilkompetenz des Modellierens fokussiert wird. Meist werden die *Beobachtungen* dokumentiert. Dies kann in Form einer Tabelle oder Skizze geschehen, weshalb zusätzlich meist noch ein Darstellungswechsel erforderlich wird. Entsprechend sind folgende Phasen in einem experimentellen Prozess unabdingbar, die auch in diesem Heft thematisiert werden:



Im Heft begleiten Sie einige Symbole entsprechend der prozessbezogenen Kompetenzen. Diese Symbole werden nachgehend vorgestellt:



**Vermutung:** Eine Vermutung ist kritisch zu betrachten. Die Glühlampe kann zerbrechen, wenn die Vermutung nicht passt oder sich als falsch herausstellt. Natürlich kann sie auch aufleuchten, wenn sie passt oder durch ein Experiment bestärkt wird. Die Schülerinnen und Schüler lernen in dem Zuge, Vermutungen zu äußern oder kritisch zu Vermutungen Stellung zu beziehen, d.h., dass mögliche Vermutungen auch falsch sein können und dies auch sein dürfen.



**Experimentieren:** Die Schülerinnen und Schüler sollen aktiv werden, um Wirkungen ihrer Handlung zu beobachten. Hier wird geschnitten, gefaltet, gelegt oder mit Zahlen operiert.

Die besondere Schlüsselfunktion des Experimentierens zwischen inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen wollen wir in diesem Heft ausnutzen. Dabei sollen über die Handlungen mit realen Gegenständen mathematisches Denken und Arbeiten gefördert werden.

### **Aufbau des Heftes**

Der Hauptteil des Heftes besteht aus Experimenten zu den unterschiedlichen Inhaltsbereichen:

- Zahlen und Operation
- Raum und Form
- Größen und Messen
- Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

Die Experimente in diesem Heft fordern unterschiedliche Prüfprozesse: So gibt es welche, die eine eigene Hypothese von den Schülerinnen und Schülern einfordern, andere, die explizit auf eine Falsifikation einer vorgegebenen Hypothese abzielen. Sie finden zu jedem Experiment zwei Varianten:

- A ist das Einstiegsexperiment.
- B ist das fortgeschrittene Experiment.

Manchmal gibt es vorneweg eine Materialseite oder vorbereitende Übungen zu den nachfolgenden Experimenten. Die Differenzierungen zeigen sich vor allem im Schreibaufwand, in der Quantität der Aufgaben sowie der Unterstützungen bei der Hypothesenfindung.

Die Experimente sind so konzipiert, dass sie schnell und ohne viel Aufwand umgesetzt werden können. Hinweise zu den Aufgaben können Sie dem Kommentar für Lehrerinnen und Lehrer entnehmen. Dort finden Sie eine Aufstellung aller benötigten Materialien, eine Einordnung der fokussierten inhaltsbezogenen Kompetenzen sowie mögliche Lösungen von Schülerinnen und Schüler.

**Wir wünschen Ihnen viel Erfolg und gutes Gelingen,**

**Julia Rey und Christoph Körner**

## Kommentar zu den Aufgaben und mögliche Lösungen

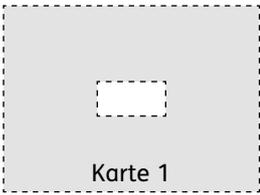
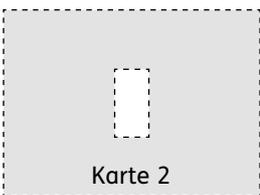
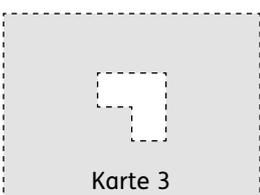
### Hundertertafel

**Pflichtmaterial:** Stifte, Arbeitsblätter, Materialseite

**Mathematischer Inhalt:** Die Seiten dienen der Erforschung der Hundertertafel. Sie ist ein Arbeitsmittel, das strukturiert die Zahlen von 1 bis 100 darstellt (Bereich: **Zahlen und Operationen**). Entlang der Zeilen verändern sich die Zahlen um  $+1/-1$ . Entlang der Spalten verändern sie sich um  $+10/-10$ . Genau diese Struktur wird im Rahmen der Aufgaben ausgenutzt, indem verschiedene Fenster auf die Tafel gelegt, die Summe der sichtbaren Zahlen ausgerechnet und die Fenster entlang der Tafel verschoben werden. Die Schülerinnen und Schüler sollten zur Erarbeitung der Seiten die Fachwörter „*Summe, Zeile, Spalte, Hundertertafel, Fenster, Felder*“ kennen. Zu empfehlen ist es, hierfür einen Wortspeicher anzulegen. Zudem sollten sie bereits schriftlich addieren können, um die Summe zu bestimmen. Die Differenzierung gestaltet sich u. a. durch die unterschiedlichen Fenster, die auf der Materialseite zu finden sind, durch die verschieden viele Summanden addiert werden müssen. Benötigen Sie eine weitere Differenzierung, so könnten sowohl die Fenster weiter variiert als auch der Zahlenbereich erweitert werden (Verschieben auf dem 1000er-Buch).

