

SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Analysis: Die Fläche zwischen zwei Graphen mithilfe von Integralrechnung bestimmen

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



II.A.41

Analysis

Die Fläche zwischen zwei Graphen mithilfe von Integralrechnung bestimmen – Der Genfersee

Ein Beitrag von Aileen Burgermeister



Im Kernstück dieser Unterrichtseinheit erarbeitet sich Ihr Oberstufenkurs im Mathematikunterricht die Formel zur Berechnung einer Fläche zwischen zwei Graphen im Themengebiet der Integralrechnung selbst. Durch die Heranführung an das Thema mithilfe des Genfersees werden die Lernenden durch ein hohes Maß an Realitätsbezug sowie das eigenständige Lernen motiviert. Die Einheit bietet zudem vielfältige Differenzierungsmöglichkeiten, sowohl bei der Erarbeitungsphase als auch bei den anschließenden Übungen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	Sek II
Dauer:	8-10 Unterrichtsstunden (Minimalplan 3)
Inhalt:	Flächeninhalt; Integrale; Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1); Probleme mathematisch lösen (K2); mathematisch modellieren (K3)
Zusatzmaterialien:	PowerPoint-Präsentation

Didaktisch-methodisches Konzept

Um was geht es inhaltlich?

In dieser Unterrichtseinheit lernt Ihre Klasse...

- ... die Formel zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Graphen selbstständig zu erarbeiten.
- ... Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen zu ermitteln.
- ... Integrale zu bestimmen, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge.
- ... Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen zu bestimmen.
- ... das Bestimmen von Parametern einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Den **Einstieg** in die Einheit bildet der Bildimpuls „Der Genfersee“ (**M 1**) bzw. „Der Genfersee mit Funktionen“ (**M 2**). Auf den Bildern ist der Genfersee dargestellt, welcher modellhaft durch zwei Graphen ganzrationaler Funktionen begrenzt wird.

Die Lehrkraft wirft das Bild an, sodass es die ganze Klasse betrachten kann. Auf der CD finden Sie die Bilder auch nochmal eingebunden in einer *PowerPoint*-Datei, sodass Ihnen die Projektion über einen Beamer hierdurch erleichtert wird.

Mögliche Impulse von Seiten der Lehrkraft könnten nun sein:

- „Beschreibt das Bild/die Situation.“
- „Was ist neu?“ (Fläche nicht von der x-Achse begrenzt)
- „Wie könnte eine Stundenfrage passend zu unserem Thema lauten?“

Die Lernenden können im Unterrichtsgespräch eine Stundenfrage formulieren, z. B. „Wie groß ist die Fläche des Sees?“ / „Wie lässt sich die Fläche des Sees berechnen?“

Die Frage wird schriftlich von der Lehrkraft festgehalten. So erfolgt eine Präzisierung des Stunden-themas, welches sich nun als in einem Anwendungskontext eingebundenes Problem darstellt: Die Berechnung der Fläche des Genfersees, welche durch die Fläche zwischen zwei Graphen beschrieben werden kann.

Die **Erarbeitung** einer Antwort auf die Stundenfrage erfolgt mithilfe des Arbeitsblatts „Der Genfersee – Fläche zwischen zwei Graphen“ (**M 3**).

Das Ziel ist es, dass die Lernenden selbst eine Formel zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Graphen erarbeiten, indem sie den Hauptsatz der Integralrechnung anwenden. Für diese selbstständige Erarbeitung gibt es zur Differenzierung die Hilfefkarten „Tipp- und Kontrollkarten zu **M 3**“ (**M 4**). Selbstständigkeit der Lernenden zeigt sich nicht nur dabei, die Formel selbst zu erarbeiten, sondern auch darin, sich zu entscheiden, ob und auf welche Hilfsmittel sie zurückgreifen wollen. Auf die Hilfefkarten sollten die Lernenden von Beginn an Zugriff haben können.

Die Hilfefkarten können dabei je nach Ausstattung analog als Zettel oder digital als Dateien auf z. B. Schüler-Tablets zur Verfügung stehen. Bei analogen Karten, welche auf buntem Papier gedruckt werden können, ist ein Vorteil, dass die Lehrkraft anhand der farbigen Zettel gut erkennen kann, welche Lernenden welche Karte in Anspruch nehmen. Sollten die Schülerinnen und Schüler noch nicht trainiert im selbstständigen Einschätzen und Arbeiten sein, hat die Lehrkraft so einen besseren Überblick und kann gezielter im Anschluss mit ihnen über die Verwendung der Karten reflektieren. Die digitale Version bietet den Lernenden mehr Sicherheit, da nicht kontrolliert wird, wer welche Karte verwendet hat und sogar „geschummelt“ werden könnte. Außerdem könnte die Hemmschwelle, die Hilfefkarten zu nutzen, gesenkt werden. Dadurch könnte einerseits die Angst der Lernenden beim



CD 86

Hilfe holen „ertappt“ zu werden, verringert werden, andererseits könnte verfrüht auf die Karten zurückgegriffen werden, bevor ein eigenständiges Durchdenken stattgefunden hat.

