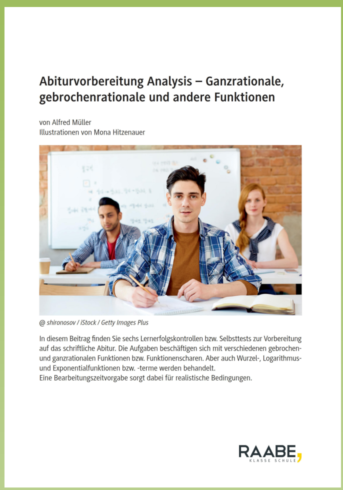
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Abiturvorbereitung Analysis

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de


Abiturvorbereitung Analysis – Ganzrationale, gebrochenrationale und andere Funktionen

von Alfred Müller
Illustrationen von Mona Hitzenauer

@ shironosov / iStock / Getty Images Plus

In diesem Beitrag finden Sie sechs Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur. Die Aufgaben beschäftigen sich mit verschiedenen gebrochen- und ganzrationalen Funktionen bzw. Funktionenscharen. Aber auch Wurzel-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen bzw. -terme werden behandelt.
Eine Bearbeitungszeitvorgabe sorgt dabei für realistische Bedingungen.

RAABE, KLASSE SCHULE

Abiturvorbereitung Analysis – Ganzrationale, gebrochenrationale und andere Funktionen

von Alfred Müller
Illustrationen von Mona Hitzenauer

@ shironosov / iStock / Getty Images Plus

In diesem Beitrag finden Sie sechs Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur. Die Aufgaben beschäftigen sich mit verschiedenen gebrochen- und ganzrationalen Funktionen bzw. Funktionenscharen. Aber auch Wurzel-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen bzw. -terme werden behandelt.
Eine Bearbeitungszeitvorgabe sorgt dabei für realistische Bedingungen.

RAABE
KLASSE SCHULE

Abiturvorbereitung Analysis – Ganzrationale, gebrochenrationale und andere Funktionen

von Alfred Müller
Illustrationen von Mona Hitzenauer

Oberstufe (weiterführend)

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

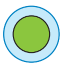
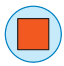
ihr Wissen und Können in abiturrelevanten Aufgaben anzuwenden. Mit den Materialien können die Jugendlichen ihre Fähigkeiten unter Zeitvorgaben testen, das fördert insbesondere auch ihr Zeitmanagement.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
Ab Arbeitsblatt **LEK** Lernerfolgskontrolle

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M 1–M 6	Ab, LEK

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Kompetenzprofil:

Inhalt: Definitionsmenge, Kurvendiskussionen, gebrochen rationale Funktionen, ganzrationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, abschnittsweise definierte Funktionen, Funktionsscharen, Extrema, Wendepunkte, Nullstellen, Graphen, Flächenberechnung, Volumenberechnung Rotationskörper

Medien: GTR/CAS

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Ihr Klasse sollte bereits mit Kurvendiskussionen mit gebrochen-rationalen-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen inkl. Parameter vertraut sein. Sie sollten ebenso sicher im Umgang mit Integral- und Stammfunktionen sowie Flächenberechnungen sein.

Lehrplanbezug

Im Bildungsplan des Landes Baden-Württemberg für die gymnasiale Oberstufe
http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/M/IK/11-12-LF/04
(aufgerufen am 21.12.2021)
finden sich u. a. folgende Kompetenzerwartungen in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“:

Die Schülerinnen und Schüler können …
- die Ableitungsfunktion und eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(x) = e^x$ angeben,
- Funktionen verketten und Verkettungen von Funktionen erkennen,
- Graphen von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) untersuchen,
- einen Funktionsterm zu gegebenen Eigenschaften eines Graphen ermitteln,
- bei Funktionenscharen einzelne Fragestellungen zu Eigenschaften ihrer Graphen oder zu Zusammenhängen zwischen den Graphen untersuchen,
- den Bestand aus Anfangsbestand und Änderungsraten bestimmen,
- den Wert des bestimmten Integrals als orientierten Flächeninhalt und als Bestandsveränderung erklären.

Einsatz im Unterricht

Die Materialien (**M 1**-**M 6**) sind einzeln als Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests gedacht. Die Jugendlichen sollten daher die Aufgaben möglichst allein und eigenständig lösen, damit die Tests aussagekräftig sind.

Differenzierung

Je nach Leistungsstärke sollten sich die Schülerinnen und Schüler die Materialen vornehmen. Wurde ein Material bzw. Test mit einfachem Niveau bestanden (etwa Note 4, siehe Tabelle in den Lösungen) kann ein mittelschwerer Test und schließlich der Test mit schwierigem Niveau bearbeitet werden.

