

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Analysis: Differentialrechnung als Hilfsmittel*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



II.A.40

Analysis

**Differentialrechnung als Hilfsmittel in  
technischen Handlungssituationen**

Ein Beitrag von Johann Georg Vogelhuber



Die Differentialrechnung ist ein wichtiges Hilfsmittel in vielen Anwendungssituationen. Gerade technische Fragestellungen haben eine Vielzahl von interessanten Beispielen, die über die einfache Optimierung eines Populärthemas deutlich hinausgehen. Malen Sie Ihre Klasse durch die Bearbeitung von praxisbezogenen Aufgaben und fördern Sie so die Kompetenz zur Modellierung mit den Werkzeugen der Analysis.

**KOMPETENZPROFIL:**

**Klassenstufe:**

**Dauer:**

**Intext:**

**Kompetenzen:**

S4 II

1. Sachverhalte analysieren und beschreiben

2. Sachverhalte mathematisch beschreiben

3. Sachverhalte mathematisch beschreiben

4. Sachverhalte mathematisch beschreiben

5. Sachverhalte mathematisch beschreiben

6. Sachverhalte mathematisch beschreiben

7. Sachverhalte mathematisch beschreiben

8. Sachverhalte mathematisch beschreiben

9. Sachverhalte mathematisch beschreiben

10. Sachverhalte mathematisch beschreiben

11. Sachverhalte mathematisch beschreiben

12. Sachverhalte mathematisch beschreiben

13. Sachverhalte mathematisch beschreiben

14. Sachverhalte mathematisch beschreiben

15. Sachverhalte mathematisch beschreiben

16. Sachverhalte mathematisch beschreiben

17. Sachverhalte mathematisch beschreiben

18. Sachverhalte mathematisch beschreiben

19. Sachverhalte mathematisch beschreiben

20. Sachverhalte mathematisch beschreiben

21. Sachverhalte mathematisch beschreiben

22. Sachverhalte mathematisch beschreiben

23. Sachverhalte mathematisch beschreiben

24. Sachverhalte mathematisch beschreiben

25. Sachverhalte mathematisch beschreiben

26. Sachverhalte mathematisch beschreiben

27. Sachverhalte mathematisch beschreiben

28. Sachverhalte mathematisch beschreiben

29. Sachverhalte mathematisch beschreiben

30. Sachverhalte mathematisch beschreiben

31. Sachverhalte mathematisch beschreiben

32. Sachverhalte mathematisch beschreiben

33. Sachverhalte mathematisch beschreiben

34. Sachverhalte mathematisch beschreiben

35. Sachverhalte mathematisch beschreiben

36. Sachverhalte mathematisch beschreiben

37. Sachverhalte mathematisch beschreiben

38. Sachverhalte mathematisch beschreiben

39. Sachverhalte mathematisch beschreiben

40. Sachverhalte mathematisch beschreiben

41. Sachverhalte mathematisch beschreiben

42. Sachverhalte mathematisch beschreiben

43. Sachverhalte mathematisch beschreiben

44. Sachverhalte mathematisch beschreiben

45. Sachverhalte mathematisch beschreiben

46. Sachverhalte mathematisch beschreiben

47. Sachverhalte mathematisch beschreiben

48. Sachverhalte mathematisch beschreiben

49. Sachverhalte mathematisch beschreiben

50. Sachverhalte mathematisch beschreiben

## II.A.40

### Analysis

# Differentialrechnung als Hilfsmittel in technischen Handlungssituationen

Ein Beitrag von Johann-Georg Vogelhuber



© RYoshari/Stock/Getty Images Plus

Die Differentialrechnung ist ein wichtiges Hilfsmittel in vielen Anwendungssituationen. Gerade technische Fragestellungen bieten eine Vielzahl von unterschiedlichen Herausforderungen, die über die einfache Optimierung einer Pappschachtel deutlich hinausgehen. Motivieren Sie Ihre Klasse durch die Bearbeitung von praxisbezogenen Projektaufgaben und fördern Sie so die Kompetenz zur Modellierung mit den Werkzeugen der Analysis.

