

# SCHOOL-SCOUT.DE

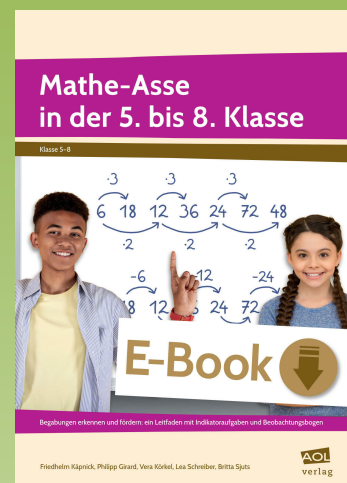
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Mathe-Asse in der 5. - 8. Klasse*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



---

# Inhaltsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| <b>Liebe Lehrerinnen, liebe Lehrer</b> .....   | 5  |
| <b>1 Mathematische Begabungen in der Mittelstufe</b> .....                                   | 8  |
| 1.1 Was heißt (mathematisch) begabt? .....   | 8  |
| 1.2 Modell zur Entwicklung mathematischer Begabungen .....                                   | 12 |
| 1.3 Kriterien für individuelle Ausprägungen von Mathe-Assen in Klasse 5 bis 8 .....          | 16 |
| 1.3.1 Unterscheidung nach Problemlösestilen .....  | 16 |
| 1.3.2 Geschlechtsspezifische Besonderheiten .....  | 17 |
| 1.3.4 Unterscheidung nach besonderen kognitiven und physiologischen<br>Konstellationen ..... | 18 |
| 1.3.4 Klassifikation nach Sozialkompetenzen .....  | 21 |
| <b>2 Mathe-Asse im Übergang von der Grundschule in die Mittelstufe</b> .....                 | 22 |
| <b>3 Mathe-Asse im Regelunterricht erkennen und erfassen</b> .....                           | 27 |
| 3.1 Beobachtungen beim Problemlösen .....  | 28 |
| 3.2 Einsatz von Indikatoraufgaben .....  | 29 |
| 3.3 Schülerbefragungen .....   | 31 |
| 3.4 Selbstreflexionen .....  | 33 |
| <b>4 Mathe-Asse im Regelunterricht individuell fördern</b> .....                             | 35 |
| 4.1 Zwei Differenzierungsformen für den Mathematikunterricht im Vergleich .....              | 35 |
| 4.2 Binnendifferenzierung versus natürliche Differenzierung .....                            | 38 |
| 4.3 Beispiel: Das Zahlenteilerspiel .....  | 41 |
| <b>5 Glossar</b> .....   | 47 |
| <b>6 Literaturverzeichnis</b> .....  | 52 |
| <b>7 Anhang</b>  |    |
| Handreichung zum Beobachtungsprotokoll: Bist du ein Mathe-Ass? .....                         | 54 |
| Beobachtungsprotokoll: Bist du ein Mathe-Ass? .....  | 55 |
| Indikatoraufgabentest .....  | 58 |
| Anleitung (Teil 1) .....   | 59 |
| Bist du ein Mathe-Ass? (Teil 1) .....  | 61 |
| Lösungshinweise (Teil 1) .....   | 66 |
| Ausgewählte Schülerlösungen (Teil 1) .....   | 68 |

|   |    |
|---|----|
| Anleitung (Teil 2) .....  | 70 |
| Bist du ein Mathe-Ass? (Teil 2) .....                                 | 72 |
| Lösungshinweise (Teil 2).....   | 77 |
| Ausgewählte Schülerlösungen (Teil 2) .....                            | 78 |
| Bewertungsbogen .....   | 80 |
| Schülerergebnisbogen .....  | 83 |
| Punktezuordnung zu den mathematikspezifischen Begabungsmerkmalen..... | 85 |
| Leitfragen: Bist du ein Mathe-Ass?.....                               | 86 |
| Schülerreflexionsbogen.....   | 87 |
| Mathe-Asse-Checkliste .....   | 88 |



GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium  
für Bildung  
und Forschung

Dieses Buch wurde vom BMBF-geförderten Forschungsverbund „Leistung macht Schule“ (LemaS) im Rahmen des gleichnamigen Projekts der gemeinsamen Initiative von Bund und Ländern zur Förderung leistungsstarker und potenziell besonders leistungsfähiger Schülerinnen und Schüler entwickelt. Es soll Lehrerinnen und Lehrer beim Fördern von Potenzialen und Leistungsstärken im regulären Mathematikunterricht unterstützen.

---

# Liebe Lehrerinnen, liebe Lehrer

Im Mathematikunterricht sind Sie mit vielen Herausforderungen konfrontiert:

- Wie schaffe ich es, dass alle Schülerinnen und Schüler meiner Klasse (mathematische) Grundfähigkeiten erwerben und niemand zurückbleibt?
- Wie wecke ich das Interesse eines Großteils der Klasse für die mathematischen Lernthemen?
- Wie bereite ich die ganze Klasse möglichst gut auf die Leistungstests vor?
- Wie kann ich in meinem Unterricht der großen Heterogenität gerecht werden?

Diese drängenden Probleme hängen sehr eng miteinander zusammen – jedoch genauso mit der Frage, wie mathematisch besonders begabte Schülerinnen und Schüler im regulären Mathematikunterricht individuell angemessen gefördert werden können. So schließt das Meistern der heterogenen Schülerschaft (→ Glossar) bezüglich der Leistungen und des Verhaltens im Mathematikunterricht explizit das individuelle Fördern von besonders Begabten ein. Wenn dies gelingt und zudem die enormen Potenziale der Mathe-Asse geschickt für die Breitenförderung genutzt werden, können auch die anderen Herausforderungen (siehe oben) deutlich besser im Unterrichtsalltag gelöst werden. Zwei Fallbeispiele aus unserem Projekt „Mathe für kleine Asse“ (aus Kämpnick 2013) stellen dies exemplarisch dar:

