

SCHOOL-SCOUT.DE

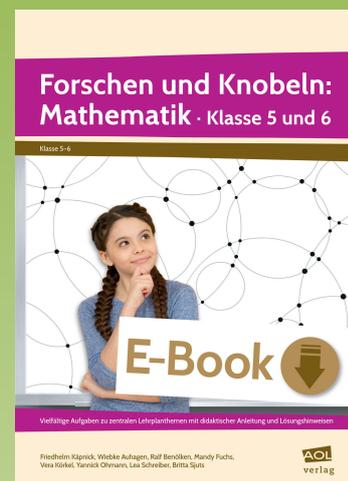
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

*Mathematik: Forschen und Knobeln Klasse 5/6 - Arithmetik,
Geometrie & Co.*

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Inhaltsverzeichnis

Liebe Lehrerin, lieber Lehrer	4
Aufgabenmaterialien für forschendes Lernen im Mathematikunterricht	5
Arithmetik (Zahlen und Zahlbeziehungen, Rechnen und Rechenbeziehungen)	7
Besondere Quersummen	7
Rechnen in anderen „Ländern“	12
Primzahlen erforschen	18
Das Josephus-Problem	25
Geometrie (Formen, Lagebeziehungen, Konstruktionen, ...)	32
Geometrische Zerlegungen	32
Schnittpunkte von Kreisen	36
Diagonalen in Vielecken	42
Sachrechnen und Größen	47
Tier- und Menschenrekorde	47
Kombinatorik, Statistik, Wahrscheinlichkeiten, logische Knocheien	54
Besondere Würfel	54
Nim-Spiele	59
Kleine Knocheien für alle Fälle	65
Rechenknocheien	66
Knocheien mit Bruchzahlen	67
Knobelgeschichten mit Brüchen	68
Eine besondere Rechenmauer	69
Mengenknocheien	70
Das magische Sechseck	71
Streichholzknocheien (I)	72
Streichholzknocheien (II)	73
Rep-Steine	74
Lösungshinweise	75
Literaturverzeichnis	80



GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

Dieses Buch wurde vom BMBF-geförderten Forschungsverbund „Leistung macht Schule“ (Lemas) im Rahmen des gleichnamigen Projekts der gemeinsamen Initiative von Bund und Ländern zur Förderung leistungsstarker und potenziell besonders leistungsfähiger Schülerinnen und Schüler entwickelt. Es soll Lehrerinnen und Lehrer beim Fördern von Potenzialen und Leistungsstärken im regulären Mathematikunterricht unterstützen.

Liebe Lehrerin, lieber Lehrer,

der Grundintention, jedes Kind entsprechend seiner individuellen Potenziale und Bedarfe im Unterricht zu fördern, stimmen Sie sicher zu. Sie wissen aber zugleich, dass die Umsetzung dieses Ziels in der konkreten Unterrichtspraxis angesichts der enormen Heterogenität der Schulkinder in einer Klasse kaum möglich erscheint. Deshalb planen viele Lehrkräfte den Mathematikunterricht meist auf einem mittleren Leistungsniveau und konzentrieren sich darüber hinaus auf die Unterstützung von leistungsschwächeren Kindern (vgl. z.B. Vock u.a., 2020). Mathematisch sehr leistungsstarke bzw. hochbegabte Kinder bleiben sich im Unterricht daher oft selbst überlassen. Dies führt zu einem dazu, dass sich kleine Mathe-Asse schrittweise einem mittleren Leistungsniveau anpassen (was tendenziell vor allem auf Mädchen zutrifft (Benölken, 2011)). Zum anderen stören sie häufig den Unterricht, sie spielen z.B. den Klassenclown, um auf sich aufmerksam zu machen (solche „Hilferufe“ senden vielfach mathematisch begabte Jungen (Käpnick, 1999)) oder sie langweilen sich einfach und beschäftigen sich mit anderen Dingen. Diese zugegebenermaßen sehr grobe und stark vereinfachte Charakterisierung der Schulpraxis ist keinesfalls als „Schuldzuweisung“ gemeint. Ganz im Gegenteil: Wir wollen Ihnen mit einem Set von drei Büchern helfen, im täglichen Unterricht auch die sehr leistungsstarken und besonders begabten Kinder gemäß ihrer Potenziale angemessen zu fördern. Der Leitfaden „*Mathe-Asse in der 5. bis 8. Klasse. Begabungen erkennen und fördern: ein Leitfaden mit Indikatoraufgaben und Beobachtungsbogen*“ (ISBN 978-3-403-10684-5) enthält das für den Schulalltag notwendige theoretische Hintergrundwissen sowie konkrete Empfehlungen für ein differenziertes Erkennen (Diagnostizieren) und allgemeine Orientierungen für ein individuelles Fördern besonderer mathematischer Bega-

