Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Multiplikation bewegt üben durch Lernvideos: MATHletics

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

Inhaltsverzeichnis

Bildquellen: ... ***1***

Zur allgemeinen Einordnung ... **5**

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnungen zur Multiplikation ... ***6***
- Zur didaktischen Einordnung der Aufgabenformate ... 13
- Inhaltliche Schwerpunkte ... 15

Bewegtes Lernen im Kontext von Mathematik ... ***17***

Das Projekt „MATHletics" als Rahmung für den Entstehungsprozess dieser Materialien ... ***24***
- Zur Projektstruktur ... 25
- Zum Konzept dieser Lernvideos ... 26

Zum Aufbau der Handreichungen zu den Aufgabenformaten ... ***27***

Literatur ... ***28***

A Malaufgaben (mal) gelaufen ... **30**

Die Grundidee ... ***30***

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnung ... ***31***

Vorschläge zur didaktisch-methodischen Realisierung ... ***31***
- Vorbereitung des Materials ... 32
- Aufbau ... 32
- Durchführung ... 33
- Hinweise zur Lösungskontrolle ... 35
- Differenzierungsmaßnahmen ... 36

Eindrücke und Erfahrungen aus der Erprobung ... ***37***

Literatur ... ***38***

Kopiervorlagen zum Aufgabenformat A ... ***39***

B Wurfwand und Sprungfeld ... **49**

Die Grundidee ... ***49***

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnung ... ***50***

Vorschläge zur didaktisch-methodischen Realisierung ... ***50***
- Vorbereitung des Materials ... 51
- Aufbau ... 52
- Durchführung ... 52
- Hinweise zur Lösungskontrolle ... 53
- Differenzierungsmaßnahmen ... 53

Eindrücke und Erfahrungen aus der Erprobung ... ***53***

Bildquellen ... ***54***

Kopiervorlagen zum Aufgabenformat B ... ***55***

C Multiplikationssonne ... **69**

Die Grundidee ... ***69***

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnung ... ***70***

Vorschläge zur didaktisch-methodischen Realisierung ... ***70***

Vorbereitung des Materials 71
Aufbau 71
Durchführung 72
Hinweise zur Lösungskontrolle 72
Differenzierungsmaßnahmen 73

Eindrücke und Erfahrungen aus der Erprobung 74

***Bildquellen** ..... Fehler! Textmarke nicht definiert.*

Kopiervorlagen zum Aufgabenformat C 77

D Laufstaffel 85

Die Grundidee 85

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnung 85

Vorschläge zur didaktisch-methodischen Realisierung 86
Vorbereitung des Materials 86
Aufbau 87
Durchführung 88
Hinweise zur Lösungskontrolle 88
Differenzierungsmaßnahmen 89

Eindrücke und Erfahrungen aus der Erprobung 90

Kopiervorlagen zum Aufgabenformat D (bunt) 91

Kopiervorlagen zum Aufgabenformat D (schwarz-weiß) 131

E Laufrechnen mit Königsaufgaben 171

Die Grundidee 171

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnung 172
Vorschläge zur didaktisch-methodischen Realisierung Vorbereitung des Materials 172

Vorbereitung des Materials 172
Aufbau 174
Durchführung 174
Hinweise zur Lösungskontrolle 175
Differenzierungsmaßnahmen 176

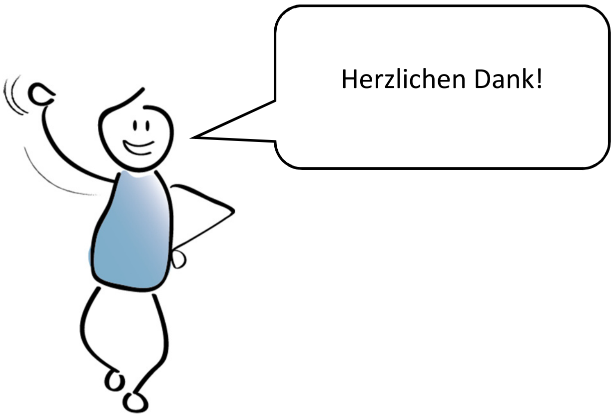
Eindrücke und Erfahrungen aus der Erprobung 177

Kopiervorlagen zum Aufgabenformat E 178

Danksagung

Diese Materialien und die zugehörigen Lernvideos sind an der Bergischen Universität Wuppertal im Rahmen des Forschungsprojektseminars „MATHletics – bewegtes Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule“ im Sommersemester 2020 entstanden. Das Seminar findet bereits seit mehreren Semestern in Kooperation mit der Grundschule Marienstraße in Wuppertal statt. Trotz der herausfordernden Situation durch die ‚Corona-Krise‘ wurde den Studierenden die Erprobung ihrer Materialien durch die Unterstützung der Schulleitung, Frau Oppermann, sowie der Lehrkräfte ermöglicht. Ein besonderer Dank gilt dabei Frau Kalcher, die bei der Erprobung der Materialien an der Kooperationsschule führend mitgewirkt und somit das ganze Projekt erst möglich gemacht hat.