## **Max inspiriert die ganze Klasse**

*Max ist mathematisch hochbegabt. Eine besondere Stärke des 15-Jährigen besteht darin, dass er beim Bearbeiten mathematischer Problemaufgaben oft andersartige, aber originelle Lösungsideen entwickelt, mit denen er seine Mitschülerinnen und Mitschüler und gleichermaßen seinen Mathematiklehrer verblüfft. Der Lehrer ignorierte zunächst meist Max' Ideen, weil er sie für eher „abwegig“ und für die Mitschüler „überfordernd“ einschätzte. Inzwischen erkannte er aber, dass Max' pfiffige Ideen in zunehmendem Maße sehr wertschätzend aufgenommen wurden (was auch für die soziale Anerkennung des Mathe-Asses in der Klasse wichtig war) und dass der Junge mit seinen Ideen den Unterricht fachlich wie auch didaktisch-methodisch auflockerte und bereicherte.*

## **Lea's Leidenschaft für das ästhetisch Schöne steckt an**

*Lea legt beim Lösen mathematischer Aufgaben stets besonderen Wert auf ästhetisch schöne Muster, egal, ob Figuren- oder Zahlen- bzw. Rechenmuster. Ihre diesbezügliche besondere Begabung bringt sie demgemäß oft im Mathematikunterricht ein, auch wenn sich alle anderen mit der bloßen Angabe einer Lösung zu einer Rechen-, Konstruktions- oder Sachaufgabe zufriedengeben. Mit ihrer Leidenschaft für das Schöne in der Mathematik hat Lea ihre Freundin Kira angesteckt, die Mathematik ansonsten nicht sehr mag und meist (nur) durchschnittliche Leistungen erbringt. Wenn jedoch beide Freundinnen im Unterricht gemeinsam schöne Lösungsdarstellungen entwickeln (können), dann blüht auch Kira auf.*

Die beiden Fallbeispiele zeigen einerseits auf, wie die vielfältigen Begabungen von Schülerinnen und Schülern konkret für deren individuelle Förderung und zugleich für die Breitenförderung und zur Bereicherung des täglichen Mathematikunterrichts genutzt werden können. Die Beispiele lassen andererseits jedoch ebenso erkennen, dass diese Chancen im Unterrichtsalltag vermutlich nicht immer erkannt und umgesetzt werden. Die Umsetzung ist zweifellos eine komplexe Aufgabe für jede Lehrkraft. Sie erfordert fundierte Kenntnisse über Besonderheiten mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler sowie hohe Professionskompetenzen im Planen und Gestalten dementsprechender Lernarrangements (→ Glossar) im Unterricht. Ihnen hierbei zu helfen und für die Umsetzung im

Schulalltag das notwendige theoretische Hintergrundwissen aufzuzeigen sowie konkrete Empfehlungen für ein differenziertes Erkennen und ein individuelles Fördern besonderer mathematischer Begabungen im regulären Mathematikunterricht anzubieten, ist unser Hauptanliegen.

**Mathe-Asse in der 5. bis 8. Klasse** (Bestellnummer 10684)

Begabungen erkennen und fördern: ein Leitfaden mit Indikatoraufgaben und Beobachtungsbogen

**Forschen und Knobeln: Mathematik  
Klasse 5 und 6** (Bestellnummer 10685)

Vielfältige Aufgaben zu zentralen Lehrplanthemen mit didaktischer Anleitung und Lösungshinweisen

**Forschen und Knobeln: Mathematik  
Klasse 7 und 8** (Bestellnummer 10686)

Vielfältige Aufgaben zu zentralen Lehrplanthemen mit didaktischer Anleitung und Lösungshinweisen

In diesem Leitfaden geht es um konzeptionelle Grundlagen und das Erkennen, Erfassen und Fördern von Mathe-Asen im Regelunterricht der Klassen 5 bis 8. In Ergänzung dazu finden Sie in den Hefen „Forschen und Knobeln: Mathematik – Klasse 5 und 6“ sowie „Forschen und Knobeln: Mathematik – Klasse 7 und 8“ praktische Aufgabensammlungen mit didaktisch-methodischen Empfehlungen für eine weiterführende individuelle Förderung kleiner Mathe-Asse im regulären Mathematikunterricht.

**Kapitel 1 Mathematische Begabungen in der Mittelstufe**

- Kennzeichen
- individuelle Unterschiede
- Zusammenhänge mit der gesamten Persönlichkeitsentwicklung
- Einflussfaktoren



**Kapitel 2 Mathe-Asse im Übergang von der Grundschule in die Mittelstufe**

- Gestaltung des Übergangs
- Aufgaben für die Mathematiklehrkraft



**Kapitel 3 Mathe-Asse im Regelunterricht erkennen und erfassen**

- Begabungen individuell und differenziert erfassen
- ein mathematisches Begabungsprofil erstellen: Beobachtungen, Indikatoraufgaben, Befragungen, Selbstreflexionen



**Kapitel 4 Mathe-Asse im Regelunterricht individuell fördern**

- Binnendifferenzierung und natürliche Differenzierung
- Beispielaufgabe: „Das Zahlenteilerspiel“



**Anhang**

- Beobachtungsprotokoll
- Indikatoraufgabentest (Teil 1 und 2) mit Anleitung, Test, Lösungshinweisen, ausgewählten Schülerlösungen, Auswertungsbögen
- Leitfragen
- Schülerreflexionsbogen
- Mathe-Asse-Checkliste



Tabelle: Übersicht der Schwerpunkte

Da viele in diesem Buch gebrauchten Begriffe in Theorie und Praxis unter verschiedenen Perspektiven uneinheitlich, zum Teil sogar mit unterschiedlichen inhaltlichen Bedeutungen verwendet werden bzw. verwendet werden können, werden in einem Glossar zum besseren Verständnis und im Sinne einer klaren Positionierung wichtige Begrifflichkeiten zusammenfassend erklärt.

Zwei Symbole werden Ihnen beim Lesen immer wieder begegnen:



Achtung! Hier wird ein wichtiger Begriff oder Zusammenhang erklärt bzw. hervorgehoben.



Nachgedacht! Reflektieren Sie über Ihre eigenen Erfahrungen, Haltungen, Überzeugungen etc.