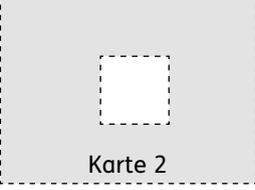
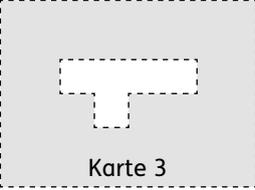
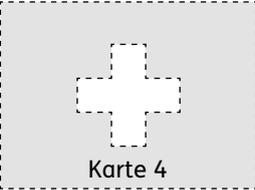
**Zu bedenken:** Bei manchen Aufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler eine eigene Startposition auswählen und von dort das Fenster verschieben. Im Klassengespräch kann vorab thematisiert werden, dass die dreimalige Verschiebung nach rechts möglich sein sollte. Denkbar ist auch, die Schülerinnen und Schüler selbst diese Erfahrung machen zu lassen und gemeinsam nach Lösungen zu suchen.

### Mögliche Bearbeitung der Schülerinnen und Schüler zu Variante A:

 <p>Karte 1</p>	<p><b>Verschiebung um 1 nach rechts:</b> Summe vergrößert sich um <math>+2</math> (jede Zahl wird durch das Verschieben um 1 größer)</p>
 <p>Karte 2</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Verschiebung um 1 nach rechts:</b> Summe vergrößert sich um <math>+2</math> (jede Zahl wird durch das Verschieben um 1 größer)</li> <li>• <b>Verschiebung um 1 nach unten:</b> Summe vergrößert sich um <math>+20</math> (jede Zahl wird durch das Verschieben um 10 größer)</li> </ul>
 <p>Karte 3</p>	<p>Im Vergleich zu Karte 1 kommt hier noch ein Feld dazu. Dadurch verändert sich die Summe beim Schieben nach rechts um <math>+3</math>. Die Summe beim Schieben des Fensters nach unten verändert sich um <math>+30</math>.</p>
 <p>Karte 4</p>	<p>Das dritte Feld ist nun nicht unten drunter angeordnet wie bei Karte 3, sondern daneben. Dadurch ist die Summe bei gleicher Startposition insgesamt kleiner als bei Karte 3. Die Veränderungen der Summen bleiben allerdings bestehen: Ein Verschieben nach rechts vergrößert die Summe um <math>+3</math>, ein Verschieben nach unten um <math>+30</math>.</p>

### Zu Variante B:

Die Felder werden komplexer als bei Variante A. Der Zusammenhang, dass sich mit jedem Feld, das im Fenster dazukommt, die Summe nach dem einmaligen Verschieben nach rechts um +1 verändert und nach unten um +10, bleibt aber auch hier bestehen.

 <p>Karte 1</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Verschiebung um 1 nach rechts:</b> Summe vergrößert sich um +4 (jede der vier Zahlen wird durch das Verschieben um 1 nach rechts auch um 1 größer)</li> <li>● <b>Verschiebung um 1 nach unten:</b> Summe vergrößert sich um +40 (jede der vier Zahlen wird durch das Verschieben um 1 nach unten auch um 10 größer)</li> </ul>
 <p>Karte 2</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Verschiebung um 1 nach rechts:</b> Summe vergrößert sich um +4 (jede Zahl wird durch das Verschieben um 1 größer).</li> <li>● <b>Verschiebung um 1 nach unten:</b> Summe vergrößert sich um +40 (jede Zahl wird durch das Verschieben um 10 größer).</li> </ul>
 <p>Karte 3</p>	<p>Im Vergleich zu Karte 1 kommt hier noch ein Feld dazu. Dadurch verändert sich die Summe beim Schieben nach rechts um +5.</p> <p>Die Summe beim Schieben des Fensters nach unten verändert sich um +50.</p>
 <p>Karte 4</p>	<p>Genau wie bei Karte 3 zeigt das Fenster 5 Felder auf der Hundertertafel. Die Veränderungen der Summen bleiben allerdings beim Verschieben bestehen: Ein Verschieben nach rechts vergrößert die Summe um +5, ein Verschieben nach unten um +50.</p>

**Weitere Variationen:** Es könnten nicht zusammenhängende Fenster verwendet werden oder die Fenster werden nach links und oben verschoben.