Ein weiterer Dank gilt den Mitarbeiter*innen der Arbeitsgruppe um Prof. Dr. Ralf Benölken, die sowohl bei der Projektplanung als auch bei der Herausgabe dieses Materials unterstützend zur Seite standen.



Rückmeldungen

Das bewegte Lernen im Kontext von Mathematik ist wissenschaftlich erst wenig erforscht und somit auch in der Praxis noch wenig vertreten. Daher freuen wir uns, wenn Sie unsere Materialien nutzen, ausprobieren und uns eine Rückmeldung dazu geben. Auch bei Fragen oder Anmerkungen freuen wir uns, wenn Sie uns über eine der folgenden Mailadressen kontaktieren.

mathletics@uni-wuppertal.de

raduenz@uni-wuppertal.de

Lena Radünz

Zur allgemeinen Einordnung

Dieser Beitrag ist im Rahmen eines mathematikdidaktischen Seminars an der Bergischen Universität Wuppertal entstanden und somit ein Produkt der beteiligten Studierenden und deren Dozentin. Da in dem Seminar die Verbindung von **Theorie**, **Praxis** und **Forschung** im Zentrum steht, spiegelt sich dieses Zusammenspiel auch in der vorliegenden Publikation wider. Uns ist bewusst, dass dieses Produkt für die Lehrer*innen*hand geschrieben wurde und die Bedürfnisse somit verstärkt auf dem schulpraktischen Teil liegen. Angesichts der Anbindung an die Hochschule möchten wir dennoch zum einen die theoretische Fundierung aufzeigen und somit den Lehrkräften auch die Möglichkeit zur eigenen Verortung geben sowie zum anderen die Ergebnisse aus unseren Forschungen im Rahmen der „Eindrücke aus den Erprobungen" darlegen. Sie sind dennoch dazu eingeladen diesen einleitenden, theoretischen und wissenschaftlichen Teil nach eigenem Interesse zu überspringen und sich somit direkt den schulpraktischen Empfehlungen zu widmen.

Wir wollen mit diesem Beitrag eine Art „Rund-um-Paket" kreieren, das Ihnen vielfältige Möglichkeiten zur individuellen Auseinandersetzung mit den Themenkomplexen „Multiplikation" und „bewegtes Lernen" bietet und die häufig separat betrachteten Bereiche Theorie, Praxis und Forschung eng miteinander verknüpft. Aus diesem Grund folgt zunächst das Kapitel Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**".** Darauf aufbauend werden die hier präsentierten Aufgabenformate in dem didaktischen Verlauf verortet (**Zur didaktischen Einordnung der Aufgabenformate)** und die zentralen Inhalte in Bezug zu den Bildungsstandards und exemplarisch dem Lehrplan aus NRW gesetzt (**Inhaltliche Schwerpunkte**)**.** Es folgt eine allgemeine Einführung in das bewegte Lernen, welche jedoch über die Beispiele die spezifische Perspektive auf die Mathematik legt und somit **Bewegtes Lernen im Kontext von Mathematik** betrachtet. Darüber hinaus wollen wir Ihnen einen Einblick in den Entstehungsprozess dieser Materialien geben und erläutern daher **Das Projekt „MATHletics" als Rahmung für den Entstehungsprozess dieser Materialien.** Dazu geben wir Informationen **Zur Projektstruktur** und **Zum Konzept dieser Lernvideos**, die ein zentrales Medium der Aufgabenformate darstellen.

Wenn Sie diese theoretischen und wissenschaftlichen Einordnungen überspringen möchten, können Sie über die folgenden Verlinkungen direkt zu den praktischen Beiträgen wechseln:

A Malaufgaben (mal) gelaufen

B Wurfwand und Sprungfeld

C Multiplikationssonne

D Laufstaffel

E Laufrechnen mit Königsaufgaben

Fachlicher Hintergrund und didaktische Einordnungen zur Multiplikation

Die vorliegenden Materialien widmen sich dem zentralen Thema der Multiplikation. Als eine der vier Grundrechenarten ist die Multiplikation dem Inhaltsbereich „Zahlen und Operationen“ zuzuordnen und deren Erarbeitung stellt ein zentrales Ziel des Arithmetikunterrichts der zweiten Klasse dar. Der Anspruch an den Unterricht besteht darin, tragfähige Grundvorstellungen zu diesen Rechenoperationen zu entwickeln. Schulz und Wartha (2013, S. 30) schreiben Kindern eine tragfähige Grundvorstellung zu, wenn sie flexibel zwischen Darstellungen – Bildern, Handlungen, realen Situationen, geschriebenen mathematischen Symbolen sowie gesprochenen mathematischen Symbolen (siehe Abbildung 1) – übersetzen können. Dieses Modell erinnert an das bekannte EIS-Prinzip in Bruners Theorie der Denkentwicklung (Bruner, 1974), der zwischen der enaktiven, der ikonischen und der symbolischen Ebene unterscheidet. Die Bedeutung der mathematischen Grundvorstellungen wird dabei besonders in den Übersetzungsprozessen „zwischen mathematisch-symbolischen (gesprochen oder geschrieben) und nicht-symbolischen (also Bildern, Handlungen und realen Situationen) Darstellungen“ (Wartha & Schulz, 2013, S. 30; siehe Abbildung 1) deutlich.