Wir wollen vermeiden, Ihnen weder wissenschaftliche Erkenntnisse noch unsere über viele Jahre in der Schulpraxis erprobten Konzepte oder Erfahrungen einfach „überzustülpen“. Vielmehr möchten wir Sie anregen und einladen, ausgehend von Ihren Haltungen, Überzeugungen und Ihren Professionskompetenzen sowie unter Beachtung Ihrer jeweiligen schulischen Rahmenbedingungen, sich aktiv-konstruktiv mit den Fakten, Aussagen, Schlussfolgerungen und Empfehlungen der einzelnen Buchkapitel auseinanderzusetzen und auf diese Weise – stets selbstreflektierend – eigene konzeptionelle Ideen für eine gelingende Förderung kleiner „Matheasse“ im Mathematikunterricht der Mittelstufe zu entwickeln. In diesem Sinne haben wir an verschiedenen Stellen des Buches Impulsfragen eingefügt, die Sie bitte vor dem jeweiligen Weiterlesen für sich beantworten. Sie können Ihre Antworten dann zum Beispiel mit den nachfolgenden Erörterungen vergleichen oder hierüber mit Bezug auf Ihre jeweiligen schulischen Rahmenbedingungen „vor Ort“ reflektieren.

Wir hoffen, dass wir Ihnen mit dem praxisorientierten Ratgeber eine wirksame Hilfe beim Erkennen und individuellen Fördern von Mathe-Assen im mittleren Schulalter und zugleich für eine potenzialstärkende Breitenförderung im Schulalltag anbieten können. Fühlen Sie sich ermutigt, die Angebote gemäß Ihren Intentionen und Gegebenheiten einzusetzen und zu spezifizieren.

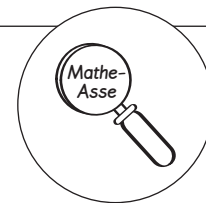
Wir wünschen Ihnen hierbei viel Spaß und gutes Gelingen! Über kritische Fragen oder Anmerkungen würden wir uns genauso wie über Erfahrungsberichte zu gelungenen Erprobungen von Aufgabematerialien sehr freuen.

Ihr Autorenteam

*Friedhelm Käpnick (Hrsg.), Philipp Girard, Vera Körkel, Lea Schreiber und Britta Sjuts*



# 1 Mathematische Begabungen in der Mittelstufe



## 1.1 Was heißt (mathematisch) begabt?

Auf diese Frage erhielten wir von Lehrkräften, die wir im Rahmen der Bund-Länder-Initiative „Leistung macht Schule“<sup>1</sup> befragten, sehr unterschiedliche Antworten.

Mathematisch (hoch-)begabt sei ein Schüler, wenn er ...

- in einem Intelligenztest einen IQ-Wert von mindestens 130 erreicht habe,
- im Mathematikunterricht regelmäßig sehr gute Leistungen zeige und zudem in Klassenarbeiten und als Jahresabschlussnote in Mathematik (fast) immer ein „Sehr gut“ erhalte,
- in mathematischen Wettbewerben (Mathematik-Olympiaden, Känguru-Wettbewerb, ...) erste Plätze belege,
- im Mathematikunterricht mit kreativen Problemlösungen auffalle, ansonsten aber oft Verhaltensauffälligkeiten aufweise,
- eine große Hingabe für das Bearbeiten mathematisch anspruchsvoller Problemaufgaben, für das Entdecken formelmäßiger Zusammenhänge oder für das Entwickeln mathematischer Systeme zeige, zugleich spielerisch leicht mit Zahlen, Formen und Mustern „jongliere“ und raffinierte Lösungsideen als „schön“ oder „cool“ empfinde.



*Inwiefern würden Sie den jeweiligen Antworten warum zustimmen bzw. aus welchen Gründen nicht zustimmen?*

Die Antworten repräsentieren Denkansätze, die auch in der Begabungsforschung vertreten wurden bzw. werden. So entspricht die zuerst genannte Antwort der Definition der klassischen Intelligenzforschung und die in der vorletzten Antwort angesprochenen Verhaltensauffälligkeiten sind tatsächlich in vielen Fallstudien zu hochbegabten Schülerinnen und Schülern festgestellt worden. Sie gelten aber nachweislich nicht für alle besonders Begabten. In der aktuellen Begabungsforschung, die in den letzten 30 Jahren weltweit einen enormen Aufschwung verzeichnen konnte, ist ein breiter Konsens erzielt worden, der die angesprochenen Aspekte aus einer komplex-ganzheitlichen Sicht auf die Begabung eines Kindes bzw. Jugendlichen im Kontext seiner gesamten Persönlichkeitsentwicklung berücksichtigt und wertet. Demgemäß lassen sich folgende Grundpositionen zum Themenkomplex „Begabung“ herausstellen:

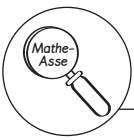


Jedes (gesunde) Kind ist (mathematisch) begabt.

Unter einer „Begabung“ werden heute mehrheitlich die individuellen leistungsbezogenen Potenziale eines Kindes oder eines Jugendlichen verstanden, „also jene Voraussetzungen, die bei

entsprechender Disposition und langfristiger systematischer Anregung, Begleitung und Förderung das Individuum in die Lage versetzen, sinnorientiert und verantwortungsvoll zu handeln und auf

<sup>1</sup> An diesem bisher größten gemeinsamen Bund-Länder-Projekt nehmen insgesamt 300 Grundschulen und weiterführende Schulen der Sekundarstufe I aus allen Bundesländern teil. Hauptziel der ersten Phase (2018–2022) ist es, schulische Strategien, Konzepte und Maßnahmen zur Förderung leistungsstarker und potenziell besonders leistungsfähiger Schüler in den MINT-Fächern, in Deutsch und Englisch zu entwickeln bzw. weiterzuentwickeln. Die Autorinnen und Autoren des Ratgebers unterstützen mehr als 80 Schulen aus 15 Bundesländern bei der Entwicklung begabungsfördernder Konzepte für den regulären Mathematikunterricht, einschließlich der Gestaltung der Übergänge „Kita – Grundschule“ und „Grundschule – weiterführende Schule“.



Gebieten, die in der jeweiligen Kultur als wertvoll erachtet werden, anspruchsvolle Tätigkeiten auszuführen“ (iPEGE 2009, S. 17). Nach diesem Verständnis besitzt jedes Kind eine gewisse (Grund-) Begabung, auch für Mathematik. So hat jedes (gesunde) Kind vorgeburtlich, geburtlich und nachgeburtlich geprägte Zahlen-, Struktur-, Symmetrie- und Orientierungssinne, die die entscheidenden Voraussetzungen für das Erlernen jeglicher mathematischer Kompetenzen sind.



