

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Analysis - Das Newtonverfahren zur Nullstellenbestimmung

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



II.A.34

Analysis

**Das Newtonverfahren zur
Nullstellenbestimmung –
Klimaneutralität in Deutschland?**

Ein Beitrag von Stefan-Gregor Kogelhuber



Das Newtonverfahren führt bei einem numerischen Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen von
effizienteren Funktionen. Im Unterricht kann dieses Verfahren gut mit einer Modellkurve
illustrativ angereicht werden. Auf dem Kasten können digitale Computerprogramme in Verbindung mit
mathematischen Inhalten nutzbar und vertieft werden. Der Beitrag baut auf einer langjährig
erprobten Vorlesung mit Bezug zur US-Strategie in Deutschland auf, sodass ein handlungs- und
problemorientiertes Lernen gezielt gefördert werden kann.

KOMPETENZPROFIL:

Stufe: 11-13

Bezug: 2-4. Unterrichtsstunden

Komplexion: mathematisch (Klassenstufe 11), mathematisch methodisch
(KCL) mit den sprachlichen, formalen und schvischen Elementen
des Mathematikunterrichts (MCD)

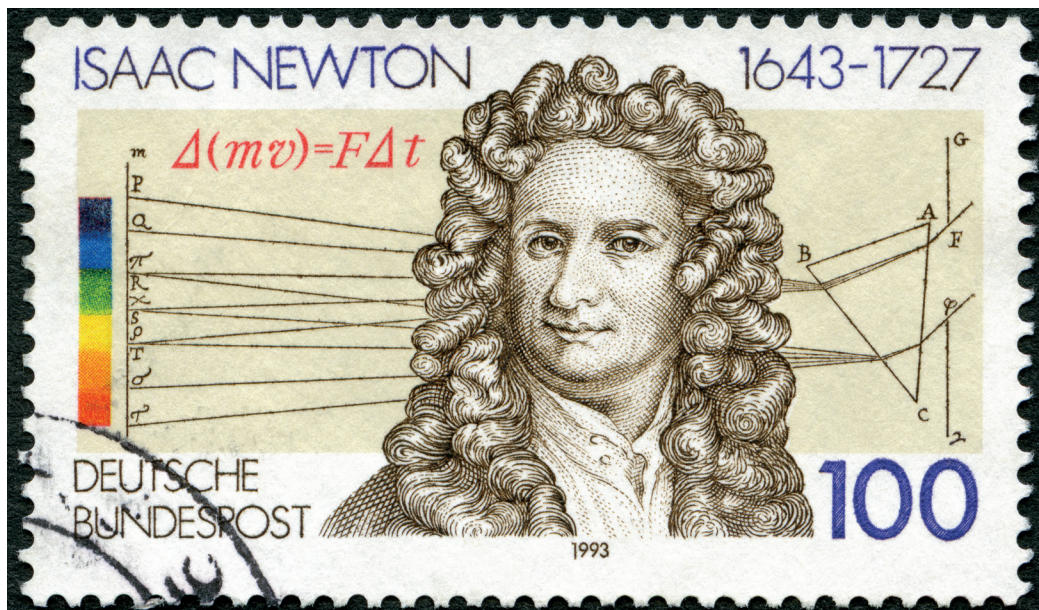
Zusatzmaterialien: Excel-Dateien

II.A.34

Analysis

Das Newtonverfahren zur Nullstellenbestimmung – Klimaneutralität in Deutschland?