---

#### KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	Sek. II
<b>Dauer:</b>	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 4)
<b>Inhalt:</b>	Berechnung von Extremwerten und Wendepunkten
<b>Kompetenzen:</b>	mathematisch modellieren (K3), kommunizieren (K6)

---

LEARNING  
*Suacks*

## Didaktisch-methodisches Konzept

Für die Werkzeuge der Analysis gibt es viele spannende Einsatzmöglichkeiten, die die Bedeutung der Mathematik in technischen und beruflichen Handlungssituationen aufzeigen. Das vorliegende Material bietet komplexe Anwendungssituationen, die vom Umfang und Anspruch deutlich über die üblichen Aufgabenstellungen hinausgehen. Ziel der Bearbeitung dieser Aufgaben ist die Stärkung der Modellierungskompetenz der Lernenden. Durch die systematische Verschriftlichung der Ergebnisse ergibt sich so eine wertvolle Gelegenheit zur Sprachförderung und gleichzeitig eine geeignete Vorbereitung auf eine mögliche Abschlussprüfung.

### Um was geht es inhaltlich?

Viele Anwendungssituationen erlauben eine Modellierung mithilfe von reellen Funktionen. Dadurch wird es möglich, die Sachfragen der Situation durch den Einsatz der Analysis zu beantworten. Die vorliegenden Aufgaben thematisieren die Berechnung und Interpretation von lokalen Extrempunkten und Wendepunkten. Dazu müssen diese Punkte mithilfe von Ableitungen bestimmt werden. Neben der technischen Durchführung der notwendigen Rechenschritte liegt ein besonderer Fokus auf der ausführlichen Beantwortung der Sachfrage in schriftlicher Form.

### Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Den **Einstieg** bildet die Situationsbeschreibung „Die Einparkformel“ (**M 1**). Zur Verdeutlichung der Situation sollte gemeinsam das verlinkte Video zum Einstieg angeschaut werden. Anschließend erarbeiten sich die Lernenden mithilfe der vorbereiteten Analyseaufgaben zunächst ein grundlegendes Verständnis für die Situation. Dazu sollten die Lernenden die Situation mithilfe von Spielzeugautos oder anderen geeigneten Gegenständen nachspielen, um ein Gefühl für den Bewegungsablauf des Fahrzeugs zu entwickeln. Davon ausgehend soll dann überlegt werden, mit welchen Berechnungen der Punkt zum Gegenlenken ermittelt werden kann.

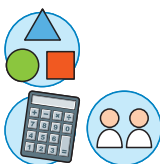
Die Bearbeitung der Aufgaben sollte in Gruppenarbeit durchgeführt werden, um den Lernenden Raum für Diskussionen von möglichen Lösungsansätzen zu geben.

Bei der gemeinsamen Besprechung der Analyseaufgaben kann dann ein Handlungsplan für die weitere Bearbeitung der Anforderungssituation entwickelt werden. Je nach Ideen der Lernenden kann dieser Plan unterschiedlich detailliert gestaltet werden. Mindestens die Punkte

- Aufstellen einer Funktion für die Bewegung
- Berechnen des Punktes zum Gegenlenken (Wendepunkt)
- Formulierung der Antwort (Gutachten) sollten gemeinsam vereinbart werden.

Die **Erarbeitung** erfolgt dann mithilfe der Arbeitsblätter „Modellierung des Einparkvorgangs“ (**M 2**) und „Punkt zum Gegenlenken berechnen“ (**M 3**). Diese Schritte entsprechen dabei den ersten beiden Punkten des aufgeführten Handlungsplans. Beide Materialien sind durch die Verlinkung von Erklärvideos und *LearningSnacks* differenziert gestaltet. Idealerweise findet die Bearbeitung der Aufgaben in Partnerarbeit statt. Dabei sollte ein GTR oder ein CAS eingesetzt werden. Die Berechnung mit einem wissenschaftlichen Taschenrechner ist zu zeitaufwendig.

Als **Ergebnissicherung** erstellen die Lernenden abschließend ein Gutachten für die Anforderungssituation. Dazu sollte zunächst mithilfe von Aufgabe 1 des Arbeitsblattes „Formulierung eines Gutachtens“ (**M 4**) eine Checkliste für das Gutachten erstellt werden. Hier bietet sich die Methode Think-Pair-Share an. Mithilfe dieser Checkliste können die Lernenden dann selbstständig das Gutachten formulieren.



Die Erstellung des Gutachtens sollte dabei in Einzelarbeit erfolgen, sodass alle Lernenden den Lösungsweg noch einmal selbstständig verschriftlicht. Einzelne Gutachten sollten im Plenum präsentiert und besprochen werden.



Der gesamte Arbeitsprozess und der Einsatz der Mathematik werden abschließend gemeinsam mithilfe des Arbeitsblatts „Reflexion: Schritte zur Lösung des Problems“ (**M 5**) reflektiert.