## Punkt vor Strich

**Pflichtmaterial:** Stifte (Bleistift), Arbeitsblätter

**Wahlmaterial:** Roter und grüner Stift

**Mathematischer Inhalt:** Die Schülerinnen und Schüler können erkennen, dass es sich bei dem von Filip gewählten Beispiel um eine Ausnahme handelt und dass die Regel *Punkt vor Strich* ihre Berechtigung hat, da ansonsten unterschiedliche Ergebnisse existieren würden und die Lösung der Rechnung nicht eindeutig wäre.

### Ein Beispiel:

$$5 + 2 \cdot 4$$

$$5 + 2 = 7 \text{ und } 7 \cdot 4 = 28$$

Dagegen wäre die Lösung gemäß der Punkt-vor-Strichrechnung 13.

### Mögliche Bearbeitungen von Schülerinnen und Schüler:

In **Variante B, Aufgabe 4** ist die Reihenfolge der Operationsausführung bei  $4 + 4 \cdot 1$  irrelevant. Die gewählte Ausnahme ergibt sich, da 1 das neutrale Element der Multiplikation ist. 1 darf allerdings gleichzeitig nicht addiert werden, weshalb die Reihenfolge von Punkt und Strich in den anderen Rechnungen aus Aufgabe 4 nicht getauscht werden darf.

**Weiterführende Aufgaben:** Terme aus Divisions- und Subtraktionsaufgaben

Auf den Seiten ist eine Möglichkeit zur Lösungskontrolle eingebaut. Diese kann entweder abgeschnitten oder nach hinten geknickt werden.

### Zahldreher

**Pflichtmaterial:** Stifte, Arbeitsblätter, Ziffernkarten

**Wahlmaterial:** Stellenwerttafel mit Wendepfättchen zur Begründung

**Mathematischer Inhalt:** Die Schülerinnen und Schüler sollten zur Lösung der Aufgaben die schriftliche Subtraktion im Zahlenraum 100 bzw. 1000 mit Übertrag können. Sie sollten ein Stellenwertverständnis haben und bereits wissen, was das Vielfache einer Zahl bedeutet.

Mit dieser Aufgabenfolge wird ein Stellenwertverständnis vertieft. Zudem wird die Subtraktion wiederholt und gleichzeitig auch das Vielfache einer Zahl bestimmt. Mit diesem Wissen können mathematische Zusammenhänge entdeckt werden.

### Mögliche Bearbeitungen von Schülerinnen und Schüler:

**Zu Variante A:** Das Tauschen der Ziffern an der Stellenwerttafel bewirkt, dass sich die Differenz als ein Vielfaches von 9 einstellt.

#### Eine Begründung am Beispiel:

Die Zahl 43 lässt sich bezogen auf unser Dezimalsystem wie folgt errechnen:  $4 \cdot 10 + 3 \cdot 1$ .

Werden die Ziffern vertauscht, so ergibt sich nachfolgende Rechnung:  $3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ .

Die Differenz der beiden Zahlen ergibt sich aus:  $(4 \cdot 10 + 3 \cdot 1) - (3 \cdot 10 + 4 \cdot 1) = 4 \cdot 10 + 3 \cdot 1 - 3 \cdot 10 - 4 \cdot 1 = 4 \cdot (10 - 1) + 3 \cdot (1 - 10) = 4 \cdot 9 - 3 \cdot 9 = 1 \cdot 9$

Das Verschieben der Ziffern an der Stellenwerttafel bewirkt eine Veränderung von 9 bzw. einem Vielfachen von 9. Die Differenz zwischen den Ziffern ergibt das Vielfache.

**Zu Variante B:** Das Vertauschen der Ziffernfolge bewirkt als Differenz ein Vielfaches von  $-100$  (Verkleinern der Hunderterstelle),  $+10$  (Vergrößern der Zehnerstelle),  $-1$  (Verkleinern der Einerstelle). Zusammen ergibt sich als Differenz folglich ein Vielfaches von 91.

**Mögliche Bearbeitungen von Schülerinnen und Schülern:** Durch das Ziehen der Ziffernkarten stellt sich eine Zufälligkeit der Rechnungen ein. Dadurch kann eine stärkere Glaubwürdigkeit des Zusammenhangs erzielt werden.

Die Schülerinnen und Schüler können folgende Zusammenhänge experimentell erarbeiten:

**In A:** Wenn die Ziffern einer zweistelligen Zahl vertauscht werden und die Differenz dieser Zahlen berechnet wird, ergibt sich ein Vielfaches von 9.