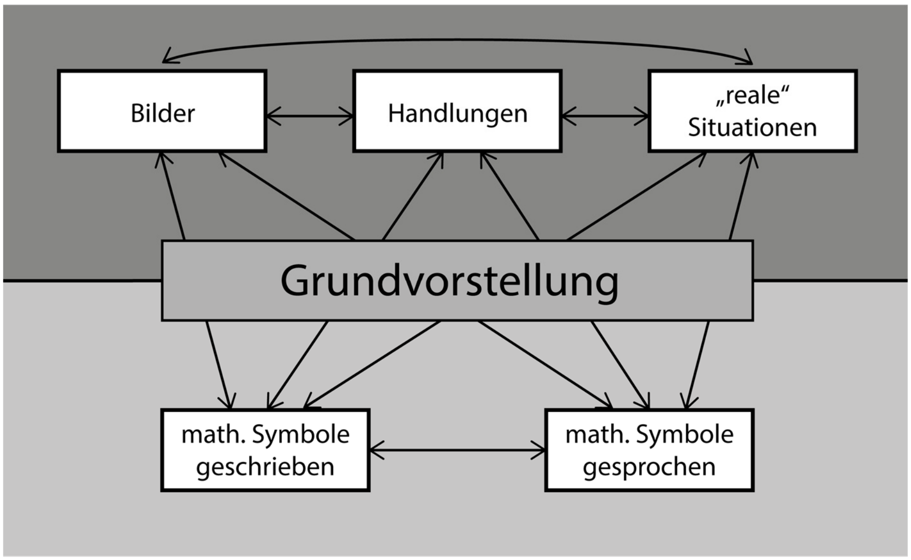


Abbildung 1: Mögliche Darstellungsebenen (Wartha & Schulz, 2013, S. 30)

Exemplarisch für den Bereich der Multiplikation äußert sich eine tragfähige mathematische Grundvorstellung der Kinder darin, wenn sie eine Einmaleins-Aufgabe (symbolisch-geschrieben) sicher in ein passendes Bild übersetzen können (siehe das Beispiel für die Aufgaben 3 · 2 in Abbildung 2 links). Sie benötigen diese mathematische Grundvorstellung, um die Aufgabe aus der Mathematik in ein Bild in der Ebene der Realität übersetzen zu können. Wird der Automatisierungsprozess jedoch zu früh angestoßen, können die Kinder die Lösung bestimmen, ohne die Grundvorstellungen zu aktivieren (siehe Abbildung 2 rechts). Die Automatisierung stellt im späteren Verlauf zur Entlastung des Arbeitsgedächtnisses einen durchaus sinnvollen und wichtigen Schritt dar, jedoch kann ein zu frühes Automatisieren dazu führen, dass keine tragfähigen Grundvorstellungen zu dieser Operation entwickelt werden, da die Kinder den Weg über die Grundvorstellungen nicht mehr gezwungenermaßen gehen müssen. Folglich ist es für die Entwicklung des Operationsverständnisses von zentraler Bedeutung, dass die Kinder durch vielfältige Übersetzungsprozesse unter Verwendung der Grundvorstellungen zu dieser Rechenoperation gefördert werden.