Das Arbeitsblatt „Vertiefungsaufgabe – Sachzusammenhang“ (**M 5**) eignet sich als Erweiterung der Problemstellung und kann entweder direkt anschließend (als Zusatzaufgabe) bearbeitet werden oder nach einer ersten Zwischensicherung.

Ein Vorteil an der Aufgabenstellung ist es, dass nicht alle Schülerinnen und Schüler zu einem Ergebnis kommen müssen und sich trotzdem die Möglichkeit bietet, dass sich viele Lernende einbringen können, da z. B. die Skizze vorgestellt werden kann, ohne dass man mit der kompletten Aufgabe fertig geworden sein muss.

Zur **Ergebnissicherung** stellen ein oder zwei Lernende ihr Vorgehen vor. Dazu können die Notizen der vortragenden Lernenden z. B. mit der Dokumentenkamera angeworfen werden. Die Lösungsstrategie und ggf. aufkommende Alternativen werden besprochen. Es gibt Zeit für Nachfragen. Ebenso kann die Verwendung der Differenzierungsmaterialien mit den Lernenden reflektiert werden. Anregungen dazu befinden sich auf der *PowerPoint*-Präsentation, die sich auf der CD befindet. Das Arbeitsblatt „Merkblatt – Die Fläche zwischen zwei Graphen“ (**M 6**) kann Ihnen als zusätzliche Sicherung dienen.

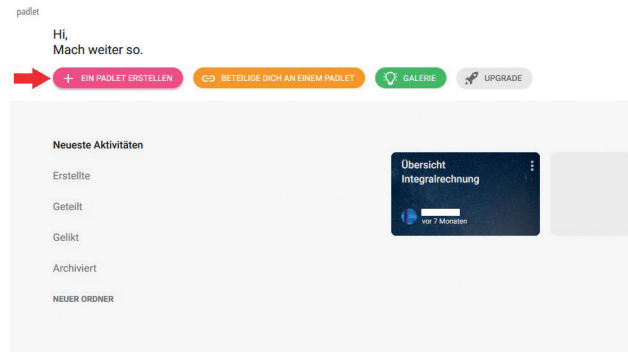


CD 86

Zur **Übung** und Vertiefung zur Flächenberechnung zwischen zwei Graphen und mit Wiederholungsanteilen anderer Themengebiete dienen die Arbeitsblätter „Ein weiterer See“ (**M 7**), „Innermathematisch“ (**M 8**), „Sachaufgaben“ (**M 9**) und „Problemlöseaufgabe: Die Fläche zwischen drei Graphen“ (**M 10**). Bei der Bearbeitung dieser kann sowohl Einzelarbeit als auch Partner- oder Gruppenarbeit als Sozialform gewählt werden. Bei **M 10** handelt es sich um eine komplexere Aufgabe mit verschiedenen Lösungsmöglichkeiten. Es empfiehlt sich, dieses erst nach einer vorherigen Festigung bzw. Übung von der Berechnung der Fläche zwischen zwei Graphen durch eines der anderen Arbeitsblätter zu bearbeiten.