Ein Beitrag von Johann-Georg Vogelhuber



Das Newtonnäherungsverfahren ist ein numerisches Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen von differenzierbaren Funktionen. Im Unterricht kann dieses Verfahren gut mit einer Tabellenkalkulationssoftware umgesetzt werden. Auf diese Weise können digitale Kompetenzen in Verbindung mit mathematischen Inhalten aufgebaut und vertieft werden. Der Beitrag baut auf einer beispielhaften Anwendungssituation mit Bezug zur CO₂-Emission in Deutschland auf, sodass ein handlungs- und problemorientierter Unterricht gestaltet werden kann.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11–13
Dauer:	2–4 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	mathematisch Probleme lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
Zusatzmaterialien:	Excel-Dateien

Didaktisch-methodisches Konzept

In dieser Unterrichtsreihe wird das Newtonnäherungsverfahren zur Lösung einer realitätsbezogenen Anwendungsaufgabe als numerisches Werkzeug eingesetzt. Die ganzrationale Funktion in der Anwendungssituation ist dabei so gestaltet, dass die Nullstellenbestimmung mit den bekannten Verfahren, bspw. der pq-Formel oder der Polynomdivision, nur mit großem Aufwand möglich ist. Aus dieser Anforderungssituation heraus ergibt sich die Notwendigkeit, ein weiteres Verfahren zur Nullstellenbestimmung zu betrachten.

Um was geht es inhaltlich?

Das Newtonverfahren ermöglicht eine näherungsweise Bestimmung von Nullstellen von reellen Funktionen. Die Annäherung wird iterativ mithilfe der ersten Ableitung ermittelt. Durch Wiederholung des Verfahrens wird die Näherungslösung für eine Nullstelle immer weiter verbessert. Diese Berechnungen lassen sich gut mit einer Tabellenkalkulation automatisieren.

Als Anwendung wird der CO_2 -Ausstoß der Bundesrepublik Deutschland modelliert mit der Frage, in welchem Jahr die Klimaneutralität erreicht wird. Dazu muss die Nullstelle einer ganzrationalen Funktion vierten Grades bestimmt werden. Eine näherungsweise Bestimmung des Jahres reicht dabei zur Beantwortung der Fragestellung aus.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Den **Einstieg** in die Einheit bildet ein Informationstext zu den CO_2 -Emissionen in Deutschland (**M 1**). Ausgehend von der Frage nach dem Zeitpunkt der Klimaneutralität erkennen die Schülerinnen und Schüler bei der Modellbildung die Notwendigkeit eines weiteren Verfahrens zur Nullstellenbestimmung. Dazu wird zunächst gemeinsam die Situation mit den vorgegebenen Fragen analysiert und mögliche Schwierigkeiten auf dem Lösungsweg thematisiert. Nach Analyse der Situation kann man mit den Schülerinnen und Schülern optional eine Vereinbarung über das zu erstellende Handlungsprodukt treffen. Dabei könnte die Ausgangsfrage beispielsweise in Form eines Gutachtens oder eines Plakats ausgearbeitet werden.

Erklärvideo



Link:

<https://raabe.click/ma-newton>

Die **Erarbeitung** der grundlegenden Idee des Newtonverfahren erfolgt durch die Schülerinnen und Schüler selbstständig mit Hilfe des Informationstextes (**M 2**). Als Ergänzung oder zur Veranschaulichung des Verfahrens können die Schülerinnen und Schüler sich das Youtube-Erklärvideo anschauen, zu dem man über den verlinkten QR-Code bzw. Short-Link gelangt. Am Ende des Infotextes befinden sich zwei Aufgaben zum Verständnis des Verfahrens. Diese beiden Aufgaben sollten die Schülerinnen und Schüler zunächst in Einzelarbeit oder nach dem Handlungsmuster Think-Pair-Share bearbeiten. Die Besprechung der Schülerlösungen bietet dann im Unterricht die Gelegenheit, das Verfahren noch einmal vollständig durchzusprechen.



CD 81

Im folgenden Unterrichtsverlauf setzen die Schülerinnen und Schüler das Verfahren mit Excel um. Dazu erhalten sie das Informationsblatt „Beispiel zur Umsetzung des Newtonverfahrens mit Excel“ (**M 3**), an dem sie sich folgend orientieren können, sowie eine Excel-Vorlage (siehe CD 81, Datei „M4 Newton Excel Vorlage.xlsx“), die vervollständigt werden muss. Hierfür muss den Lernenden ein Computer- bzw. Laptopzugang gewährleistet und ihnen die Datei zur Verfügung gestellt werden. Die Anleitung zur Vervollständigung findet sich mit in der Excel-Vorlagedatei.