Ein IQ-Test kann keine mathematische Begabung beweisen.

Um die leistungsheterogen sehr verschiedenen Potenziale von Kindern eines Jahrgangs inhaltlich und zugleich qualitativ unterscheiden und begrifflich zuordnen zu können, wird in der Begabungsforschung wie auch in der Schulpraxis das Attribut

„begabt“ zumeist in Bezug auf Kinder mit weit über dem Durchschnitt liegenden Potenzialen bzw. Leistungsstärken verwendet. Hiermit meint man und meinen wir eine „Leistungsspitze“, die etwa 10 bis 20 Prozent aller Kinder eines Jahrgangs umfasst. Damit grenzt sich die heutige Begabungsforschung mehrheitlich von der früheren „Prozentsatz-Definition“ des Begriffs „Hochbegabung“ ab, wonach (nur) auf der Basis der Bestimmung eines Intelligenzquotienten die Zuordnung zu einer kognitiven Hochbegabung vorgenommen wurde. Als quantitatives „Maß“ einer Hochbegabung legte die klassische Intelligenzmessung einen IQ-Wert von mindestens 130 fest (wie in der einleitend genannten ersten Antwort der Lehrkräfte). Einen solchen Wert erreichten jeweils 3 bis 5 Prozent der Kinder eines Jahrgangs – je nach eingesetztem Intelligenztest. Diese Festlegung wird unter den heute führenden Begabungsforschern zum einen als ein „willkürlich“ bestimmtes Maß kritisiert und zum anderen als „zu eng“ angesehen, weil die auf das Messen eines Intelligenzquotienten beschränkte Definition nicht die vielschichtigen fachlichen, metakognitiven, motivationalen und volitionalen Kompetenzen berücksichtigt, die für eine erfolgreiche Bewältigung einer (hohen) Anforderung notwendig sind. Zudem wissen und beachten wir heute, dass eine Begabung auch durch intrapersonale Einflüsse, wie durch erzieherische Einflüsse der Eltern, durch das pädagogische Wirken von Erzieherinnen einer Kita oder durch Lehrkräfte einer Schule, mitgeprägt wird.



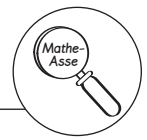
Selbst durch die beste Förderung kann keine Hochbegabung erzeugt werden.

Die Begabung eines Kindes ist in erheblichem Maße vorgeburtlich, geburtlich und nachgeburtlich bestimmt, wobei die nachgeburtliche Phase in etwa das erste halbe Lebensjahr umfasst. Hirnforscher vertreten seit einigen Jahren die Position, dass etwa 70 bis 80 Prozent der Persönlichkeitsmerkmale eines

Menschen in diesem Zeitraum geprägt werden (Roth 2007, S. 30–31). Anders ausgedrückt: Die Umweltabhängigkeit der Intelligenz wird von Roth und anderen bei bis zu 20 IQ-Punkten geschätzt<sup>2</sup> (ebd.). Dies mag auf den ersten Blick auf Lehrkräfte (und Eltern) ernüchternd wirken, da der Spielraum für erzieherische Einflüsse gering erscheint. Aber zunächst bedeutet die Einschätzung von Hirnforschern in Bezug auf die Begabtenförderung (→ Glossar) lediglich, dass es nicht möglich ist, aus jedem Kind selbst bei maximaler Förderung durch Eltern, Kita und Schule einen (mathematisch) Hochbegabten zu „machen“ (was mit einer weit verbreiteten Alltagsmeinung übereinstimmt). Darüber hinaus weist Roth darauf hin, dass bei „genauerem Hinsehen“ die intrapersonale Beeinflussung doch erheblich sein kann. Mit Bezug auf die IQ-Testung verdeutlicht er, dass ein Kind, das mit einem durchschnittlichen IQ-Wert von 100 geboren wird, bei optimaler Förderung zu einem IQ-Wert 115 geführt werden kann (was dem durchschnittlichen IQ-Wert eines deutschen Abiturienten entspricht). Dagegen kann der IQ-Wert unter „miserablen“ Umwelteinflüssen von 100 auf etwa 85 sinken. Somit gilt: Durch ein günstiges „Zusammenspiel“ der vorgeburtlich, geburtlich und nachgeburtlich bestimmten Potenziale und aller fördernden Umwelteinflüsse *kann* sich ein hohes mathemati-

<sup>2</sup> Hirnforschende wie Roth beziehen sich im Unterschied zur Mehrheit der aktuellen Begabungsforscher nach wie vor auf den kritisch eingeschätzten Ansatz der IQ-Definition für Hochbegabung.





schες Potenzial (Kompetenz) zu einer weit überdurchschnittlichen mathematischen Performanz (Leistungsfähigkeit) weiterentwickeln. Die Dynamik einer Begabungsentwicklung kann aber auch Diskontinuitäten einschließen. Wie das Fallbeispiel auf Seite 22 verdeutlicht, treten Hemmnisse oder gar Fehlentwicklungen nicht selten in Phasen markanter Veränderungen von kindlichen Lebenswelten auf – wie in der Phase des Übergangs von der Grundschule in eine weiterführende Schule.



Begabungen beziehen sich auf bestimmte Bereiche.

In der aktuellen Begabungsforschung herrscht Einigkeit darüber, dass Begabungen bereichsspezifisch geprägt sind. Im Münchner Hochbegabungsmodell werden zum Beispiel als bereichsspezifische Begabungen die Domänen Mathematik, Naturwissenschaften, Technik, Informatik/Schach, Kunst (Musik, Malen), Sprachen, Sport und soziale Beziehungen unterschieden (Heller, Perleth, Lim 2005, S. 149). Die Bereichsspezifität schließt aber nicht aus, dass Kinder in mehreren Domänen eine besondere Begabung haben können und dass es zwischen den jeweiligen Begabungen enge wechselseitige Zusammenhänge gibt. Als „überholt“ gilt jedoch die Position der klassischen Intelligenzforschung, wonach eine sehr hohe allgemeine Intelligenz eines Kindes notwendige Voraussetzung für eine spezifische sprachliche oder mathematische Begabung sein muss (vgl. Fallbeispiel Sven, siehe Seite 19).