bungen im regulären Mathematikunterricht. Die Bände „Forschen und Knobeln: Mathematik“ bieten erprobte Aufgabenmaterialien mit didaktisch-methodischen Empfehlungen für eine individuelle Förderung kleiner Mathe-Asse im regulären Mathematikunterricht der 5. und 6. bzw. der 7. und 8. Klasse.

Dieser Band bietet Ihnen im ersten Teil erprobte Lernarrangements für forschendes Lernen aller SuS im regulären Mathematikunterricht der Klassenstufen 5 und 6. Die Lernarrangements beziehen sich auf alle Hauptinhaltsbereiche des Mathematikunterrichts dieser Klassenstufen und sind jeweils als eine Unterrichtsstunde oder eine Doppelstunde konzipiert.

Die *Kleinen Klobeleien* im zweiten Teil können Sie flexibel auf verschiedene Weise in den Mathematikunterricht integrieren, z. B. als Aufgabenangebot für Ihre Mathe-Asse im Kontext differenzierenden Übens, als offene Aufgaben für alle Kinder im Sinne einer natürlichen Differenzierung oder als Anregung für einen speziellen Forschungsauftrag für einzelne Kinder.

Wir hoffen, dass wir Ihnen mit dieser vielfältigen Aufgabensammlung eine wirksame Hilfe zum individuellen Fördern von Mathe-Assen und zugleich für eine potenzialstärkende Breitenförderung im Schulalltag anbieten können. Wir wünschen Ihnen hierbei viel Spaß und gutes Gelingen! Über kritische Fragen oder Anmerkungen freuen wir uns genauso wie über Ihre Erfahrungsberichte zum Einsatz der Materialien.

Ihr Autorenteam

Friedhelm Käpnick (Hrsg.), Wiebke Auhagen, Ralf Benölken, Mandy Fuchs, Vera Körkel, Yannick Ohmann, Lea Schreiber und Britta Sjuts

Mathe-Asse in der 5. bis 8. Klasse (Bestellnummer 10684)

Begabungen erkennen und fördern: ein Leitfaden mit Indikatoraufgaben und Beobachtungsbogen

Forschen und Knobeln: Mathematik Klasse 5 und 6 (Bestellnummer 10685)

Vielfältige Aufgaben zu zentralen Lehrplanthemen mit didaktischer Anleitung und Lösungshinweisen

Forschen und Knobeln: Mathematik Klasse 7 und 8 (Bestellnummer 10686)

Vielfältige Aufgaben zu zentralen Lehrplanthemen mit didaktischer Anleitung und Lösungshinweisen

Aufgabenmaterialien für forschendes Lernen im Mathematikunterricht

Die Aufgabenmaterialien in diesem Abschnitt sind als ganze Unterrichtsstunden bzw. Doppelstunden für alle Kinder einer Klasse konzipiert. Die auf „Standardthemen“ der Lehrpläne bezogenen Aufgaben sind für die 5. und 6. Klasse vorgesehen, sie lassen sich aber teilweise (ggf. angepasst) auch in der 7. und 8. Klasse nutzen. Wir haben die Aufgabenmaterialien entsprechend den schulischen Hauptinhaltsbereichen strukturiert.

- Arithmetik (Zahlen und Zahlbeziehungen, Rechnen und Rechenbeziehungen)
- Geometrie (Formen, Lagebeziehungen, Konstruktionen, ...)
- Sachrechnen und Größen
- Kombinatorik, Statistik, Wahrscheinlichkeiten, logische Knobelien

Mit allen Aufgaben werden die prozessbezogenen Kompetenzen aus den Bildungsstandards angesprochen und gefördert. Eine Übersicht darüber, welche Kompetenzen durch welche Aufgaben abgedeckt werden, finden Sie auf der folgenden Seite.

