SCHOOL-SCOUT.DE

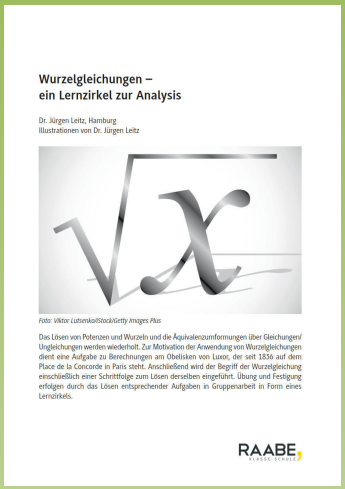
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Wurzelgleichungen - ein Lernzirkel zur Analysis

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Wurzelgleichungen –
ein Lernzirkel zur Analysis

Dr. Jürgen Leitz, Hamburg
Illustrationen von Dr. Jürgen Leitz

Foto: Viktor Lutsenko/iStock/Getty Images Plus

Das Lösen von Potenzen und Wurzeln und die Äquivalenzumformungen über Gleichungen/Ungleichungen werden wiederholt. Zur Motivation der Anwendung von Wurzelgleichungen dient eine Aufgabe zu Berechnungen am Obelisken von Luxor, der seit 1836 auf dem Place de la Concorde in Paris steht. Anschließend wird der Begriff der Wurzelgleichung einschließlich einer Schrittfolge zum Lösen derselben eingeführt. Übung und Festigung erfolgen durch das Lösen entsprechender Aufgaben in Gruppenarbeit in Form eines Lernzirkels.

RAABE, KLASSE SCHULE

© Copyright school-scout.de / e-learning-academy AG – Urheberrechtshinweis
Alle Inhalte dieser Material-Vorschau sind urheberrechtlich geschützt. Das Urheberrecht liegt, soweit nicht ausdrücklich anders gekennzeichnet, bei school-scout.de / e-learning-academy AG. Wer diese Vorschauseiten unerlaubt kopiert oder verbreitet, macht sich gem. §§ 106 ff UrhG strafbar.

Wurzelgleichungen – ein Lernzirkel zur Analysis

Dr. Jürgen Leitz, Hamburg
Illustrationen von Dr. Jürgen Leitz

Foto: Viktor Lutsenko/iStock/Getty Images Plus

Das Lösen von Potenzen und Wurzeln und die Äquivalenzumformungen über Gleichungen/Ungleichungen werden wiederholt. Zur Motivation der Anwendung von Wurzelgleichungen dient eine Aufgabe zu Berechnungen am Obelisken von Luxor, der seit 1836 auf dem Place de la Concorde in Paris steht. Anschließend wird der Begriff der Wurzelgleichung einschließlich einer Schrittfolge zum Lösen derselben eingeführt. Übung und Festigung erfolgen durch das Lösen entsprechender Aufgaben in Gruppenarbeit in Form eines Lernzirkels.

RAABE, KLASSE SCHULE

Wurzelgleichungen – ein Lernzirkel zur Analysis

Dr. Jürgen Leitz, Hamburg
Illustrationen von Dr. Jürgen Leitz

Hinweise 1

M 1 Infoblatt 1: Rechnen mit Potenzen und Wurzeln 3

M 2 Potenzen und Wurzeln – frischen Sie Ihr Wissen auf! 4

M 3 Infoblatt 2: Terme und Gleichungen 5

M 4 Gleichungen/Ungleichungen – Lückentext 6

M 5 Lösen von Gleichungen und Ungleichungen – Aufgaben 8

M 6 Der Obelisk in Paris – Anwendung von Wurzelgleichungen 9

M 7 Kuriositäten – kaum zu glauben und falsch! 11

M 8 Infoblatt 3: Wurzelgleichungen 12

M 9 Wurzelgleichungen – Aufgaben 13

M 10 Lernzirkel 13

M 11 Tippkarten 15

Lösungen 21

© RAABE 2021

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
Ab = Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Potenz– und Wurzelgesetze	M1, M2	Ab
Terme und Gleichungen bzw. Ungleichungen	M3–M5	Ab
Sachaufgabe zu Wurzelgleichungen – Obelisk in Paris	M6	Ab
Kuriositäten	M7	Ab
Wurzelgleichungen und Lösungsverfahren	M8, M9	Ab
Lernzirkel	M10	Ab

© RAABE 2021

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Kompetenzprofil:

