

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Analysis: Die Exponentialfunktion und die Temperatur von Getränken*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



II.A.42

Analysis

**Die Exponentialfunktion und die Temperatur von Getränken – Tee zu kalt, Cola zu warm?**

Ein Beitrag von Prof. Dr. Andreas Pflüger



Es gibt nichts Besseres als ein eingekühltes Getränk im Sommer und das heiÙe Aufwachen im Winter. Doch was für ein Maßbegriff ist ein 'kühles Getränk', wenn dieses Getränk immer mehr als im geschäftigen Moment ankommt? Diese Frage können die Lernenden mithilfe dieses Beitrags zusätzlich auf dem Coast gehen. Neben der Beobachtung und der Zusammenfassung werden die Auswertung von Getränken untersucht. Dabei werden mithilfe konkreter Anwendung für Tee- und Cola-Temperaturen verschiedene Funktionen von Trägern, Exponentialfunktionen, Differentialrechnung, Integralrechnung für Brüche, Potenz- und Exponentialrechnung und auch Übergangsfunktionen von Gleichungen werden erfolgreich abgefragt.

**KOMPETENZPROFIL**

Klassenstufe: 11/12

Beitrag: 4

Inhalt: Exponentialfunktion, Differentialrechnung, Integralrechnung

Kompetenzen: mathematisch-kommunikative (K1), mathematisch-kommunikative (K2), mathematisch-kommunikative (K3), mathematisch-kommunikative (K4)

Zusammenfassend: mathematisch-kommunikative (K1), mathematisch-kommunikative (K2), mathematisch-kommunikative (K3), mathematisch-kommunikative (K4)

## II.A.42

### Analysis

# Die Exponentialfunktion und die Temperatur von Getränken – Tee zu kalt, Cola zu warm?

Ein Beitrag von Prof. Dr. Andreas Pfeifer



© kajakki/E+

Es gibt nichts Besseres als ein eisgekühltes Getränk im Sommer und den heißen Aufwärmtee im Winter. Doch was für eine Mathematik steckt eigentlich dahinter, wenn dieses Getränk immer mehr die Umgebungstemperatur annimmt? Dieser Frage können die Lernenden mithilfe dieses Beitrags ausführlich auf den Grund gehen. Anhand von Messdaten wird der Zusammenhang zwischen Zeit und Temperatur von Getränken untersucht. Dabei werden mithilfe konkreter Anwendung der Tee- und Cola-Temperatur verschiedene Funktionstypen wie Polynome, Hyperbel, Exponentialfunktionen untersucht. Rechenregeln für Bruch-, Potenz- und Exponentialrechnung und auch Lösungsmethoden von Gleichungen werden umfangreich eingeübt.

---

#### KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	10/11
<b>Dauer:</b>	4 Unterrichtsstunden (Minimalplan 2 Unterrichtsstunden)
<b>Inhalt:</b>	Funktionsbegriff, verschiedene Funktionstypen vergleichen, Exponentialfunktion, Rechenregeln, Termumformungen
<b>Kompetenzen:</b>	mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
<b>Zusatzmaterialien:</b>	Excel-Datei

---

## Didaktisch-methodisches Konzept

Dieser Beitrag orientiert sich an einem anwendungsorientierten Thema: Hinter den mathematischen Aufgaben steckt ein simples Praxisproblem.

Anhand von Messdaten wird der Zusammenhang zwischen Zeit und Temperatur von Getränken untersucht. Dabei werden mithilfe konkreter Anwendungen von Tee- und Cola-Temperaturen verschiedene Funktionstypen wie Polynome, Hyperbel oder Exponentialfunktionen betrachtet und deren Anwendbarkeit auf das Problem untersucht. Rechenregeln für Bruch-, Potenz- und Exponentialrechnung und auch Lösungsmethoden von Gleichungen werden umfangreich eingeübt. Dabei sind die Aufgaben erweiterbar auf die Benutzung eines Kalkulationsprogramms wie beispielsweise Microsoft Excel oder eines Algebraprogramms wie beispielsweise Mathematica.

