

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

von Günther Weber
Illustrationen von Günther Weber

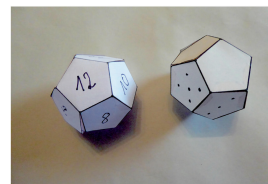


Bild: Günther Weber

Im vorliegenden Beitrag werden Zahlen eines farnen Dodekaeders benutzt, um Ereignismengen zu bestimmen und Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Auf die Ereignismengen werden die jugendlichen bestimmte Mengenoperationen an, die sich auch bei der Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten wiederfinden. Mithilfe eines zweifachen Dodekaederspiels spielen die Lernenden „Bingo“. Dabei werden unter Benutzung von Baumdiagrammen und Übergangsmatrizen die Wahrscheinlichkeiten, Ereignisse und Ergebnisse dieses Spiels untersucht. Derartige und weitere weitläufigere Aufgaben schulen den inhaltlichen Umgang der Lernenden mit den Begriffen der Stochastik.

RAABE
LEHRMATERIALIEN

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

von Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber

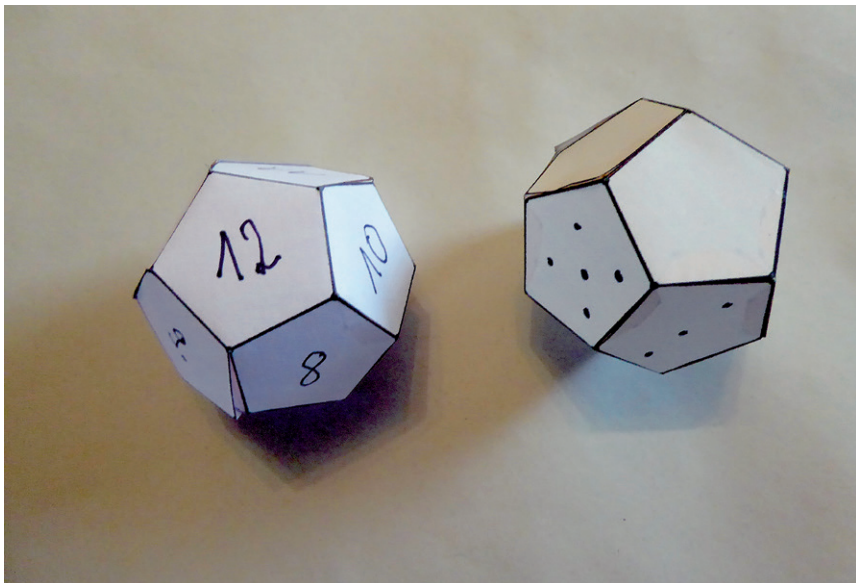


Bild: Günther Weber

Im vorliegenden Beitrag werden Zahlen eines fairen Dodekaeders benutzt, um Ereignismengen zu bestimmen und Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Auf die Ereignismengen wenden die Jugendlichen bestimmte Mengenoperationen an, die sich auch bei der Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten wiederfinden. Mithilfe eines zweifachen Dodekaederwurfs spielen die Lernenden „Bingo“. Dabei werden unter Benutzung von Baumdiagrammen und Übergangsmatrizen die Wahrscheinlichkeiten, Ereignisse und Ergebnisse dieses Spiels untersucht. Derartige und weitere vielfältigere Aufgaben schulen den intuitiven Umgang der Lernenden mit den Begriffen der Stochastik.

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

von Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber und Mona Hitznauer

Hinweise	1
M 1 Bastelvorlage Dodekaeder	4
M 2 Mengenoperationen	5
M 3 Aufgaben	6
Lösungen	11


Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die Mengenoperationen (Komplementär-, Vereinigungs- und Schnittmenge) auf vorher bestimmte Ereignismengen anzuwenden und diese zur Berechnung von bestimmten Wahrscheinlichkeiten zu nutzen. Ebenso verwenden sie die Pfadregeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in zwei- bzw. mehrstufigen Zufallsexperimenten bei einem Spiel. Wird die Anzahl der Versuche beim Spiel größer, so führen die Lernenden die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mithilfe einer Übergangsmatrix durch. Vergrößert sich die Anzahl der Laplace-Zufallsexperimente, so setzen die Jugendlichen die Formel von Bernoulli ein. Ebenso überprüfen sie bei einem Laplace-Zufallsexperiment, ob ein durchgeführtes Spiel fair ist.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab Arbeitsblatt **Info** Informationsblatt

Thema	Material	Methode
Bastelvorlage Dodekaeder	M1	Ab
Mengenoperationen	M2	Info
Aufgaben	M3	Ab 

Kompetenzprofil:

Inhalt: Mengenoperationen bei Ereignismengen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Übergangsdigramm und Übergangsmatrix, Bernoulli-Experiment, faires Spiel

Medien: GTR/CAS, Tabellenkalkulation














Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Aus dem Bereich der Stochastik beherrschen die Lernenden das Zeichnen von Baumdiagrammen und die Pfadregeln. Ebenso sollten sie die Formel von Bernoulli kennen und anwenden können. Die Jugendlichen sind mit dem Erwartungswert einer Zufallsvariablen vertraut und wissen, wann ein Spiel fair ist.