**In B:** Wenn die Ziffern einer dreistelligen Zahl ABA zu BAB vertauscht werden und die Differenz dieser Zahlen berechnet wird, ergibt sich ein Vielfaches von 91.

## Der Turm

**Pflichtmaterial:** Stifte (Bleistifte, rote Stifte), Arbeitsblätter, Holzklötze für die Türme

**Wahlmaterial:** Wortspeicher

**Mathematischer Inhalt:** Jede Etage des Turms hat einen mittleren Stein, der oben angelegt wird. Drei mittlere Steine ergeben eine neue Etage. Die neue Etage besitzt allerdings wieder einen mittleren Stein.

In dieser Aufgabe wird ein Operationsverständnis der Division (mit Rest) angebahnt.

Die alltagsnahe Aufgabenstellung:

*Wie viele Etagen hat der Turm am Ende des Spiels, wenn er zu Beginn 15 Etagen hatte?*

lässt sich mathematisch wie folgt umformulieren:

*Wie oft passt 3 (Anzahl der Steine einer Etage) in 15 (15 mittlere Steine der 15 Etagen)?*

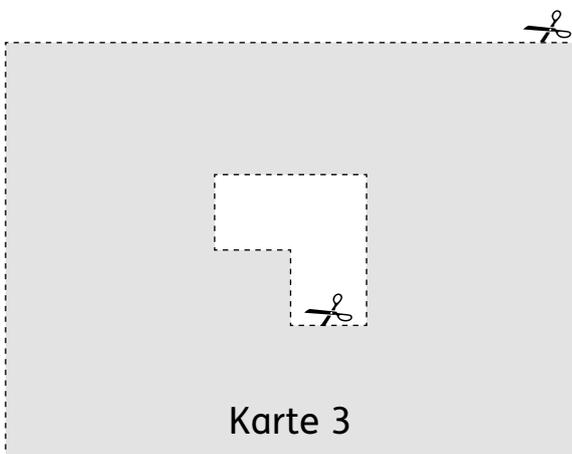
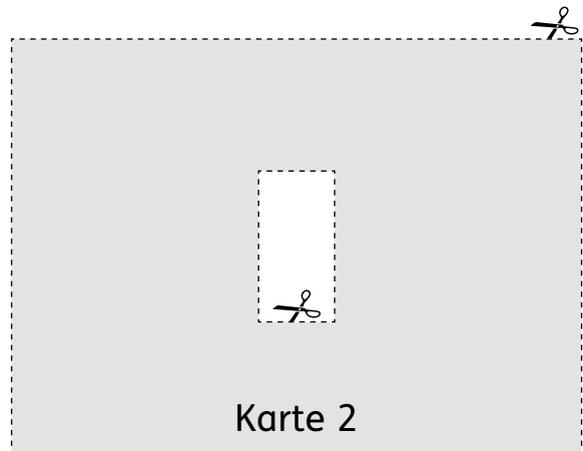
Damit könnte die Grundvorstellung des **Aufteilens** angesprochen werden.

Durch die Rechnung  $15 : 3$  werden die zusätzlichen Etagen durch die mittleren Steine der ersten 15 Etagen errechnet. 5 Etagen kommen zu den anfänglichen 15 Etagen dazu. Diese 5 Etagen haben wiederum 5 Mittelsteine. Durch diese 5 Mittelsteine ergibt sich eine weitere Etage aus 3 Steinen ( $5 : 3 = 1$  Rest 2). Die restlichen 2 Steine bilden keine weitere vollständige Etage, sodass der Turm am Ende insgesamt **21 Etagen** besitzt.

**Mögliche Bearbeitungen von Schülerinnen und Schülern:** Die Schülerinnen und Schüler können den Turm bauen (**Variante A**) und die Etagen am Ende des Spiels zählen. Hierbei ist darauf hinzuweisen, dass das Spiel nicht zu Ende ist, wenn der Turm umkippt, sondern wenn es keine mittleren Steine mehr gibt.

Die Schülerinnen und Schüler können die Spielzüge und Etagen (ausschließlich) dokumentieren und damit eine andere Darstellungsform wählen (**Variante B**). Damit kann das Experiment viel stärker gedanklich ausgeführt werden. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Regel *jede Etage muss gefüllt sein, bevor eine neue eröffnet wird*, eingehalten werden muss. Eine Abänderung dieser Regel (zum Beispiel indem direkt zwei Steine pro Etage berechnet werden) kann zu einem anderen Ergebnis führen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



**Schneide zuerst die Karten aus und schneide dann die Fenster hinein.**

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Mathematik Forschend entdecken - 3./4. Klasse*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

