

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



II.B.22

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Parameterdarstellung von Geraden im \mathbb{R}^2 –
Computerspiele mathematisch betrachtet

Ein Beitrag von Johann Georg Hagedorn



In der Entwicklung von Computerspielen bilden Vektoren das Gerüst für die Grafik und die Beschreibung von Bewegungen. Lassen Sie Ihre Schüler/innen und Schüler erproben, wie diese Anwendungsgebiete in Vektorsprache (Parameterdarstellung von Geraden) mathematisch und medial abgefragt werden können.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	10, 11
Dauer:	1 Unterrichtsstunde (45 Minuten)
Inhalt:	Parameterdarstellung, Geraden, Vektoren, Länge von Vektoren
Komplexion:	Problemlösen (mathematisch) (M1), mathematisch modellieren (M2), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (M3)

II.B.22

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Parameterdarstellung von Geraden im \mathbb{R}^2 – Computerspiele mathematisch betrachtet

Ein Beitrag von Johann-Georg Vogelhuber



© heshphoto/Image Source

In der Entwicklung von Computerspielen bilden Vektoren das Grundgerüst für die Grafik und die Beschreibung von Bewegungen. Lassen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler ausgehend von diesem Anwendungsbeispiel im Unterricht Grundkonzepte wie die vektorielle Parameterdarstellung von Geraden anschaulich und realitätsbezogen erarbeiten und vertiefen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	Sek. II
Dauer:	4 Unterrichtsstunden (Minimalplan 2)
Inhalt:	Parameterdarstellung, Geraden, Vektoren, Länge von Vektoren
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Didaktisch-methodisches Konzept

In dieser Unterrichtsreihe wird die Darstellung von Geraden mithilfe der vektoriellen Parameterform am Beispiel des Videospiel-Klassikers „Pong“ erarbeitet. Dazu modellieren die Schülerinnen und Schüler zunächst die Bewegung des Balls mithilfe von Vektoren, um dann die korrekte Position für den Schläger berechnen zu können.

Um was geht es inhaltlich?

Zur Darstellung von Geraden (im \mathbb{R}^n mit $n \geq 2$) kann die Parameterform der Geradengleichung verwendet werden. Diese Gleichung verwendet einen Ortsvektor (Stützvektor) sowie einen Richtungsvektor zur Beschreibung der Lage und Richtung der Geraden.

Vektoren und Geraden werden häufig in Videospielen verwendet, um Bewegungen zu beschreiben und Kollisionen zu berechnen. Ein einfaches Beispiel dazu ist das Videospiel Pong aus den 1970er-Jahren. Das Spielprinzip von Pong ist sehr einfach gehalten und ähnlich zu Tischtennis. Die Bewegung des Balls lässt sich in diesem Spiel leicht durch eine vektorielle Geradengleichung in Parameterform beschreiben. Mit dieser Gleichung ist es dann möglich, verschiedene Auftreffpunkte und das Abprallen des Balls von Schläger und Bildschirmrand zu berechnen.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Die Unterrichtseinheit orientiert sich an der vollständigen Handlung. Dazu müssen die Schülerinnen und Schüler zunächst eine gegebene Sachsituation analysieren.

Den **Einstieg** in die Einheit und somit in die Lernsituation bildet dabei der Informationstext „Eine Neuauflage des Videospielklassikers Pong“ (**M 1**), der die Sachsituation darlegt und die Eigenschaften des Videospieles erläutert. Es bietet sich an, die gegebenen Informationen zunächst in Einzelarbeit lesen zu lassen, um anschließend die gegebenen Informationen im Plenum zu besprechen und ein gemeinsames Verständnis herzustellen.

Das Spiel steht bereits in mehreren Handy-Apps zur Verfügung. Dies können Sie nutzen, um es auch für Lernende, die das Spiel nicht kennen, greifbarer und anschaulicher zu machen. Um Ihren Schülerinnen und Schülern das Spielprinzip zu verdeutlichen, könnten Sie bspw. den nebenstehenden QR-Code bzw. Link abrufen und dann die ersten acht Sekunden der Demoversion der App „Retro Pong“ abspielen lassen. Über das Zahnrad bzw. „Einstellungen“ können Sie hierbei auch noch die Wiedergabegeschwindigkeit verringern, sodass es für die Lernenden leichter nachzuvollziehen ist. Alternativ können Sie auch die App oder eine ähnliche App herunterladen und bspw. über eine Dokumentenkamera zwei Lernende als Demonstration für die Klasse selbst spielen lassen.