### Um was geht es inhaltlich?

Die Lernenden setzen sich in diesem Beitrag mit folgenden Inhalten auseinander:

- Suchen eines funktionalen Zusammenhangs bei einem Anwendungsproblem aus gegebenen Daten
- Untersuchen von verschiedenen Funktionstypen, insbesondere Exponentialfunktionen
- Umgang mit Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Einüben von Rechenregeln für Termumformungen

### Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Den **Einstieg** bildet das Arbeitsblatt „Zusammenhang zwischen Zeit und Temperatur“ (**M 1**), das mithilfe eines konkreten Beispiels an Messdaten in die Einheit einführt. Dabei wird die Frage aufgeworfen, welches das passendste Funktionsmodell ist, um diese Daten zu beschreiben und ggf. Voraussagen über den weiteren Verlauf zu ermöglichen.

Als Alternative könnten die Daten, die in diesem Beitrag vorgegeben sind, von den Lernenden in einem Versuch selbst erhoben werden: Dazu sind zu zwei Zeitpunkten die Temperaturen eines Getränks sowie zusätzlich die Umgebungstemperatur zu messen. In den vorliegenden Arbeitsblättern sind in diesem Fall alle Messwerte und die Umgebungstemperatur zu löschen und die Lernenden müssen die selbst gemessenen Werte eintragen.

Mithilfe der Excel-Datei im Zusatzmaterial können Sie die von den Lernenden gemessenen Werte eingeben, um die daraus abzuleitenden Funktionen und neuen Grafiken und Ergebnisse bequem auf einfache Weise zu erhalten.

Die vertiefte **Erarbeitung** erfolgt mithilfe des Arbeitsblatts „Analyse dreier Temperaturfunktionen“ (**M 2**) und „Eigenschaften der Temperaturfunktion und ihrer Umkehrfunktion“ (**M 3**).

Die Arbeitsblätter eignen sich auch – insbesondere die Arbeitsblätter **M 1** (bei der Suche nach geeigneten Funktionstypen) und **M 2** (bei der Berechnung der Funktion) – für Gruppenarbeit, um die Kommunikation zwischen den Lernenden zu stärken.

Ebenso kann es aus Zeitgründen sinnvoll sein, bei **M 2** die Klasse in Gruppen aufzuteilen, die jeweils nur eine Funktion der drei zu untersuchenden Funktionen bearbeiten. Anschließend können dann die Ergebnisse im Plenum zusammengeführt werden.

Zur **Übung** dient das Arbeitsblatt „Temperaturverlauf eines Kaltgetränks“ (**M 4**). Während sich in den anderen Materialien auf das Warmgetränk konzentriert wurde, bietet dieses Material den Transfer zum Kaltgetränk. Das Material kann auch gut als Hausaufgabe aufgegeben werden.



Alle Materialien können unabhängig voneinander bearbeitet werden. Von der Problemstellung ist es jedoch am sinnvollsten, **M 1** bis **M 4** hintereinander zu bearbeiten.

### Was muss bekannt sein?

Der Begriff einer Funktion muss den Lernenden bekannt sein. Verschiedene Funktionstypen sollten schon behandelt worden sein. Grundkenntnisse der Exponential- und Logarithmusfunktion sind von Vorteil, können aber im Rahmen des Themas an den entsprechenden Stellen noch erklärt werden. Das Thema ist ein Thema aus dem Analysisunterricht. Statistikenkenntnisse werden nicht gebraucht und nicht verwendet, vgl. Pfeifer (2021).

### Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- modellieren mathematisch (K 3), indem Sie geeignete Funktionen finden, die das Anwendungsproblem lösen,
- gehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um (K 5), indem sie Funktionswertberechnungen durchführen und Umkehrfunktionen ermitteln.