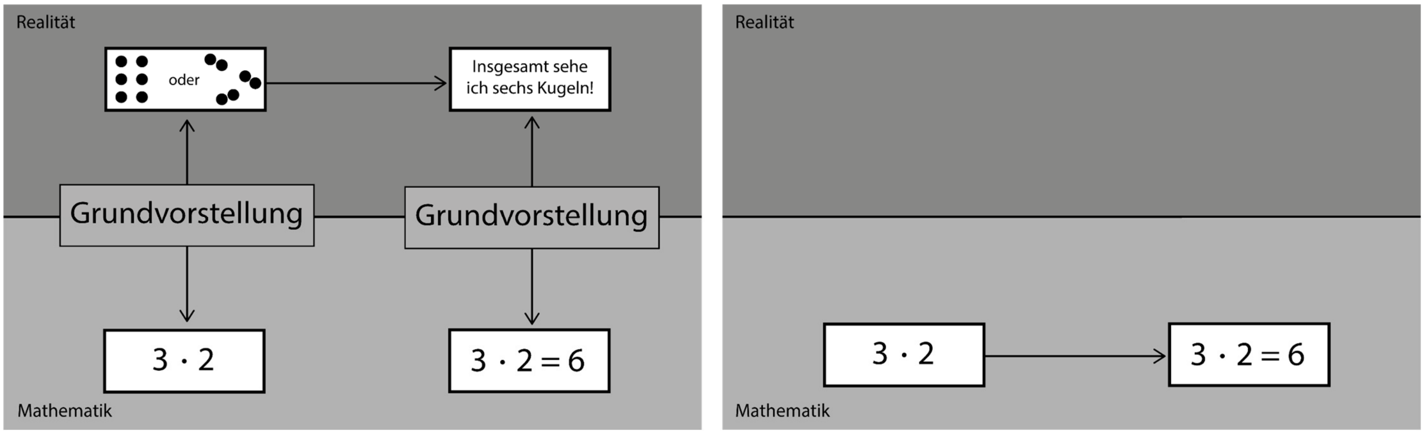


Abbildung 2: Die Aufgabe 3 mal 2 im Grundvorstellungsdiagramm (links) und als automatisierte Lösungswiedergabe ohne Grundvorstellung (rechts)

Dabei lassen sich „drei verschiedene grundlegende Vorstellungen zur Multiplikation“ (Padberg & Benz, 2011, S. 128; siehe auch Krauthausen, 2018) unterscheiden: zeitlich-sukzessive Handlung, räumlich-simultane Anordnung und kombinatorischer Kontext (Kartesisches Produkt).

Das **zeitlich-sukzessive Modell** verdeutlicht die Multiplikation als fortgesetzte Addition und vertritt dabei den dynamischen Charakter, indem „die Gesamtmenge durch eine mehrmalige Wiederholung der gleichen Handlung im Zeitablauf“ (Padberg & Benz, 2011, S. 129) entsteht. Eine *reale Situation* wäre beispielsweise: Ich gehe dreimal in den Keller und hole jeweils zwei Flaschen. Die entsprechende *symbolisch-mathematische* Darstellung könnte dabei sowohl als wiederholte Addition als auch als Einmaleins-Aufgabe dargestellt werden: $2 + 2 + 2 = 3 \cdot 2 = 6$. Dabei benennt der erste Faktor die Anzahl der wiederholten Tätigkeit (Handlung) und der zweite Faktor die Größe der Menge, die durch die Handlung bewegt wird. Eine bildliche Darstellung ist in Form des Bündelns gleichgroßer Mengen möglich (siehe Abbildung 2, oben links). Dieser dynamische Zugang zeigt bereits das Potenzial, die Entwicklung der Grundvorstellungen durch Bewegungen zu unterstützen (siehe das Aufgabenformat „A Malaufgaben (mal) gelaufen“).

In dem **räumlich-simultanen Modell** ist die Gesamtmenge als Ganzes direkt sichtbar und daher eher statisch zu verstehen. „Mathematischer Hintergrund ist auch hier die Vereinigung paarweise elementfremder, gleichmächtiger, endlicher Mengen bzw. auf der Zahlenebene die wiederholte Addition gleicher Summanden.“ (ebd., S. 129) Eine besondere Stärke wird dabei der Felddarstellung als bildliche Darstellung (siehe Abbildung 2, oben links) zugesprochen, die mit den Kindern „als konventionalisierte Darstellungsform für Malaufgaben“ (Krauthausen, 2018, S. 67) verabredet werden sollte. Als eine reale Situation wäre beispielsweise anzuführen: In der Kiste sind zwei mal drei Flaschen (siehe Abbildung 4). Handlungen lassen sich dabei beispielsweise durch einen Einmaleins-Winkel an dem Hunderterfeld darstellen (siehe Abbildung 3). Auf der symbolisch-mathematischen Ebene zeigt sich hingegen kein Unterschied zu dem zeitlich-sukzessiven Modell, weshalb sowohl die Aufgabe für die wiederholte Addition als auch die Einmaleins-Aufgabe angegeben werden kann. Durch die Vielfalt der anderen Darstellungsformen (Bild, reale Situation, Handlung) zeigt sich jedoch die Herausforderung für die Kinder, „in den unterschiedlichsten Situationen oder Kontexten vorhandene multiplikative Strukturen aufzudecken“ (ebd., S. 67).