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Differenzierungsmöglichkeiten.	
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	
	Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten.	
	Dieses Symbol markiert Gruppenarbeit.	
	Dieses Symbol markiert Tipps.	
	Dieses Symbol markiert, dass etwas ausgeschnitten werden soll.	
	Dieses Symbol markiert, dass etwas geklebt werden soll.	
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden ein Smartphone nutzen sollen.	
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden einen Taschenrechner für die Lösung nutzen sollen.	
	Dieses Symbol markiert <i>LearningApps</i> .	

Lehrplanbezug

In den Kernlernplänen des Landes Nordrhein-Westfalen (<https://raabe.click/Mathematik-Lehrpläne-NRW>, aufgerufen am 15.11.2021) sind im Inhaltsfeld „Stochastik“ unter anderem die folgenden auf den Beitrag zutreffenden Kompetenzerwartungen aufgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler...

- simulieren Zufallsexperimente,
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln,
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln,
- verwenden Bernoulli-Ketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch,
- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen,
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände).

Anwendung im Unterricht

Liegen Dodekaederwürfel vor (sie können z. B. unter <https://raabe.click/Dodekaeder-be-stellen>, aufgerufen am 15.11.2021, bestellt werden), so kann auf das Basteln (**Aufgabe 1**) verzichtet werden. Zur Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens, auch hinsichtlich der Analytischen Geometrie, nennen Sie, insbesondere wenn das Oktaeder gebastelt wurde, Eigenschaften des Dodekaeders im Unterricht. Diese können z. B. sein:

- Das Dodekaeder ist ein Körper, der aus 12 regelmäßigen Fünfecken gebildet wird.
- Das Dodekaeder hat $k = 30$ Kanten, $f = 12$ Flächen und $e = 20$ Eckpunkte.
- Verbindet man die Mittelpunkte von sechs passenden Kanten, erhält man ein regelmäßiges Sechseck. Eine Ebene, die das Sechseck enthält, halbiert das Dodekaeder.
- Das Dodekaeder hat einen Mittelpunkt. Er ist das Symmetriezentrum.

Weitere Eigenschaften des Dodekaeders können unter <https://raabe.click/Dodekaeder-Eigenschaften> (aufgerufen am 15.11.2021) eingesehen werden.

Aufgabe 2c (*LearningApp*) setzen Sie insbesondere bei leistungsschwächeren Lerngruppen schon während der Bearbeitungszeit zur Kontrolle ein.

Bei **Aufgabe 3** diskutieren die Lernenden idealerweise die Vor- und Nachteile der beiden Lösungswege nach der Bearbeitung im Unterrichtsgespräch. Die Lösung der Aufgabe soll hier mithilfe eines Baumdiagramms bzw. durch Angabe der Ereignismenge entstehen.

Bei **Aufgabe 5** können die beiden komplexen Baumdiagramme bei einer bzw. zwei gestrichenen Ziffern gruppenweise bearbeitet werden. Zur Differenzierung bzw. als Zusatzaufgabe wählen Sie andere Zahlen oder Operationen auf dem Bingodreieck und lassen von den Lernenden die Wahrscheinlichkeiten für die gestrichenen Zahlen bestimmen. Ebenfalls kann dies bei **Aufgabe 6** geschehen. Hier können Sie zur Differenzierung nach Leistung auch mithilfe der Übergangsmatrix ein Zahlentripel auf dem Bingodreieck herausfinden lassen, das die größte Gewinnwahrscheinlichkeit hat. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle 3 Zahlen gestrichen wurden, ist hier am größten. Bei den **Aufgaben 7** und **8** lernen die Schülerinnen und Schüler einen „Nicht“-Laplace-Dodekaeder kennen. Die Aufgaben können getrennt von den anderen Aufgaben, evtl. auch zu einem früheren oder späteren Zeitpunkt, bearbeitet werden.



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – Würfeln mit einem Dodekaeder

von Günther Weber
Illustrationen von Günther Weber

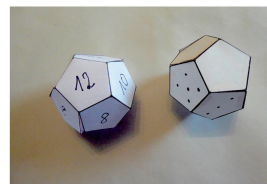


Bild: Günther Weber

Im vorliegenden Beitrag werden Zahlen eines farnen Dodekaeders benutzt, um Ereignismengen zu bestimmen und Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln. Auf die Ereignismengen werden die jugendlichen bestimmte Mengenoperationen an, die sich auch bei der Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten wiederfinden. Mithilfe eines zweifachen Dodekaederspiels spielen die Lernenden „Bingo“. Dabei werden unter Benutzung von Baumdiagrammen und Übergangsmatrizen die Wahrscheinlichkeiten, Ereignisse und Ergebnisse dieses Spiels untersucht. Derartige und weitere weitläufigere Aufgaben schulen den inhaltlichen Umgang der Lernenden mit den Begriffen der Stochastik.

RAABE
LEHRMATERIALIEN