## Mediathek

- ▶ Gramm, Andreas u. a.: Das große Tafelwerk interaktiv 2.0. Formelsammlung für die Sekundarstufen I und II. Cornelsen Verlag, Berlin  
Rechenregeln zur Exponential- und Logarithmusfunktion sind in diesem Buch kompakt und übersichtlich dargestellt.
- ▶ Pfeifer, Andreas: Kaffee zu heiß? Anwendungen der Exponential- und der Logarithmusfunktionen bei Getränken. MNU Journal 2021(2), S. 129–133  
In diesem Zeitschriftenbeitrag wird die Temperaturfunktion nicht mit Analysis-Methoden, sondern mithilfe von Stochastik erstellt. Es werden dabei lineare und nicht lineare Regressionen angewandt.
- ▶ Pfeifer, Andreas; Schuchmann, M.: Kompaktkurs Mathematik. Mit vielen Übungsaufgaben und allen Lösungen. Oldenbourg Verlag, München. 3. Auflage 2007  
Rechenregeln zur Exponential- und Logarithmusfunktion sind in diesem Buch kompakt und übersichtlich dargestellt.

## Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt

Planung für 4 Stunden: **M 1** und **M 2** insgesamt 2 Stunden, **M 3** und **M 4** jeweils eine Stunde

---

### Einstieg

**Thema:** **Problemorientierter Unterrichtseinstieg**  
**M 1 (Ab)** Zusammenhang zwischen Zeit und Temperatur

---

### Erarbeitung

**Thema:** **Berechnen und Interpretieren**  
**M 2 (Ab)** Analyse dreier Temperaturfunktionen  
**Benötigt:**  Taschenrechner  
**M 3 (Ab)** Eigenschaften der Temperaturfunktion und ihrer Umkehrfunktion

---

### Übung bzw. Hausaufgabe

**Thema:** **Anwendung auf ein Kaltgetränk**  
**M 4 (Ab)** Temperaturverlauf eines Kaltgetränks  
**Benötigt:**  Taschenrechner

---

### Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 11.

---

### Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

**M 1 (Ab)** Zusammenhang zwischen Zeit und Temperatur  
**M 2 (Ab)** Analyse dreier Temperaturfunktionen. (Aus Zeitgründen kann auch nur eine Funktion verwendet werden.)

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Analysis: Die Exponentialfunktion und die Temperatur von Getränken*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



II.A.42

Analysis

Die Exponentialfunktion und die Temperatur von Getränken – Tee zu kalt, Cola zu warm?

Ein Beitrag von Prof. Dr. Andreas Pflüger



Es gibt nichts Besseres als ein eingekühltes Getränk im Sommer und das heiße Aufwachen im Winter. Doch was für ein Maßbegriff sind eigentlich Getränke, wenn diese Getränk immer mehr als im geschäftigen Moment ankommt? Diese Frage können die Lernenden mithilfe dieses Beitrags zusätzlich auf dem Kopf greifen. Neben der Beobachtung und der Zusammenfassung werden die Ausprägung von Getränken untersucht. Dabei werden mithilfe konkreter Anwendung für Tee- und Cola-Temperaturen verschiedene Funktionen von Temperatur, Exponentialfunktionen, Ableitungen, Richtungsvektoren, Bruch-, Potenz- und Exponentialrechnung und auch Übergangsfunktionen von Getränken werden erfolgreich abgefragt.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10/11  
Basis: 4 Dimensionen des Mathematikunterrichts  
Inhalt: Funktionsgraphen, verschobene Funktionen, Vergleich von Exponentialfunktionen, Bestimmung von Extremwerten, Bestimmung von Nullstellen  
Kompetenzen: mathematisch-mathematisch (M3), mit periodischen, konstanten und linearen Dimensionen der Mathematik umgehen (M3)  
Zusatzmaterialien: Excel-Daten