Material	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6
Niveau	●	■	▲	■	▲	▲

Funktionenschar und Integral M1

1. Gegeben ist die in $D_a = \mathbb{R}$ definierte Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung $y = f_a(x) = \frac{2}{3a^2}x^3 - \frac{2}{a}x^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ und Graphen G_a.
   a) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a die Schnittpunkte mit der x-Achse, Art und Lage der Extremwerte sowie die Koordinaten der Wendepunkte. **[8 BE]**
   b) Der Graph G_a schließt mit der x-Achse eine Fläche $A(a)$ ein. Berechnen Sie ihren Wert in Abhängigkeit von a. **[6 BE]**
   c) Für welchen Wert von a beträgt der Flächeninhalt $A(a) = 18\,\text{FE}$? **[2 BE]**

2. Nun sei $a = 2$, also $f_2(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2$.
   a) Zeichnen Sie den Graphen G_2 unter Verwendung der Ergebnisse aus Teilaufgabe 1 und anhand einer Wertetabelle im Intervall $I = [-1; 7]$. **[4 BE]**
   b) Stellen Sie eine Gleichung der Normalen n im Wendepunkt des Graphen G_2 auf. Berechnen Sie dann die Koordinaten der Schnittpunkte dieser Normalen mit dem Graphen G_2. **[6 BE]**
   c) Die Parallele zur y-Achse mit der Gleichung x = u schneidet die x-Achse im Punkt S und den Graphen G_2 im Punkt T. Für welchen Wert von u wird der Inhalt des Dreiecks OST maximal, wenn O der Koordinatenursprung ist? Geben Sie den maximalen Flächeninhalt auch an. **[6 BE]**

3. Gegeben ist ferner die Integralfunktion F mit $F(x) = \int_{-1}^{x} f_2(t)\,dt$ mit $D_F = \mathbb{R}$ und Graphen G_F.
   a) Beschreiben Sie ohne Berechnung des Funktionsterms von F von welcher Art der Punkt auf G_F mit der Abszisse $x_0 = 0$ ist. **[3 BE]**
   b) Begründen Sie, dass für $x = -1$ eine Nullstelle vorliegt und erklären Sie, dass F noch mindestens eine weitere Nullstelle besitzen muss. Geben Sie ein sinnvolles x-Intervall für diese Nullstelle an. **[5 BE]**

Arbeitszeit: 45 Minuten **Gesamt: [40 BE]**

M2 Ganzrationale Funktion

1. Die ganzrationale Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $D = \mathbb{R}$ und Graph G mit der 2. Ableitung $f''(x) = \frac{3}{2}x - 6$ besitzt die Wendetangente $t_W : y = -3x + 16$.
   a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Wendepunktes W und dann damit und den weiteren Angaben die Funktionsgleichung $y = f(x)$. **[6 BE]**
   b) Bestimmen Sie für den Graphen G die Schnittpunkte mit der x-Achse sowie Art und Lage der Extrempunkte. **[6 BE]**
   c) Begründen Sie, dass die Tangente t_W die einzige Tangente an den Graphen G mit der Steigung $m = -3$ ist. Bestimmen Sie dann die Gleichung der Tangente t im Punkt $R(1 \mid y_R)$ sowie deren Schnittwinkel α mit der x-Achse. **[6 BE]**
   d) Zeichnen Sie den Graphen G für alle $x \in [0; 8]$ sowie die Wendetangente t_W und die Tangente t in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. **[5 BE]**
   e) Geben Sie die Gleichung an, mit der die Symmetrie des Graphen G beschrieben werden kann. **[2 BE]**
   f) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph G und die beiden Tangenten t und t_W miteinander einschließen. **[4 BE]**

2. Für die Funktion g gelte: $g(x) = f(|x|)$ mit $D_g = \mathbb{R}$ und Graph G_g.
   a) Weisen Sie nach, dass der Graph G_g symmetrisch zur y-Achse ist. **[2 BE]**
   b) Beschreiben Sie, wie der Graph G_g aus dem Graphen G der Funktion f hervorgeht. **[2 BE]**
   c) Entscheiden Sie nur durch anschauliche Überlegungen am Graphen G_g, ob die Funktion g überall stetig und differenzierbar ist. **[2 BE]**

3. Die Gerade $x = u\ (0 < u < 6)$ schneidet die x-Achse im Punkt P und den Graphen G im Punkt Q. Für welchen Wert von u ist der Flächeninhalt $A(u)$ des Dreiecks OPQ maximal, wenn O der Koordinatenursprung ist. Wie groß ist dieser maximale Inhalt? **[5 BE]**

Arbeitszeit: 45 Minuten **Gesamt: [40 BE]**

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Abiturvorbereitung Analysis

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

Abiturvorbereitung Analysis – Ganzrationale, gebrochenrationale und andere Funktionen

von Alfred Müller
Illustrationen von Mona Hitzenauer

@ shironosov / iStock / Getty Images Plus

In diesem Beitrag finden Sie sechs Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur. Die Aufgaben beschäftigen sich mit verschiedenen gebrochen- und ganzrationalen Funktionen bzw. Funktionenscharen. Aber auch Wurzel-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen bzw. -terme werden behandelt.
Eine Bearbeitungszeitvorgabe sorgt dabei für realistische Bedingungen.

RAABE, KLASSE SCHULE