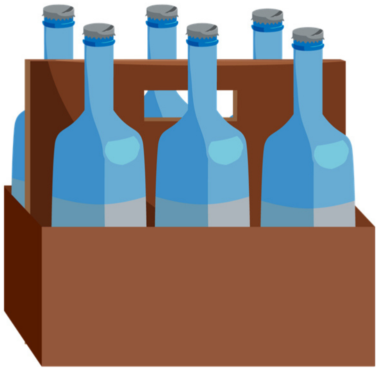


Abbildung 3: Eine räumlich-simultane Anordnung für die Aufgabe "zwei mal drei"

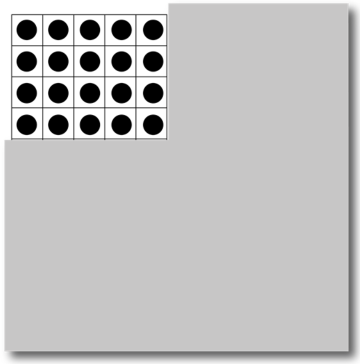


Abbildung 4: Die Aufgabe "vier mal fünf" mit dem Einmaleins-Winkel an dem Hunderterfeld

Aufgrund der didaktischen Empfehlung, das **Kartesische Produkt** nicht zur Einführung in die Multiplikation zu nutzen (vgl. u.a. Padberg & Benz, 2011), rückt diese Vorstellung zur Multiplikation im Rahmen dieser Lernumgebung stärker in den Hintergrund. Der Vollständigkeit halber soll diese Grundvorstellung dennoch kurz erläutert sowie eine Idee zur Umsetzung durch Bewegung angeboten werden.

Das Kartesische Produkt, auch Kreuzprodukt genannt, greift den kombinatorischen Aspekt auf und findet sich in Aufgabenstellungen, die das Bilden „sämtlicher möglicher Kombinationen aus den Elementen einer Menge (1. Faktor) mit den Elementen einer zweiten Menge (2. Faktor)“ (ebd., S. 131) erfordern. Eine Möglichkeit zur Entwicklung der multiplikativen Grundvorstellung durch Bewegung bietet sich beispielsweise bei Aufgabenformaten an, die mögliche Wege zwischen verschiedenen Orten betrachten (siehe

Abbildung 5). Diese in der Aufgabenstellung beschriebene reale Situation kann von den Kindern als Handlung durch Bewegung nachgespielt werden. Dazu können die verschiedenen Wege beispielsweise in der Anschaulichkeit reduziert durch Seile auf dem Boden und die verschiedenen Stationen (Zuhause, Bahnhof, Junior-Uni) durch Ringe oder Hütchen verdeutlicht werden.

Lotta wohnt in Wuppertal und fährt einmal in der Woche mit dem Bus zur Junior Uni in Unterbarmen. Dazu muss sie in Elberfeld am Hauptbahnhof umsteigen. Von ihrem Zuhause zum Hauptbahnhof kann sie drei verschiedene Busse nutzen. Vom Hauptbahnhof zur Junior Uni fahren zwei verschiedene Busse. Wie viele verschiedene Wege gibt es für Lotta von ihrem Zuhause zur Junior Uni, ohne einen Weg doppelt zu fahren?

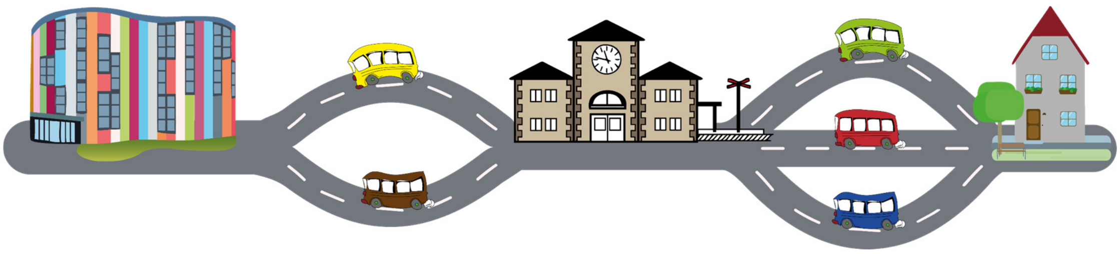


Abbildung 5: Eine Aufgabe zum Kartesischen Produkt der Form „3 mal 2" mit Potenzial zur Umsetzung durch Bewegung (in Anlehnung an die Aufgabe „Rotkäppchen“ von Padberg und Benz, 2011, S. 130)

Darüber hinaus lassen sich auch Aufgabenformate durch Kombinationen von Personen durch Bewegung darstellen, indem den Personen beispielsweise verschiedene Plätze zugeordnet werden: Wie viele Möglichkeiten gibt es, 5 Schüler*innen auf 6 Plätze zu verteilen? Beide Beispiele für kombinatorische Aufgaben lassen sich so als reale Situationen mit den Kindern als eine Art szenisches Spiel nachempfinden, sodass diese sich zur Ausführung der Handlung bewegen müssen.

Mit Blick auf die Erarbeitung der verschiedenen Grundvorstellungen im Unterricht fasst das folgende Zitat von Röhr – das zwar bereits aus dem Jahr 1992 stammt, aber noch unveränderte Gültigkeit besitzt – die zentralen Aspekte zusammen und weist dabei auf einen weiteren wichtigen Punkt hin: die **ganzheitliche Erarbeitung** des Einmaleins.