Mathematische Begabungen sind individuell geprägt.

Mathematische Begabungen können von früher Kindheit an sehr unterschiedlich ausgeprägt sein. Die Heterogenität bezieht sich nicht nur auf verschiedene qualitative Niveaus, von zum Beispiel überdurchschnittlich über hoch bis höchstbegabt (horizontale Heterogenität), sondern auch auf diverse Facetten einer vertikalen Heterogenität (→ Glossar). Hiermit sind etwa verschiedene individuell bevorzugte Problemlösestile, geschlechtsspezifische Besonderheiten, eine Unterscheidung nach besonderen kognitiven und physiologischen Konstellationen bei Kindern oder unterschiedliche Sozialkompetenzen gemeint (vgl. hierzu die Erläuterungen in Kapitel 1.3).



Mathematisch begabte Kinder brauchen spezielle Zuwendung.

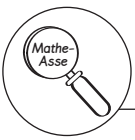
(Mathematisch) begabte Kinder benötigen, wie alle Kinder, Zuwendung und Anerkennung. Das gilt insbesondere, wenn man berücksichtigt, dass besonders begabte Kinder häufig sehr sensibel sind (Mönks, Ypenburg 2000, S. 34–37; Käpnick 1998, S. 267). Dass eine Missachtung dieser Grundposition negative Folgen haben kann, verdeutlichen Svens (siehe Seite 19) und Leos Fallbeispiele (siehe Seite 22). Unsere langjährigen Studien zeigen zudem auf, dass mathematisch besonders begabte Kinder durchaus Probleme oder sogar Defizite im Rechnen, im räumlichen Orientieren oder im sprachlichen Darstellen von mathematischen Sinnzusammenhängen haben können. Demgemäß ist es erforderlich, dass Lehrkräfte auf der Basis einer detaillierten Diagnose diesen Kindern helfen, ihre diesbezüglichen fachmathematischen Defizite zu beheben. Analoges gilt in Bezug auf soziale oder spezifische Probleme in der Persönlichkeitsentwicklung der Kinder.



Viele mathematisch begabte Kinder passen sich an und werden nicht erkannt, es sind „Underachiever“.

Nach unseren Erfahrungen gibt es darüber hinaus viele mathematisch potenziell begabte Schülerinnen und Schüler, die im täglichen Mathematikunterricht zwar unterfordert sind, deren Begabungen aber nicht erkannt werden. Diese in der Begabungsforschung als „Minderleistende“ oder „Underachiever“ bezeichneten Schülerinnen und Schüler opponieren gegen die

aus ihrer Sicht empfundene permanente Stresssituation und spielen „Klassenclown“ oder sie passen sich dem durchschnittlichen Leistungsniveau in ihren Klassen an und geben sich damit offenbar zufrieden. Ihre Leistungspotenziale drohen somit Schritt für Schritt zu verkümmern. Etwa 50 Prozent



der potenziell begabten Kinder eines jeden Jahrgangs sind Underachiever. Experten vermuten einen Teil der Ursachen hierfür schon in Entwicklungen während der ersten Schuljahre (Häuser, Schaar-schmidt 1991, S. 146).



Mathematisch begabte Kinder sind eine Bereicherung für den Unterricht.

Es ist sinnvoll und notwendig, mathematisch begabte Schüler in den regulären Mathematikunterricht umfassend zu integrieren. Zum einen können kleine Matheasse, wie die Beispiele von Max und Lea (siehe Seite 5) belegen, mit ihren hohen Leistungspotenzialen, mit ihren originellen Lösungsideen und

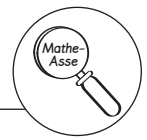
mit ihrer Begeisterung für die „Welt der Zahlen und Formen“ den täglichen Mathematikunterricht inhaltlich bereichern, emotional positiv auf ihre Mitschüler einwirken sowie anderen Kindern konkrete Lernhilfen, zum Beispiel in Form von Lernpatenschaften, geben. Zum anderen ist es unverzichtbar, dass die besonders begabten Kinder reichhaltige Erfahrungen in einer leistungsheterogenen Klasse sammeln, um das „Anderssein“ wie auch das Besondere des eigenen Ichs zu erkennen, zu verstehen und zu akzeptieren.

Über diese allgemeinen Grundpositionen hinaus gilt es zu klären, worin die Bereichsspezifika einer mathematischen Begabung besteht. In der Fachdidaktik hat sich die Auffassung durchgesetzt, dass das Besondere einer mathematischen Begabung nicht mit dem Theorieansatz der allgemeinen Intelligenzforschung bestimmt werden kann – und nur zu einem gewissen Teil mit den prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen der Bildungsstandards und der Mathematiklehrpläne (vgl. hierzu zum Beispiel Käpnick 1998, 2013). Somit stimmen die eingangs dieses Kapitels genannten ersten beiden Antworten nicht mit der mehrheitlichen Auffassung in der aktuellen Begabungsforschung überein. Ebenso eignen sich Ergebnisse von bekannten Schülerwettbewerben, wie vom Bundeswettbewerb „Mathematik“ oder vom „Känguru-Wettbewerb“, nur sehr bedingt für die Diagnose einer mathematischen Begabung, da sich deren Bewertungen von Aufgabenlösungen nur auf Ergebnispunkte beschränken. Die Qualität von kreativen Ideen und die in den individuellen Lösungsprozessen von den Schülern angewendeten vielschichtigen Kompetenzen hingegen werden nicht oder nur indirekt erfasst (Benölken, Käpnick 2017). Zudem widersprechen die meist in Klausurform organisierten Wettbewerbe, bei denen jeder Teilnehmende in einer für alle einheitlich vorgegebenen Zeit allein Aufgaben bearbeitet, dem Wesen mathematisch-produktiven Tuns. Dieses ist vielmehr charakterisiert durch ein stressfreies Erforschen eines mathematischen Problemfeldes in einem Team und unter Nutzung aller Hilfsmittel. Die Kennzeichnung des mathematischen Tuns, was das „Bild von Mathematik“ als Wissenschaft adäquat widerspiegelt und was in der letzten Antwort der Einleitung zu diesem Kapitel angesprochen wurde, wird demgemäß in der aktuellen Begabungsforschung mehrheitlich als Orientierungsbasis für die Kennzeichnung einer mathematischen Begabung genutzt.