Die didaktisch-methodische Aufbereitung aller Aufgabenmaterialien basiert auf der Leitidee des aktiv entdeckenden bzw. forschenden Lernens und auf der hiermit verbundenen natürlichen Differenzierung vom Kind und vom Fach aus. Das bedeutet, dass die Aufgaben spannende mathematische Themen aufgreifen, somit die Neugier aller Kinder wecken und sie zum kreativ spielerischen und entdeckenden Lernen motivieren. Dies ist dadurch gewährleistet, dass alle, auch leistungsschwächere Kinder, zumindest die Einstiegsaufgaben oder Teile der offenen Aufgaben erfolgreich bearbeiten können. Dass solche Forscherstunden sehr erfolgreich in den regulären Unterricht integriert werden können, belegen unsere einschlägigen Erfahrungen im LemaS-Projekt. Die vorher oft skeptischen Lehrkräfte erfuhren beim Einsatz der Aufgaben, dass das forschende Lernen nicht nur besonders begabte, sondern prinzipiell alle Kinder motiviert und den Mathematikunterricht sowohl inhaltlich als auch methodisch bereichert. Das Feedback einer Schülerin aus einer Gesamtschule in Aachen belegt diese Einschätzung:

„Es macht Spaß und man lernt, wie viel man kann!“

Beim Einsatz der Forscheraufgaben ist aus didaktisch-methodischer Sicht wichtig: Jedes Kind kann die offenen Aufgaben entsprechend seinen Voraussetzungen bearbeiten und dabei selbst bestimmen, welche Lösungswege es geht und wie es seine Ergebnisse darstellt. Sie können in Abhängigkeit von Ihren Intentionen sowie den konkreten Rahmenbedingungen den Einsatz der Materialien anpassen. So können Sie beispielsweise die vorgegebenen Aufgaben vom Umfang her reduzieren oder Aufgabentexte und grafische Darstellungen vom Schwierigkeitsgrad her ändern und auf diese Weise den konkreten Lernniveau aus der Kinder anpassen. Hierzu könnten Sie ggf. Zahlen bzw. Größenangaben ändern, Zusatzinformationen ergänzen, Sachtexte an regionale Kontexte anpassen oder Texte kürzen.

Zu jedem Aufgabenfeld gibt es für Sie als Lehrkraft eine Übersichtsseite, der Sie Informationen wie inhaltliche Schwerpunkte, benötigte Materialien und Empfehlungen zum Ablauf entnehmen können. Es folgen die Kopiervorlagen für die Lernenden sowie eine Tippseite mit konkreten Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben. Die Tippseiten sind so gestaltet, dass Sie z. B. zwischen zwei leere Seiten in eine Klarsicht-hülle gesteckt werden können und so von den Kindern stückweise herausgezogen werden können. Auf diese Weise sehen die Kinder immer nur den nächsten Tipp und es wird ihnen nicht zu viel vorgegeben. In diesem Sinne verstehen wir das Nutzen der Tippkarten als „Hilfen zur Selbsthilfe“ für die Kinder und als Möglichkeit, die Selbstkompetenzen von Lernenden zu fördern.

Die Lösungshinweise bieten Lösungen und Vorschläge für Lösungswege und werden an vielen Stellen durch authentische Schülerlösungen ergänzt, die wir durch die Erprobung des Materials erhalten haben. Wie Sie jedoch wissen, kann man Unterricht nicht auf dem „Reißbrett“ planen und durchführen. Insofern sollten Sie beim Einsatz der Aufgaben der eigendynamischen Entwicklung von Lernprozessen einen ausreichenden Spielraum lassen – ganz im Sinne des mathematisch-produktiven Tätigseins.

Anmerkung:

Die in diesem Kapitel verwendeten Informationen zu Mathematikern und zu bekannten Sätzen der Mathematik entnehmen wir aus dem Lexikon der Mathematik (Bd. 1–6) (2001).