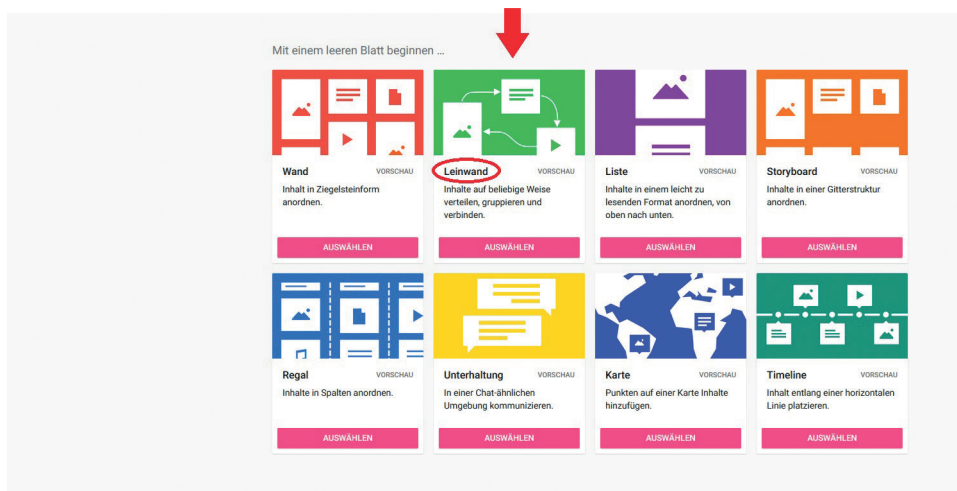
Als **Lern- und Wiederholungshilfe** und als Reihenabschluss für die gesamte Reihe „Integralrechnung“ kann eine selbsterstellte Übersicht über das Thema nochmal das Gelernte vor Augen führen. Dies kann individuell geschehen oder auch in einer Gruppe stattfinden. Die Internetseite <https://de.padlet.com/> bietet eine Online-Oberfläche, bei der dies digital und interaktiv gestaltet werden kann. Dazu muss mindestens eine Person, vermutlich die Lehrkraft, auf der Seite angemeldet sein. Dies geht kostenlos, solange man sich nicht die Premiumversion kaufen möchte.

Dort kann dann ein neues sogenanntes „Padlet“ erstellt werden.



Für eine Reihenübersicht kann z. B. das „Leinwand“-Format genutzt werden.

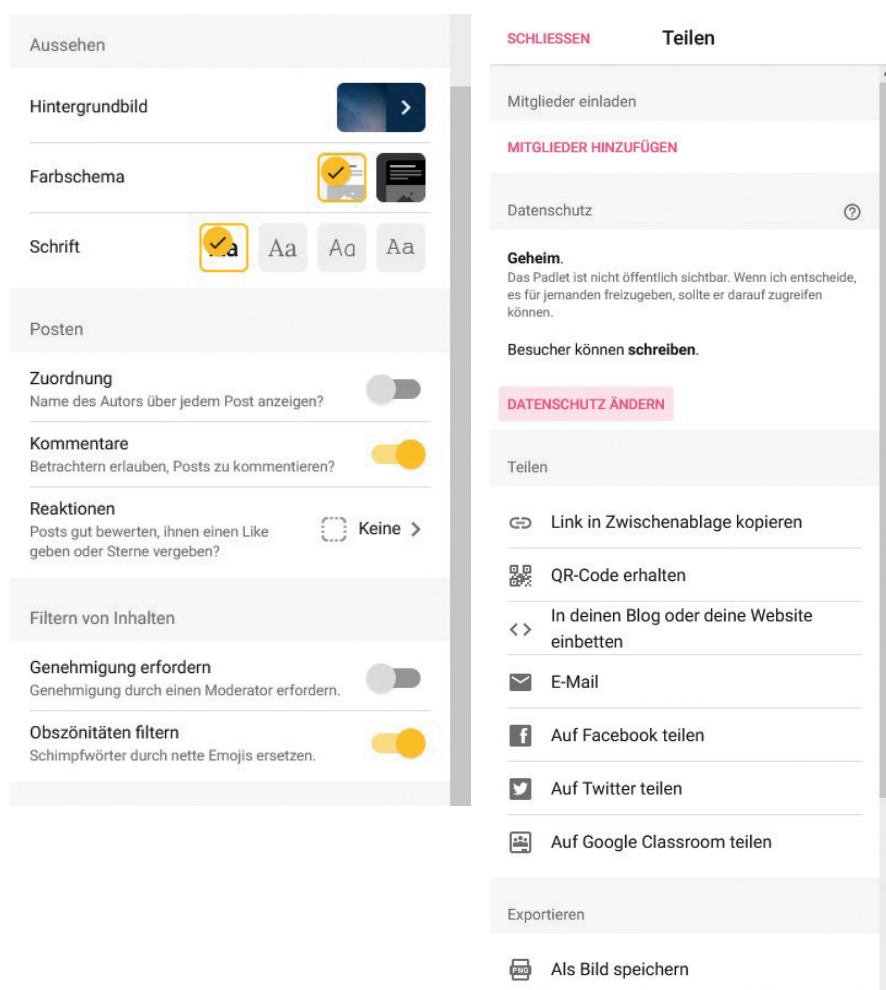
Ein Padlet erstellen



Durch einen Link oder einen QR-Code kann die Lehrkraft (oder eine Schülerin oder Schüler, falls diese ebenfalls einen Account haben und die Arbeit in Gruppen stattfinden soll) das Padlet für Schülerinnen und Schüler zugreifbar machen.