„Mathematisch begabt“ ist, wer eine Begabung für mathematisches Tun im Sinne des facettenreichen **Bildes von Mathematik** hat. Es umfasst:

- Suchen, Bestimmen und Lösen von verschiedenartigen zahlentheoretischen, algebraischen, geometrischen, stochastischen etc. Einzelproblemen oder komplexen Problemfeldern
- Entwickeln von Strukturen, Modellen etc. zu diversen Themenfeldern bis hin zum Entwickeln mathematischer Theorien
- spielerischer Umgang mit Zahlen, Formen etc.
- ausgeprägte, spezifische mathematische Ästhetik
- enge Wechselbeziehungen zwischen mathematischen und naturwissenschaftlichen Denk- und Arbeitsweisen (vgl. hierzu Käpnick 1998, S. 53–65)



## 1.2 Modell zur Entwicklung mathematischer Begabungen

Hiervon ausgehend und auf der Basis umfangreicher empirischer Untersuchungen sowie einer stetigen Auseinandersetzung mit eigenen Positionen haben zunächst Käpnick und Fuchs (Käpnick 1998; Fuchs 2006, S. 65–70) in einem längeren Erkenntnisprozess ein Modell zur Entwicklung mathematischer Begabungen im Grundschulalter, speziell für Dritt- und Viertklässler, konzipiert. In nachfolgenden empirischen Studien wurde es von ihnen selbst bestätigt und von anderen Mathematikdidaktikern (u.a. Nolte 2004, Bardy 2007) prinzipiell anerkannt. Wiederum hierauf basierend wurden in den letzten Jahren zwei weitere altersspezifische Modelle entwickelt, und zwar zur Kennzeichnung mathematischer Begabungen im Vorschulalter (Meyer 2015) und im mittleren Schulalter (Sjuts 2017). Letzteres wird im folgenden Kapitel 2 behandelt.

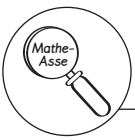
Die wesentlichen Merkmale mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler im mittleren Schulalter kennzeichnet Sjuts in einem Modell (siehe Abbildung 1 auf Seite 15). Ihre Modellierung basiert auf den im Kapitel 1 erläuterten Grundpositionen und verdeutlicht ein komplexes Bedingungsgefüge der bereichsspezifischen Begabungsentwicklung. Die Grundstruktur der drei altersspezifischen Modelle mathematischer Begabungsentwicklung (Vorschul-, Grundschul- und mittleres Schulalter) ist prinzipiell identisch. Diese ergibt sich aus dem dynamischen Charakter kindlicher Begabungsentwicklungen, wonach sich die Potenziale eines Kindes in engen Wechselbeziehungen zwischen fördernden wie auch hemmenden und typprägenden Beeinflussungen durch die Gesamtpersönlichkeit eines Kindes und durch seine soziale Umwelt stetig weiterentwickeln.

*„Potenzialentfaltung erweckt das Wesen des Menschen zum Leben  
und lässt ihn zum Ausdruck bringen, wer er ist.“  
(Verfasser unbekannt)*

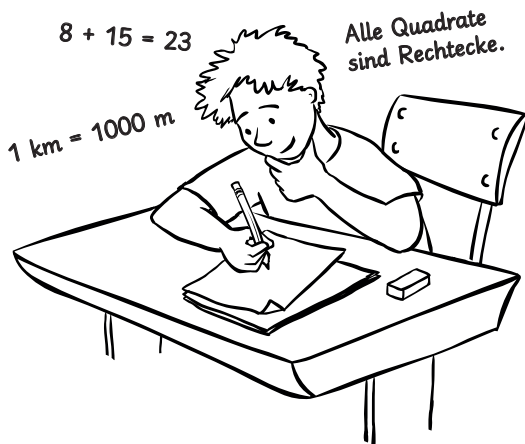
Die Bereichsspezifität der mathematischen Begabungen wird durch die im Zentrum der Modellierungen stehenden mathematikspezifischen Begabungsmerkmale und begabungsstützenden Persönlichkeitseigenschaften gekennzeichnet. Diese Kernkompetenzen weisen, entsprechend der oben genannten Grundpositionen, ein weit über dem Durchschnitt liegendes Niveau auf.

Für das Verständnis des Modells ist zudem zu beachten (vgl. Käpnick 2014, S. 220–224):

- Die Unterscheidung von Kompetenz und Performanz entspricht dem Kompetenzbegriff von Stern (Stern 1998, S. 17–22). Hiermit wird der in der Praxis häufig auftretenden Diskrepanz zwischen hohem Leistungspotenzial und vergleichsweise geringerer „abrufbarer“ Leistungsfähigkeit bei Tests und Ähnlichem Rechnung getragen. Unter Kompetenz wird demgemäß die Verfügbarkeit von Wissen verstanden, mit dessen Hilfe die in einer Situation gestellten Anforderungen erkannt und bewältigt werden können. Vereinfacht ist Kompetenz das, was ein Individuum bezüglich eines Inhaltsbereichs weiß und kann (sein Potenzial). Performanz ist demgegenüber die eingeschränkte Anwendung von Kompetenz (die erfassbare Leistungsfähigkeit). Kompetenzen können somit immer nur aus der direkt erfassbaren Performanz erschlossen werden.