Bezüge zu den Bildungsstandards

Förderung von Kompetenzen im ...	Besondere Quersummen	Rechnen in anderen „Ländern“	Primzahlen erforschen	Das Josephus-Problem	Geometrische Zerlegungen	Schnittpunkte von Kreisen	Diagonalen in Vielecken	Tier- und Menschenrekorde	Besondere Würfel	Nim-Spiele
... Problemlösen	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
... mathematischen Argumentieren	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
... Kommunizieren	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
... Modellieren (Erkennen von und flexibles Nutzen erkannter Strukturen)	X					X		X	X	
... Operieren mit mathematischen Objekten		X	X							
... Verwenden mathematischer Darstellungen		X	X		X	X	X	X	X	
... Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik				X				X		
... Erkennen und Nutzen von heuristischen Strategien		X	X	X				X		X
Sprachförderung durch das Kommunizieren über Lösungsstrategien	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Besondere Quersummen

Klassenstufen: 5–6

Mathematische Leitidee: Zahl

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Erkunden von Beziehungen zwischen natürlichen Zahlen und ihren Quersummen, dabei flexibles Anwenden von Rechenkompetenzen
- problemorientiertes Üben der Teilbarkeitsregeln
- Anwenden effektiver heuristischer Strategien (systematisches Probieren, Untersuchen von Sonderfällen, Transfer erkannter Strukturen, ...)
- Beschreiben und Vergleichen verschiedener Lösungswege sowie korrektes Begründen von Lösungen (durch vollständige Fallunterscheidung, ggf. auch mithilfe von Variablen)

Lernmaterialien:

- Kopiervorlagen 1 und 2
- Tippseite
- Ziffernkarten, ggf. leere Stellenwerttafeln
- ggf. Taschenrechner für jedes Kind

Zeit: 90 Minuten

Empfehlungen zum Ablauf:

Phase	Inhalt	Sozialform/Material
Einstieg 20–25 min	<p>Die L erfragt, was die SuS bereits über den Begriff „Quersumme“ und seine Bedeutung für die Teilbarkeit von Zahlen wissen (Quersummenregeln für die Teilbarkeit durch 3 und 9, ggf. auch durch 11, hierbei sollten die Teilbarkeitsregeln auch auf einige konkrete Zahlenbeispiele angewendet werden.).</p> <p>Die L zeigt, dass es neben den Teilbarkeitsregeln noch andere interessante Zahlbeziehungen mit Quersummen gibt, und stellt folgendes Einstiegsproblem (ggf. mithilfe von Ziffernkarten) vor: <i>Aus den Ziffern 1 und 2 kann man die Zahl 21 bilden. Ihre Quersumme ist 3 und man erkennt schnell, dass 21 das Siebenfache ihrer Quersumme ist. Für welche zweistelligen Zahlen gilt auch, dass sie das Siebenfache ihrer Quersumme sind?</i></p> <p>Die SuS bearbeiten das Einstiegsproblem.</p> <p>Einige SuS stellen Lösungswege und Ergebnisse vor (viele Kinder ermitteln vor allem durch systematisches Probieren oder durch intuitives Vermuten die weiteren Lösungszahlen: 42, 63 und 84).</p> <p>Die L und die SuS erarbeiten gemeinsam, dass alle Lösungszahlen aufeinanderfolgende Vielfache von 21 sind.</p> <p>Die L stellt Aufgaben für die Forscherphase vor.</p>	<p>Plenum</p> <p>ggf. Ziffernkarten</p> <p>Einzel-/Partner-/ Gruppenarbeit</p> <p>KV 1 und 2</p>
Forscherphase 40 min	<p>Die SuS bearbeiten die Aufgaben selbstständig und bestimmen selbst über die Nutzung von Hilfsmitteln, die Wahl und Darstellung von Lösungswegen, sowie die soziale Lernform.</p>	<p>Einzel-/Partner-/ Gruppenarbeit</p> <p>KV 1 und 2</p> <p>ggf. Tippseite</p>
Auswertung 20 min	<p>Einige SuS präsentieren ihre Ergebnisse an der Tafel oder auf ihren KV. Dabei sollten sie auch ihre jeweiligen Vorgehensweisen beschreiben.</p> <p>Die L könnte ggf. ergänzend den Lösungsweg mithilfe von Variablen (vgl. Lösungshinweise) vorstellen.</p>	<p>Plenum</p>

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

*Mathematik: Forschen und Knobeln Klasse 5/6 - Arithmetik,
Geometrie & Co.*

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