> „Wichtigstes Ziel bei der Behandlung des ‚Kleinen 1 × 1‘ muss es sein, dass die Kinder Grundvorstellungen des multiplikativen Rechnens gewinnen, die es ihnen ermöglichen, den Sinn der Multiplikation zu erfassen, Zusammenhänge und Strukturen von Aufgaben zu erkennen sowie Rechenstrategien zu entwickeln und zu nutzen. Die wichtigsten Rechenstrategien ergeben sich aus der Anwendung von Rechengesetzen. Erst wenn diese Grundvorstellungen zur Multiplikation aufgebaut sind, kann man mit Automatisierungsübungen zur gedächtnismäßigen Verankerung des 1 × 1 beginnen“ (Röhr, 1992, S. 26).

In Anlehnung an das angeführte Zitat empfehlen u. a. Padberg und Benz (2011) und Krauthausen (2018) eine Kombination aus zwei Wegen bei der Erarbeitung der Multiplikation: die ganzheitliche Erarbeitung und die Erarbeitung einzelner Reihen. Während die Erarbeitung einzelner Reihen eher ein traditionelleres Konzept darstellt, fordern aktuelle Konzepte ein „ganzheitliches, aktiv-entdeckendes Vorgehen“ (Krauthausen, 2018, S. 70).

> „Ein guter Zugangsweg sollte allerdings nach unserer Überzeugung Komponenten beider Wege beinhalten: Einerseits sollte er eine ganzheitliche Erarbeitung des Kleinen Einmaleins umfassen, bei der konsequent auf die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Multiplikationsaufgaben unabhängig von dem Korsett der Einmaleinsreihen hingearbeitet wird und bei der die Kinder exemplarisch Rechenstrategien entdecken können. Andererseits sollte er aber auch eine systematische Erarbeitung der Aufgaben der verschiedenen Einmaleinsreihen unter Beachtung ihrer Zusammenhänge umfassen; denn dies hilft, sich die Fakten des Einmaleins über Stützpunkt- oder Königsaufgaben innerhalb der Einmaleins-Reihen gründlich einzuprägen“ (Padberg und Benz, 2011, S. 139).

Folglich stellt eine Kombination dieser beiden Zugänge das systematische Erarbeiten über die Königsaufgaben dar, die teilweise auch als Kernaufgaben, Stützpunktaufgaben oder „kurze Reihen“ bezeichnet werden. Wir verwenden im Weiteren den Begriff der Königsaufgaben, da dieser eine kindgerechte Beschreibung für den Unterricht darstellt und sich durch Piktogramme (bspw. eine Krone) angeben lässt.

Als Königsaufgaben werden die Aufgaben des Einmaleins bezeichnet, die zahlreiche Zusammenhänge und Systematiken eröffnen. Dazu gehören die Aufgaben der Form $1 \cdot n$, $2 \cdot n$, $5 \cdot n$ und $10 \cdot n$ (mit $n \in \mathbb{N}$). Dazugezählt werden ebenfalls die Quadrataufgaben der Form $n \cdot n$ bzw. n^2. Neben diesen Königsaufgaben ergeben sich aus den Tauschaufgaben der Form $n \cdot 1$, $n \cdot 2$, $n \cdot 5$ und $n \cdot 10$ ganze „Königsreihen“, deren systematische Erarbeitung das Erschließen der weiteren Einmaleins-Aufgaben ermöglicht und somit die Einmaleins-Aufgaben miteinander vernetzt. Neben der Strategie der Tauschaufgaben lassen sich die Königsreihen auch durch die Rechenstrategie der Nachbaraufgaben auf die weiteren Reihen erweitern (siehe Aufgabenformat „D Laufstaffel“).

Abbildung 6 zeigt, wie sich mit Hilfe der Kombination von Königsaufgaben und Rechenstrategien die weiteren Einmaleins-Aufgaben einer Reihe erschließen lassen:

$1 \cdot n$	Aufgabe der „kurzen Reihe“
$2 \cdot n$	Aufgabe der „kurzen Reihe“
$3 \cdot n = 1 \cdot n + 2 \cdot n$	
$4 \cdot n = 2 \cdot n + 2 \cdot n$	
$5 \cdot n$	Aufgabe der „kurzen Reihe“
$6 \cdot n = 5 \cdot n + 1 \cdot n$	
$7 \cdot n = 5 \cdot n + 2 \cdot n$	
$8 \cdot n = 10 \cdot n - 2 \cdot n$	
$9 \cdot n = 10 \cdot n - 1 \cdot n$	
$10 \cdot n$	Aufgabe der „kurzen Reihe“

Abbildung 6: "Herleitung von Einmaleins-Aufgaben aus den ‚kurzen Reihen‘“ (Krauthausen, 2018, S. 72)