Alternativ kann den Schülerinnen und Schülern auch die vervollständigte Excel-Datei zur Verfügung gestellt werden. Dies bietet sich insbesondere an, wenn wenig Unterrichtszeit eingeplant ist oder aber die notwendigen Grundkenntnisse zur Formelbearbeitung fehlen.



Eine **Ergebnissicherung** in Form eines Gutachtens wird in Aufgabe 3 des Arbeitsblatts „Umsetzung des Newtonverfahrens mit Excel“ (**M 4**) als mögliche Ausarbeitung der Ergebnisse angeboten. Im Falle einer abweichenden Vereinbarung mit den Schülerinnen und Schülern kann diese Aufgabe ausgelassen werden.

Zur **Übung** und Vertiefung bieten sich die Aufgaben des Arbeitsblatts „Übungsaufgaben zur Vertiefung“ (**M 5**) an. Hier sollte insbesondere bei der Besprechung von Aufgabe 3 das Konvergenzverhalten bei unterschiedlichen Startwerten diskutiert werden.

Zur **Lernerfolgskontrolle** als Abschluss der Lerneinheit kann das vorbereitete kahoot!-Quiz verwendet werden.

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 13.

Was muss bekannt sein?

Die Schülerinnen und Schüler müssen sicher mit dem Funktionsbegriff umgehen können. Sie sollten die Ableitung als Steigung der Tangente interpretieren können und über eine inhaltliche Vorstellung des Begriffs „Nullstelle“ verfügen. Darüber hinaus sollten sie idealerweise zusätzlich in der Lage sein, die Tangentengleichung mithilfe der ersten Ableitung aufstellen zu können.

Um die vorbereitete Excel-Vorlage nutzen zu können, müssen die Schülerinnen und Schüler ein Tabellenkalkulationsprogramm verwenden und Formeln erstellen können. Bei gering ausgeprägten Grundkenntnissen kann die Vervollständigung der Excel-Vorlage übersprungen werden.

kahoot-Quiz



Link:

<https://raabe.click/ma-NVkahoot>



Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler und Schülerinnen

Die Schülerinnen und Schüler...

- lösen Probleme mathematisch (**K 2**), indem Sie das Newtonverfahren zur Nullstellenbestimmung zur Beantwortung einer anwendungsbezogenen Problemstellung verwenden.
- modellieren mathematisch (**K 3**), indem Sie die Nullstellen einer ganzrationalen Funktion zur Beschreibung eines Sachzusammenhangs verwenden.
- trainieren den Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik (**K 5**), indem sie ihren Lösungsweg für das Anwendungsproblem mit mathematischer Formelsprache notieren.

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt; Info: Fachtext

Einstieg

M 1 (Info) Einstieg: CO₂-Emissionen in Deutschland

Erarbeitung

- M 2** (Info) Das Newtonverfahren zur Nullstellenbestimmung
- M 3** (Info) Beispiel zur Umsetzung des Newtonverfahrens mit Excel
- M 4** (Ab) Umsetzung des Newtonverfahrens mit Excel

Übung







M 5 (Ab) Übungsaufgaben zur Vertiefung

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

- M 1** (Info) Einstieg: CO₂-Emissionen in Deutschland
- M 2** (Info) Das Newtonverfahren zur Nullstellenbestimmung
- M 3** (Info) Beispiel zur Umsetzung des Newtonverfahrens mit Excel
- M 4** (Ab) Umsetzung des Newtonverfahrens mit Excel

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.	
		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	
	Dieses Symbol markiert alternative Möglichkeiten.	



CD 81

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Analysis - Das Newtonverfahren zur Nullstellenbestimmung

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