So kann jeder, der diesen Link verwendet, auf die Seite zugreifen und Inhalte sowie Verbindungen durch Pfeile hinzufügen. Die Elemente arrangieren kann nur der Betreiber des Padlets, also in diesem Falle die Lehrkraft oder eine Schülerin bzw. ein Schüler je Gruppe.

Die Einstellung für das Padlet kann man ändern, indem man im Padlet rechts oben auf das Zahnrad klickt. Dort muss eingestellt sein, dass andere Personen Kommentare erstellen können. Im Reiter „Teilen“ kann ein Link, QR-Code oder ähnliches erstellt werden, sodass das Padlet geteilt werden kann. Außerdem kann von dort aus das Padlet in verschiedenen Dateiformaten exportiert oder gedruckt werden. Dort kann man ebenfalls einstellen, ob das Padlet öffentlich sichtbar ist oder nicht. Mit der Einstellung „Geheim“ kann bspw. nur jemand auf das Padlet zugreifen, wenn es geteilt wurde.



Besprechen Sie vorher mit Ihrer Klasse ggf. folgende Punkte:

- Bearbeitung als Kurs oder Gruppe
- Verwendung von selbsterstellten Materialien / Aufzeichnungen
- Verwendung von Bildern aus Büchern oder dem Internet
- Löschen von Beiträgen anderer
- Aufteilung der Teilthemen
- Datenschutz: Die Lernenden sollen an keiner Stelle persönliche Daten angeben

Als Motivation kann es hilfreich sein vorab zu besprechen, was hinterher mit dem *Padlet* geschehen soll, z. B., dass jeder ein farbig ausgedrucktes Exemplar zum Lernen für die nächste Klausur (und das Abitur) für seine Unterlagen erhält oder das *Padlet* bis zum Ende des Abiturs online bleibt und es zum Lernen verwendet werden kann. Das Handout „Erstellen eines *Padlets* zur Themenübersicht“ (M 11) ist dabei als Leitfaden für die Lernenden gedacht, sodass diese bei der Erstellung des *Padlets* nicht völlig verloren sind.

Was muss bekannt sein?

Die Lernenden sollten den Hauptsatz der Integralrechnung beherrschen. Außerdem sollten sie Nullstellen sowie Schnittstellen zweier Graphen ermitteln können.

Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- argumentieren mathematisch (K 1), indem vermutete mathematische Zusammenhänge wie die Berechnung der Fläche zwischen zwei Graphen durch Verwendung des Hauptsatzes der Integralrechnung oder die Beeinflussung des Integrals durch Verschiebung der Funktion entlang der y-Achse begründet oder bewiesen werden.
- lösen Probleme mathematisch (K 2), indem sie bekanntes Wissen zum Hauptsatz der Integralrechnung abgeändert für die Berechnung einer Fläche zwischen Graphen anwenden.
- modellieren mathematisch (K 3), indem sie die Lösungen aus dem Modell in Bezug auf die reale Situation, die Fläche des Genfersees, interpretieren und das Modell validieren.

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt; Bi: Bildimpuls; Df: Differenzierungsmaterial



CD 86



Einstieg

- M 1** (Bi) Der Genfersee
M 2 (Bi) Der Genfersee mit Funktionen

Erarbeitung

- M 3** (Ab) Der Genfersee – Fläche zwischen zwei Graphen
M 4 (Df) Tipp- und Kontrollkarten zu **M 3**
M 5 (Ab/Df) Vertiefungsaufgabe – Sachzusammenhang

Ergebnissicherung

- M 6** (Ab) Merkblatt – Die Fläche zwischen zwei Graphen

Übungen

- M 7** (Ab) Ein weiterer See
M 8 (Ab) Innermathematisch
M 9 (Ab) Sachaufgaben
M 10 (Ab) Problemlöseaufgabe: Die Fläche zwischen 3 Graphen
M 11 (Ab) Anleitung: Erstellen eines *Padlets* zur Themenübersicht

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 17.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei-vier Stunden mit den folgenden Materialien:

- | | | |
|---------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Stunde 1+2: | Erarbeitung der Formel | M 1 – M 6 |
| Stunde 3(/4): | Eine weitere Übung, wahlweise | M 7 (oder M 8/M 9/M 10) |

SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Analysis: Die Fläche zwischen zwei Graphen mithilfe von Integralrechnung bestimmen

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