Zur **Erarbeitung** dient das Arbeitsblatt „Analysefragen und Arbeitsauftrag“ (**M 2**). Zur Planung des weiteren Vorgehens bietet es sich an, die Ergebnisse aus der vorherigen Diskussion zunächst mithilfe der Analysefragen zu sammeln und zu strukturieren. Ziel der Analysefragen ist die Erstellung eines gemeinsamen Handlungsplans, mit dessen Hilfe die Schülerinnen und Schüler die erarbeitete Frage in Partner- oder Gruppenarbeit lösen können.

Je nach Leistungsstärke der Lerngruppe ist es sinnvoll, den gemeinsamen Handlungsplan mit den notwendigen Rechenschritten auf der Tafel, dem Whiteboard oder einem Flipchart für alle sichtbar festzuhalten. Zur Entlastung dieser Phase kann die Erarbeitung des Handlungsplans nach dem Handlungsmuster Think-Pair-Share durchgeführt werden. Idealerweise orientiert sich dieser Plan an den „Tipp-Karten“ (**M 3**), sodass die Schülerinnen und Schüler das Hilfematerial leichter nutzen können. Der Plan könnte beispielsweise die folgenden Schritte umfassen:

Demo



<https://raabe.click/Retro-Pong-Demo>

App



<https://raabe.click/Retro-Pong-App>

1. Die Startposition des Balls notieren.
2. Position des Balls nach 0,5 und einer Sekunde berechnen.
3. Allgemeine Formel für die Position des Balls aufstellen.
4. Mithilfe von Schritt 3 berechnen, wann der Ball die x-Koordinate des Schlägers erreicht hat.
5. Auftreffpunkt berechnen.

Notiert man diese Handlungsschritte auf der linken Tafelhälfte, so können die einzelnen Ergebnisse während der Präsentation und Sicherung direkt neben den Handlungsschritten notiert werden.

Nachdem gegebenenfalls die notwendigen Rechenschritte gesammelt wurden, bearbeiten die Schülerinnen und Schüler die Aufgabenstellung entsprechend des Arbeitsauftrags, des Materials **M 2**.

Zur Unterstützung bei der individuellen Bearbeitung der Aufgabe können die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf auf die „Tipp-Karten“ (**M 3**) zurückgreifen, um das Material möglichst selbstständig zu bearbeiten. Die Tipp-Karten enthalten dabei die Zwischenlösung für den entscheidenden Schritt zur Formulierung der Parametergleichung für die Bewegung des Balls. So wird sichergestellt, dass möglichst alle Schülerinnen und Schüler die Aufgabe mit einem selbst erarbeiteten Ergebnis abschließen können.

Je nach Leistungsstärke der Lerngruppe bietet sich eine Bearbeitung in Partnerarbeit oder in Kleingruppen an.

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler enthält das Material **M 2** eine weiterführende Zusatzaufgabe. In dieser Zusatzaufgabe sind die Ausgangsbedingungen für die Spielsituation leicht verändert, sodass komplexere Berechnungen zur Lösung der Aufgabe notwendig werden.



Die **Ergebnissicherung** schließt sich an die individuelle Bearbeitung der Aufgaben an und kann durch Präsentation einzelner Schülerlösungen erfolgen. Sofern möglich, bietet es sich an, zunächst eine unvollständige oder fehlerhafte Lösung zu betrachten. So können typische Fehlerquellen aufgedeckt und die Lerngruppe zu einer kritischen Betrachtung der Ergebnisse angeregt werden.

Ausgehend von der korrigierten bzw. einer vollständigen Lösung kann dann der Begriff der Parametergleichung eingeführt werden. Idealerweise wird dazu die Gleichung, die sich während der Bearbeitung der Aufgabenstellung ergeben hat, zur Erläuterung des Begriffs verwendet. Die Erläuterung des Begriffs kann dabei wie in der nebenstehenden Abbildung erfolgen.