→ Kompetenz = tatsächliches Wissen und Können, Potenzial



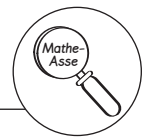
→ Performanz = erfassbare Leistung



- Allgemeine kognitive Fähigkeiten, wie Sprach- und Denkkompetenzen, und persönlichkeitsprägende Eigenschaften, wie Temperament oder das jeweilige Selbstkonzept eines Kindes, beeinflussen das mathematische Begabungsprofil. In neueren Studien der Hirnforschung werden ebenso physische Besonderheiten, wie sprachbezogene Lernstörungen (vgl. das Fallbeispiel von Sven auf Seite 19 und Käpnick 2014, S. 216–218), und Immunschwächen, wie Allergien (Winner 1998, S. 160), im Zusammenhang mit Auffälligkeiten mathematischer Frühbegabung diskutiert. Wenn auch diesbezügliche Verallgemeinerungen derzeit wissenschaftlich nicht haltbar sind, können solche Zusammenhänge erste wichtige Indizien beim Diagnostizieren einer mathematischen Begabung, auch schon im Vorschulalter, sein.
- Im Unterschied zu Definitionen der klassischen Intelligenzforschung, wonach Begabung mit einem Test messbar ist, wird in den hier dargestellten Modellierungen bewusst auf eine eindeutige quantitative Niveaufestlegung verzichtet. Hauptgründe hierfür sind:
  - grundsätzliche Probleme bzw. Grenzen bei einer Messung von mathematischer Fantasie oder mathematischer Sensibilität,
  - die prinzipiellen Probleme einer einmaligen Testung,
  - der hochkomplexe Charakter des Merkmalssystems.Letzteres bedeutet, dass die mathematikspezifischen Begabungsmerkmale und die begabungsstützenden Persönlichkeitseigenschaften in einem Systemzusammenhang stehen. Das heißt, dass sich diese wechselseitig bedingen (und damit kaum oder nicht isoliert beim mathematischen Tun erfasst werden können) und dass sie individuell sehr verschieden ausgeprägt sein können.
- Das Modell wurde konkret für Schülerinnen und Schüler der 5. und 6. Klassen entwickelt (siehe Abbildung 1). Unseres Erachtens gelten die mathematikspezifischen Merkmale, die begabungsstützenden Persönlichkeitseigenschaften sowie auch die inter- und intrapersonalen Einflussfaktoren aber prinzipiell auch für die 7. und 8. Jahrgänge.

Das weit über dem Durchschnitt liegende Niveau der in den Modellen angegebenen mathematikspezifischen Kompetenzen lässt sich exemplarisch anhand einer Indikatoraufgabe verdeutlichen. Dabei geht es um die Kompetenz im Speichern mathematischer Sachverhalte im Arbeitsgedächtnis unter Nutzung erkannter Strukturen. Die Indikatoraufgabe 1 (siehe „Indikatoraufgabentest: Bist du ein Mathe-Ass? (Teil 1)“) erfordert das Einprägen von 16 Zahlen eines 4×4-Zahlenfeldes und deren korrekte Wiedergabe. Dies gelingt aber nur, wenn in

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1  | 14 | 15 | 4  |
| 13 | 2  | 3  | 16 |
| 12 | 7  | 6  | 9  |
| 8  | 11 | 10 | 5  |



der unmittelbaren Phase der Informationsaufnahme intuitiv Zahlenmuster erkannt werden und es dadurch viel weniger als 16, nämlich nur vier Zahlen, zu memorieren gilt.

Neuere Ergebnisse der Neuropsychologie und der Kognitionspsychologie bestätigen zudem nachhaltig – auch in Übereinstimmung mit unseren zahlreichen bisherigen Fallstudien – die Hervorhebung mathematischer Sensibilität und Fantasie als wesentliche bereichsspezifische Merkmale mathematisch begabter Schüler sowohl im mittleren Schulalter als auch in allen anderen Altersbereichen. Eine ausgeprägte mathematische Sensibilität zeigt sich bei mathematisch begabten Schülern (im Unterschied zu weniger begabten Kindern) vor allem

- in ihrer großen Faszination und in ihrem ausgeprägten Gefühl für Zahlen, Zahl- und Rechenbeziehungen sowie für geometrische Muster,
- in intuitiven Phasen beim Problemlösen, die dem spontanen, offenen, teils sprunghaften, an intensive Empfindungen und vielfältige Bildwelten gebundenen Denken dieser Kinder entsprechen (vgl. auch das Fallbeispiel von Sven auf Seite 19).

*„Oft sehe ich die Lösung.  
Manchmal überlege ich auch  
sehr lange und dann ist die Idee  
urplötzlich da.“*

Mathematische Fantasie, als den unseres Erachtens wichtigsten Aspekt kindlicher Kreativität, entwickeln begabte Kinder immer wieder eindrucksvoll, wenn sie spielerisch, offen und ungehemmt mit mathematischen Inhalten umgehen.

Anzumerken ist schließlich, dass das Modell, wie alle Modellierungen, nur eine Vereinfachung der realen Komplexität darstellen (können) und dass in den theoretischen Konstrukten (lediglich) wesentliche Aspekte und Zusammenhänge mathematischer Begabungsentwicklung im mittleren Schulalter relativ undifferenziert hervorgehoben werden. Das Modell hat somit eine Strukturierungs- und Orientierungsfunktion für die Einordnung von inhaltlichen Aspekten und Zusammenhängen zum Themenkomplex „Mathematische Begabungen“.