Inhalt: Äquivalenzrelation, Definitionsbereich, Fallunterscheidung, Exponentialfunktion, ganzrationale Funktion, Potenzfunktion, Wurzelfunktion, Potenzgesetze, Wurzelgesetze, Gleichung, Ungleichung, Pyramide, Pyramidion, Pyramidenstumpf, Obelisk

Medien: GTR/CAS, GeoGebra, OHP

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), Kommunizieren (K6)

Hinweise

Vorbemerkungen

Eine Gleichung, in der die Variable unter einer Wurzel steht, nennt man eine Wurzelgleichung. Deren Lösung folgt in der Regel einem strengen Rezept, das die Schüler lernen und üben können. Elementar sind dabei die Definitionsmenge, das Isolieren der Wurzel, das Potenzieren und schließlich das Durchführen der Kontrolle (Probe), bevor die Lösungsmenge der Gleichung angegeben werden kann.

In der Mathematik, Physik, Technik und bei Bauwerken gibt es zahlreiche Anwendungen, die mithilfe von Wurzelgleichungen gelöst werden können.

Beispiele:

1. Für das Volumen eines Pyramidenstumpfes mit Höhe h, Grundfläche A_G und Deckfläche A_D gilt:
   $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(A_G + \sqrt{A_G + A_D} + A_D\right).$
   Wenn A_G oder A_D zu bestimmen sind, muss die Wurzelgleichung gelöst werden.
2. Das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz beim waagerechten Wurf lautet:
   $v = \sqrt{v_0^{\,2} + g^2 \cdot t^2}.$
   Dabei bezeichnet v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, g die (Erd-)Beschleunigung und t die Zeit. Ist v_0 oder t gesucht, muss die Wurzelgleichung gelöst werden.

© RAABE 2021

Didaktik und Methodik

Die Unterrichtseinheit ist für etwa sieben Unterrichtsstunden vorgesehen. In der ersten Doppelstunde wiederholen die Lernenden Kenntnisse über Gleichungen und festigen das Rechnen mit Potenzen und Wurzeln in arbeitsteiliger Gruppenarbeit. Mithilfe zweier Arbeitsblätter in Form eines Lückentextes frischen sie ihr Wissen zu Äquivalenzumformungen für Gleichungen und Ungleichungen auf. Die Lösungen dieser beiden Arbeitsblätter können die Schüler auch als Info-Blätter verwenden. Danach vermitteln Sie den Begriff der Wurzelgleichung und eine Schrittfolge zum Lösen von Wurzelgleichungen.

Zur Motivation der Anwendung von Wurzelgleichungen dient eine Aufgabe zu Berechnungen am Obelisken von Luxor, der seit 1836 auf dem Place de la Concorde in Paris steht. Dass ein Nichtbeachten der Umformungsregeln bei Wurzelgleichungen (z. B. Fallunterscheidungen) zu kuriosen Ergebnissen führen kann, zeigt der Mücke-Elefant-Vergleich (Kuriositäten).
Übung und Festigung erfolgen durch das Lösen entsprechender Aufgaben in Gruppenarbeit in Form eines Lernzirkels, der aus vier Stationen (optional Station 5) besteht und von jeder Lerngruppe zu durchlaufen ist. Die Schüler arbeiten in Kleingruppen von maximal drei bis vier Schülern.

Jede Station besteht aus drei Aufgaben.

Der Lernzirkel sieht vor, dass jede Kleingruppe eine Station pro Unterrichtsstunde durchläuft. Je nach Leistungsstärke der Schüler kann diese Zeit verkürzt werden. Aufgaben, die nicht geschafft werden, sind zu Hause fertigzustellen. Mithilfe von Tippkarten können Sie Hinweise zum Lösen jeder Aufgabe geben, ohne dabei die Lösung selbst vorwegzunehmen. Die Schüler können hier nachlesen, wenn sie nicht wissen, wie sie mit der Lösung einer Aufgabe beginnen sollen. Zu manchen Aufgaben gibt es mehrere Hinweise und Tipps. Lassen Sie die Schüler nach dem Lesen eines Tipps nochmals nachdenken, ob sie nun einen Lösungsweg finden, bevor Sie ihnen den nächsten Tipp zukommen lassen. Ausführliche Lösungen der Aufgaben liegen am Lehrertisch aus, sodass die Schüler ihre Ergebnisse nach Beendigung einer Station überprüfen können.