Geradengleichung in Parameterform:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 300 \\ 440 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 60 \\ -40 \end{pmatrix}$$

↖ Ortsvektor ↖ Parameter ↖ Richtungsvektor

Dies kann beispielsweise mithilfe der Ta-

fel oder dem Whiteboard durchgeführt werden. Zur weiteren Sicherung der eingeführten Begriffe bearbeiten die Schülerinnen und Schüler das Arbeitsblatt „Lernprotokoll zu Geradengleichungen“ (**M 4**) in Einzelarbeit. Diese Einzelarbeit kann dabei auch gut als Hausaufgabe durchgeführt werden. Ziel der Bearbeitung des Lernprotokolls ist der weitere Aufbau einer inhaltlichen Vorstellung für den Begriff der Geradengleichung und die Diagnose von eventuellen Fehlvorstellungen. Daher sollten die individuellen Ergebnisse des Lernprotokolls im weiteren Unterrichtsverlauf ausführlich besprochen werden.

Zur **Übung** und Vertiefung wird abschließend das Arbeitsblatt „Mithilfe der Geradengleichung zum Snooker-Weltmeister“ (**M 5**) bearbeitet. Hier müssen Geradengleichungen in einem neuen Kontext zur Beantwortung einer Sachfrage verwendet werden. Das Material umfasst neben kurzen Hilfestellungen eine differenzierende Zusatzaufgabe für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler.



Kahoot!-Quiz

<https://raabe.click/>

[Parameterdarstellung-Kahoot!](#)

Eine abschließende **Lernerfolgskontrolle** kann in spielerischer Form kostenlos und ohne Registrierung mit dem bereitgestellten Kahoot!-Quiz durchgeführt werden. Hierzu muss der nebenstehende Link bzw. QR-Code abgerufen werden.

Was muss bekannt sein?

Die Schülerinnen und Schüler müssen über eine Grundvorstellung für den Vektorbegriff verfügen und müssen sicher mit der Addition von Vektoren und der Skalarmultiplikation umgehen können. Von Vorteil ist dabei, wenn die Schülerinnen und Schüler bereits eine inhaltliche Vorstellung für die Addition und Skalarmultiplikation im \mathbb{R}^2 aufbauen konnten.

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schülerinnen und Schüler

Die Schülerinnen und Schüler

- lösen Probleme mathematisch (**K 2**), indem Sie die Schlägerposition mithilfe einer Vektorgleichung berechnen.
- modellieren mathematisch (**K 3**), indem sie die Flugbahn des Balls im Videospiel Pong mithilfe von Vektoren beschreiben.
- gehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um (**K 5**), indem sie ihren Lösungsweg für das Anwendungsproblem mit mathematischer Formelsprache notieren.

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.	
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Tk = Tipp-Karten, Tx = Info-Text

Einstieg

M 1 (Tx) Eine Neuauflage des Videospiekklassikers Pong

Erarbeitung

M 2 (Ab) Analysefragen und Arbeitsauftrag

M 3 (Tk) Tipp-Karten



Ergebnissicherung

M 4 (Ab) Lernprotokoll zu Geradengleichungen

Übung

M 5 (Ab) Mithilfe der Geradengleichung zum Snooker-Weltmeister

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 11.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Ab) Eine Neuauflage des Videospiekklassikers Pong

M 2 (Ab) Analysefragen und Arbeitsauftrag

M 3 (Tk) Tipp-Karten

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



II.B.22

Lineare Algebra und analytische Geometrie

Parameterdarstellung von Geraden im \mathbb{R}^2 –
Computerspiele mathematisch betrachtet

Ein Beitrag von Johann Georg Hagedorn



In der Entwicklung von Computerspielen bilden Vektoren das Gerüst für die Grafik und die Beschreibung von Bewegungen. Lassen Sie Ihre Schüler/innen und Schüler ergründen, wie diese Anwendungsgebiete in Vektorschreibweise und vektorielle Parameterdarstellung von Geraden anschaulich und medienübergreifend erarbeitet und vertieft werden.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	SII, 9
Dauer:	2 Unterrichtsstunden (45 Minuten à 2)
Inhalt:	Parameterdarstellung, Geraden, Vektoren, Länge von Vektoren
Komplexion:	Probleme mathematisch lösen (M2), mathematisch modellieren (M3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (M5)