Zur **Übung** bearbeiten die Lernenden dann eine der drei Projektaufgaben

- „Verbesserung der Ladezeit eines Akkus“ (**M 6**)
- „Optimierung der Flugzeit einer Notfall-Drohne“ (**M 7**)
- „Optimierung der Abmessungen eines Einwegkaffeebechers“ (**M 8**)



Die Bearbeitung der Aufgaben sollte weitestgehend selbstständig erfolgen. Je nach Leistungsfähigkeit der Lerngruppe kann die Bearbeitung dabei in Einzel- oder Partnerarbeit durchgeführt werden. Bei der Bearbeitung der Aufgaben durchlaufen die Lernenden noch einmal den vollständigen Prozess aus mathematischer Modellierung, rechnerischer Lösung und Verschriftlichung in Form eines Gutachtens. Dabei können die Ergebnisse des Arbeitsblattes **M 5** zur Unterstützung verwendet werden.

Die erstellten Gutachten können auch gut zur Bildung einer sonstigen Leistungsnote eingesetzt werden. Dazu sollte den Lernenden vorab das „Bewertungsschema für Projektaufgaben“ (**M 9**) zugänglich gemacht werden. Für die Bearbeitung der Projektaufgaben sollte ein Zeitumfang von ca. 4–6 Unterrichtsstunden eingeplant werden.

### Was muss bekannt sein?

Die Lernenden müssen mit den Grundlagen der Analysis vertraut sein. Insbesondere müssen sie in der Lage sein, lokale Extrempunkte mithilfe der ersten und zweiten Ableitung zu bestimmen. Weiter sollte die Klasse mit der Rekonstruktion von ganzrationalen Funktionen mithilfe gegebener Bedingungen vertraut sein. D. h., sie müssen in der Lage sein, aus den gegebenen Informationen ein Gleichungssystem für die Parameter der unbekanntem Polynomfunktion aufzustellen und zu lösen. Idealerweise verwenden die Lernenden für die Berechnungen einen GTR bzw. ein CAS. Die Bestimmung von Wendepunkten muss nicht unbedingt vor dieser Unterrichtseinheit erfolgen. Die entsprechende Erarbeitung kann auch mit den Materialien **M 1** bis **M 5** erfolgen.



### Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- modellieren mathematisch (K 3), indem sie eine gegebene Sachsituation mithilfe von Funktionen modellieren und die Differentialrechnung zur Lösung des Modells verwenden.
- kommunizieren (K 6), indem sie ihre Lösungen und Lösungswege in Form eines Gutachtens verschriftlichen.

## Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt

Planung für 3–4 Stunden

### Einstieg

**Thema:** **Problemorientierter Unterrichtseinstieg**

**M 1** (Ab) Die Einparkformel

**Benötigt:**  Modellautos oder andere rechteckige Gegenstände

### Erarbeitung

**Thema:** **Berechnung des Wendepunktes**

**M 2** (Ab) Modellierung des Einparkvorgangs

**M 3** (Ab) Punkt zum Gegenlenken berechnen

**Benötigt:**  GTR oder CAS

### Ergebnissicherung

**Thema:** **Erstellung eines Gutachtens**

**M 4** (Ab) Formulierung eines Gutachtens

**M 5** (Ab) Reflexion: Schritte zur Lösung des Problems

### Übung

**Thema:** **Projektaufgaben**

**M 6** (Ab) Verbesserung der Ladezeit eines Akkus

**M 7** (Ab) Optimierung der Flugzeit einer Notfall-Drohne

**M 8** (Ab) Optimierung der Abmessungen eines Einwegkaffeebechers

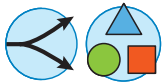
**M 9** (Ab) Bewertungsschema für Projektaufgaben

**Benötigt:**  GTR oder CAS

PC oder Tablet zur Erstellung des Gutachtens

### Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 15.







## Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für vier Stunden mit den folgenden Materialien:

- M 1** (Ab) Die Einparkformel  
**M 2** (Ab) Modellierung des Einparkvorgangs  
**M 3** (Ab) Punkt zum Gegenlenken berechnen  
**M 4** (Ab) Formulierung eines Gutachtens

## Erklärung zu den Symbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.		
			
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau	

	Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten.
	Dieses Symbol markiert Wichtiges und Merksätze.
	Dieses Symbol markiert Tipps.
	Dieses Symbol markiert geforderte Internetrecherche.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden ein Smartphone nutzen sollen.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen Videos angesehen werden.
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden einen Taschenrechner für die Lösung nutzen sollen.



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Analysis: Differentialrechnung als Hilfsmittel*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