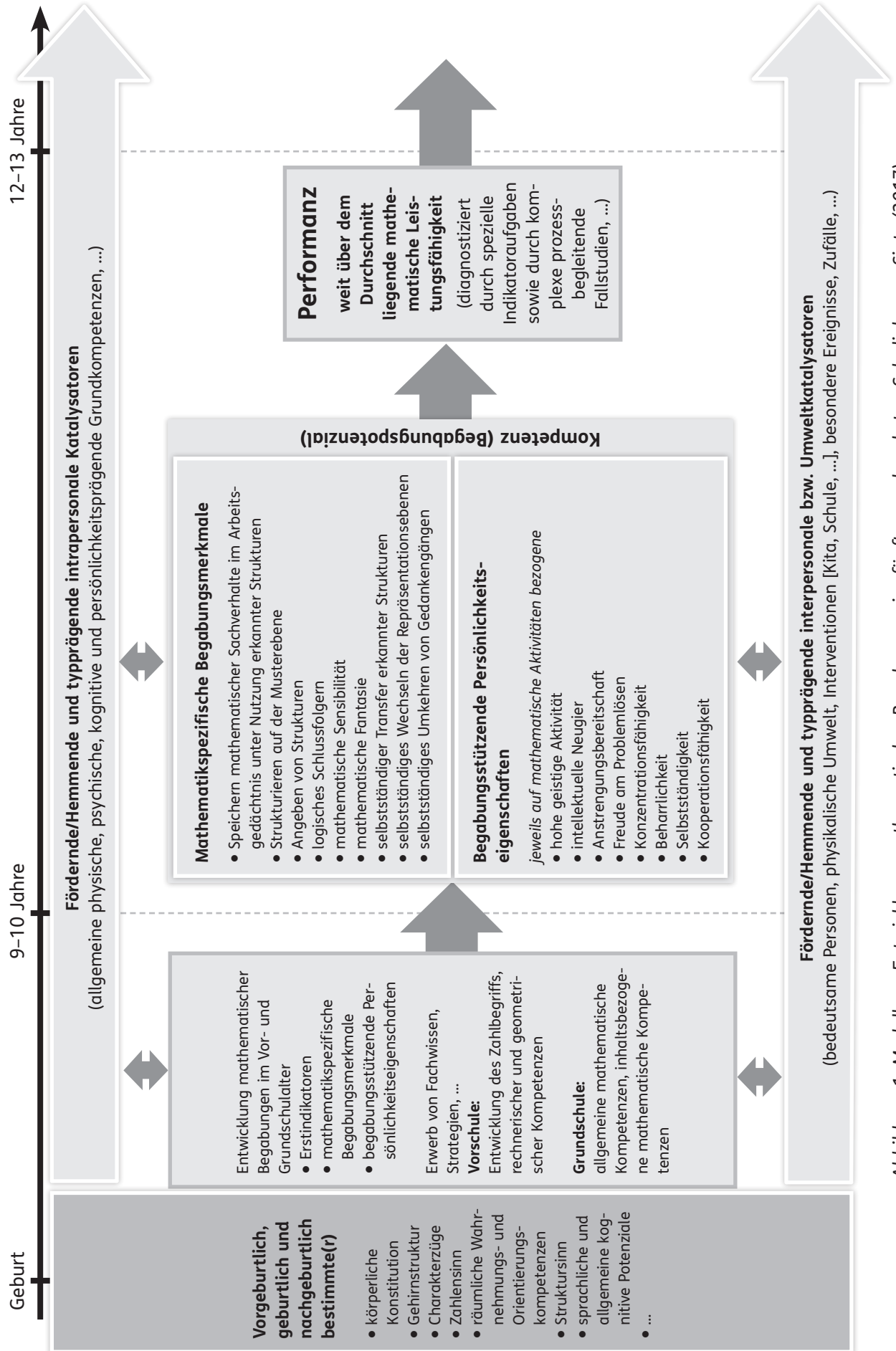
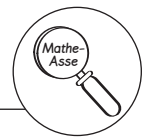


Abbildung 1: Modell zur Entwicklung mathematischer Begabungen im fünften und sechsten Schuljahr von Sijts (2017)



## 1.3 Kriterien für individuelle Ausprägungen von Mathe-Asse in Klasse 5 bis 8

Die im Modell von Sjuts (siehe Abbildung 1) aufgelisteten mathematikspezifischen Begabungsmerkmale wie auch die begabungsstützenden Persönlichkeitseigenschaften und die interpersonalen Einflussfaktoren sind bei den kleinen Mathe-Asse sehr unterschiedlich ausgeprägt. Dadurch lassen sich verschiedene individuelle Ausprägungen mathematischer Begabungen im 5. bis 8. Schuljahr bestimmen, was wiederum sowohl für das Erkennen als auch für das adaptive Fördern der Mathe-Asse wichtig ist.

### 1.3.1 Unterscheidung nach Problemlösestilen

Das Bearbeiten herausfordernder mathematischer Problemaufgaben entspricht in vielerlei Hinsicht dem „Bild von Mathematik“ (siehe Seite 11), das dem Begabungsmodell zugrunde liegt. Fuchs konnte bereits nachweisen, dass mathematisch begabte Dritt- und Viertklässler verschiedene Problemlösestile haben, die im Grundschulalter schon relativ verfestigt sind. Die Art und Weise einer Problembearbeitung wird wesentlich stärker durch die Persönlichkeit eines Kindes als durch andere Einflussfaktoren, wie Inhalt oder die Repräsentationsform einer Problemaufgabe, geprägt. (Fuchs 2006)



#### Was ist ein Problemlösestil?

Der Begriff „Problemlösestil“ umfasst bedeutend mehr als etwa das Anwenden einer heuristischen Strategie. Gemäß einer in der aktuellen Begabungsforschung mehrheitlich vertretenen ganzheitlichen Sicht auf eine „Begabung“ umfasst der Problemlösestil die Art und Weise, wie

- ein Kind ein gegebenes Problem erfasst (*Informationsaufnahme und Analyse des Problems*),
- ein Kind das Problem zu lösen versucht (*Entwicklung von Lösungsansätzen und -strategien, bevorzugte Handlungsebenen beim Problemlösen, spezifischer Denk- und Arbeitsstil beim Problembearbeiten*),
- ein Kind die Lösung der Problemaufgabe darstellt und wie es diese kontrolliert

Der Begriff „Problemlösestil“ schließt motivationale, volitive und weitere allgemeine Persönlichkeitseigenschaften ein (vgl. Käpnick 1998, S. 250; Fuchs 2006, S. 101).

Mathe-Asse im mittleren Schulalter lassen sich daher beim Problembearbeiten wie folgt unterscheiden (Schreiber 2020<sup>3</sup>):

- **Mathe-Asse, die Lösungen blitzschnell intuitiv erahnen bzw. sich intuitiv an eine Lösung herantasten**

Charakteristisch für intuitives Problemlösen ist das blitzschnelle Erfassen des inhaltlichen Kerns einer Problemaufgabe, dann sprunghafte spontane Gedanken, die oft nicht verbal, sondern bild- oder schemenhaft sind, und eine plötzliche Lösungsidee oder Lösung. Demgemäß können intuitive Problemlöser oft auch nicht über ihre Lösungswege verbal reflektieren. Sie sagen vielmehr „Ich kann es nicht erklären. Die Lösung war auf einmal da“ oder „Ich habe die Lösung gleich herausgesehen“. Typisch für die „Erfinder neuer Ideen“ sind zudem ihre große spontane, interessen-

<sup>3</sup> Schreiber untersucht diese Thematik zurzeit im Rahmen ihrer Promotion. Hier wird ihr aktueller Erkenntnisstand zur Unterscheidung von Problemlösestilen bei Mathe-Asse im mittleren Schulalter stark verkürzt und grob zusammengefasst.

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Mathe-Asse in der 5. - 8. Klasse*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