© RAABE 2021

Lernvoraussetzungen

- Potenz– und Wurzelgesetze
- Rechnen mit Potenzen und Wurzeln
- Begriffe Gleichung/Ungleichung
- Gleichungsarten und äquivalente Umformungsregeln
- Definitionsbereich von Wurzeln
- Lösungsmenge einfacher Wurzelgleichungen

M 1 Infoblatt 1: Rechnen mit Potenzen und Wurzeln

Potenzregeln

$a,b \in \mathbb{R}; a,b \neq 0$ und $m,n \in \mathbb{Z}$

Formel	Bedeutung
$a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n,\ n \in \mathbb{N}$	Potenz a^n : n Faktoren a
$a^0 = 1$	Potenz mit dem Exponenten 0
$a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$	Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis
$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$	Potenzieren einer Potenz
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	Multiplikation von Potenzen mit gleichem Exponenten
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Potenz mit negativem Exponenten
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	Division von Potenzen mit gleicher Basis
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a},\ n \neq 0$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m,\ n \neq 0$	Potenzen mit gebrochenem Exponenten sind Wurzeln

Wurzelgesetze

$a,b \in \mathbb{R};\ a,b \geq 0$ und $m,n \in \mathbb{N};\ m,n \geq 1$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} \quad \sqrt[n \cdot m]{a}$$

© RAABE 2021

M 2 Potenzen und Wurzeln – frischen Sie Ihr Wissen auf!

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie die folgenden Terme.

a) $5x^3 - 2x^2 + 3x - 2x^3 + 5x^2 - 6x$

b) $-x^3 - 3 \cdot (x^5 + x^2 + x + 6)$

c) $\frac{3x^{-3}}{6x^{-4}} \cdot \frac{6x^{-3}}{2x^0}$

d) $\frac{5x^0}{2x^{-3}} \cdot \frac{2x^{-2}}{8x^0}$

Aufgabe 2

Berechnen und vergleichen Sie die Werte der beiden Terme.

a) $x = \left(5^2\right)^3$ und $y = -\left(-5^3\right)$

b) $x = \left(2^4 \cdot 4^2\right)^2$ und $y = \left(\left(\sqrt{4}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^4\right)^2$

c) $x = -2 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2$ und $y = \left(-2 \cdot \sqrt{3}\right)^2$

d) $x = \sqrt{2} \cdot \left(3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}\right)$ und $y = \frac{3 \cdot \sqrt{3a} + 4 \cdot \sqrt{27a}}{\sqrt{3a}}$

© RAABE 2021

SCHOOL-SCOUT.DE

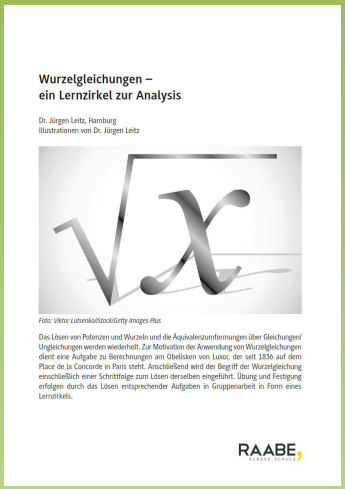
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Wurzelgleichungen - ein Lernzirkel zur Analysis

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Wurzelgleichungen –
ein Lernzirkel zur Analysis

Dr. Jürgen Leitz, Hamburg
Illustrationen von Dr. Jürgen Leitz

Foto: Viktor Lutsenko/iStock/Getty Images Plus

Das Lösen von Potenzen und Wurzeln und die Äquivalenzumformungen über Gleichungen/Ungleichungen werden wiederholt. Zur Motivation der Anwendung von Wurzelgleichungen dient eine Aufgabe zu Berechnungen am Obelisken von Luxor, der seit 1836 auf dem Place de la Concorde in Paris steht. Anschließend wird der Begriff der Wurzelgleichung einschließlich einer Schrittfolge zum Lösen derselben eingeführt. Übung und Festigung erfolgen durch das Lösen entsprechender Aufgaben in Gruppenarbeit in Form eines Lernzirkels.

RAABE, KLASSE SCHULE

© Copyright school-scout.de / e-learning-academy AG – Urheberrechtshinweis
Alle Inhalte dieser Material-Vorschau sind urheberrechtlich geschützt. Das Urheberrecht liegt, soweit nicht ausdrücklich anders gekennzeichnet, bei school-scout.de / e-learning-academy AG. Wer diese Vorschauseiten unerlaubt kopiert oder verbreitet, macht sich gem. §§ 106 ff UrhG strafbar.