Darüber hinaus gelten für die Multiplikation verschiedene Rechengesetze. Das *Kommutativgesetz*, das den Kindern bereits aus der Addition bekannt sein sollte, kann „neue Aufgaben auf schon bekannte Aufgaben zurückführen“ und reduziert dabei „die Anzahl der Aufgaben auf rund die Hälfte“ (Padberg & Benz, 2011, S. 135). Aus diesem Grund kann das Benennen der Tauschaufgaben im Rahmen des Automatisierungsprozesses dazu führen, dass die Kinder auch erste weitere Aufgaben über diese Strategie erarbeiten (z. B. kennen die Kinder die Lösung für die Aufgabe $7 \cdot 2$ und erschließen sich darüber die Aufgabe $2 \cdot 7$). Zur Erarbeitung der weiteren Einmaleins-Aufgaben sind weitere Rechengesetze notwendig, welche die Kinder jedoch nicht in Form von mathematischen Gesetzen, sondern vielmehr als „Rechenvorteile“ (ebd.) kennenlernen sollten: Das *Assoziativgesetz* und das *Distributivgesetz*.

Das *Assoziativgesetz* findet sich beispielsweise bei den Verdopplungsaufgaben wieder. So können sich die Kinder die Ergebnisse der 4er-Reihe erschließen, indem sie die 2er-Reihe verdoppeln. Auch wenn die Kinder direkt rechnen $n \cdot 2 + n \cdot 2$ rechnen, handelt es sich nach dem Assoziativgesetz um die Aufgabe $(n \cdot 2) \cdot 2$. Nachbaraufgaben lassen sich hingegen über das *Distributivgesetz* herleiten. Eine Nachbaraufgabe der bekannten Königsaufgabe $n \cdot 5$ ist $n \cdot 6$. Die Kinder berechnen die Lösung der Aufgabe $n \cdot 6$ mithilfe der bekannten Königsaufgaben $n \cdot 5$ und $n \cdot 1$ unter Verwendung des Rechengesetzes $n \cdot (5 + 1) = n \cdot 5 + n \cdot 1$. Auch die andere Nachbaraufgabe $n \cdot 4$ lässt sich durch das *Distributivgesetz* lösen. Diese ergibt sich durch die Rechnung $n \cdot 5 - n \cdot 1 = n \cdot (5 - 1)$. Diese Rechenstrategien liegen in dem Aufgabenformat D „Laufstaffel“ hinter den gesuchten Tausch- und Nachbaraufgaben. Da den Kindern die Tausch- und Nachbaraufgaben bereits durch die Addition bekannt sind, ist es möglich, dass sie diese Strategie übertragen können. Es kann dennoch hilfreich sein, diese Aufgabenformen mit den Kindern im Plenum zu wiederholen und auf die Multiplikation zu übertragen, da sich das Ergebnis um den Faktor (z. B. $3 \cdot 5 = 15$ und $3 \cdot 6 = 18$ – die Differenz beträgt somit 3 und entspricht dem ersten Faktor) und nicht um 1, wie bei der Addition, verändert (z. B. $3 + 5 = 8$ und $3 + 6 = 9$ – die Differenz beträgt 1 und entspricht der Veränderung des zweiten Summanden).

Um die Hirnkapazitäten (Arbeitsspeicher) bei der systematischen Erarbeitung der weiteren Aufgaben zu entlasten, wird empfohlen, zunächst die Königsaufgaben – und zwar ausschließlich die Königsaufgaben – bis zur sicheren und schnellen Wiedergabe zu automatisieren. Dies stellt im Übrigen das Ziel für das Ende der Schuleingangsphase dar (siehe Inhaltliche Schwerpunkte, S. 15). Folglich wird nicht gefordert, dass die Kinder zum Ende der zweiten Jahrgangsstufe hin bereits alle Einmaleins-Aufgaben automatisiert wiedergeben. Da die Ziele auf der Grundlage der individuellen Kompetenzen der

Schüler*innen getroffen werden sollten, sind die zeitlichen Angaben zu den Jahrgangsstufen lediglich als Richtwerte zu betrachten. Schließlich hilft es einer Schülerin*einem Schüler nicht, zwei Wochen vor Beginn der Sommerferien das Ziel der Automatisierung der Königsaufgaben anzustreben, wenn die Grundvorstellungen noch nicht ausreichend ausgeprägt sind. Ausgehend von den zuvor dargestellten inhaltlichen wie didaktischen Aspekten lässt sich der Verlauf zur Erarbeitung des Einmaleins schrittweise über die folgenden zentralen Punkte zusammenfassen:

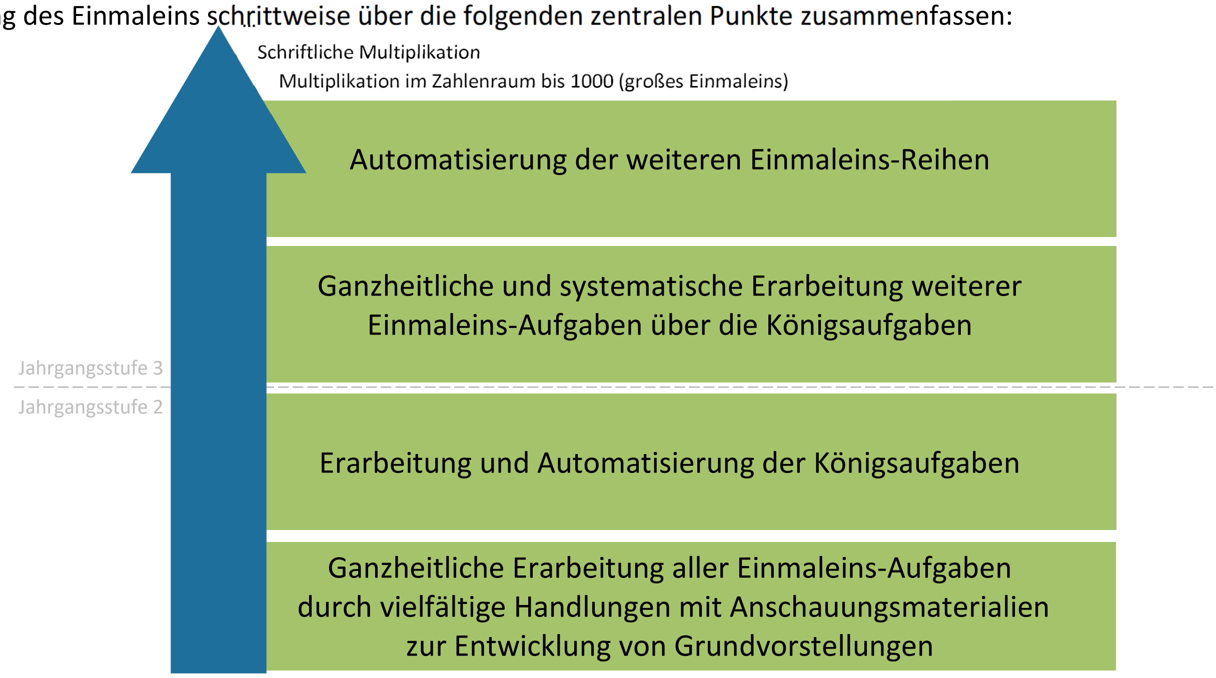


Abbildung 7: Didaktischer Verlauf zur Erarbeitung des Einmaleins

Zur ganzheitlichen Erarbeitung ist Offenheit in den Aufgaben ein wichtiges Element. Die Aufgabenformate A und E sind deshalb durch den Einbezug aller Einmaleins-Aufgaben offen in Bezug auf die Wahl der Aufgaben, der Lösungsdarstellung und der Lösungswege gestaltet. Der Automatisierungsprozess weist hingegen nicht das Potenzial für eine Offenheit im mathematischen Sinne auf, sodass hier lediglich Öffnungen im methodischen Sinne und mit Bezug auf die Bewegung erfolgen. Die Aufgabenformate B bis C besitzen somit dennoch deutlich mehr Möglichkeiten zur Variation als die einfachen Einmaleins-Hefte, die vielfach für die Automatisierung herangezogen werden.

Da die hier präsentierten spezifischen Aufgaben in den Praxisbeiträgen ansteuerbare Organisationselemente enthalten (mit Bezug auf den Inhalt ergeben sich beispielsweise Möglichkeiten zur Veränderung des Umfangs oder des Schwierigkeitsgrades, auf der organisatorischen Ebene Möglichkeiten zur Veränderung der Organisationsform), möchten wir sie als Aufgabenformate begreifen und somit die Möglichkeiten zur Anpassung an die eigene Lerngruppe und die Bedingungen vor Ort betonen. Die Kombination dieser Aufgabenformate wird in diesem Fall zu einer bewegten Lernumgebung zur Erarbeitung des kleinen Einmaleins zusammengefasst. Lernumgebungen sind im Kontext des Mathematikunterrichts und mit Bezug auf Wollring (2009) als „unterrichtsbestimmende Bauelemente“ zu verstehen, die sich aus Aufgabenformaten und kleineren Aufgaben zusammensetzen. Dabei sind Aufgaben als die „kleinsten Organisationseinheiten des Mathematikunterrichts und Lernumgebungen sind nach unserer Auffassung (als) ‚große gerahmte Aufgabenfelder'“ (ebd., S. 12) zu verstehen. Wollring (2009) benennt die der Abbildung 8 zu entnehmenden Leitideen zur Gestaltung von Lernumgebungen und nutzt dazu die Metapher von „kooperierende(n) Diskussionsteilnehmer(n)“ (ebd., S. 13).

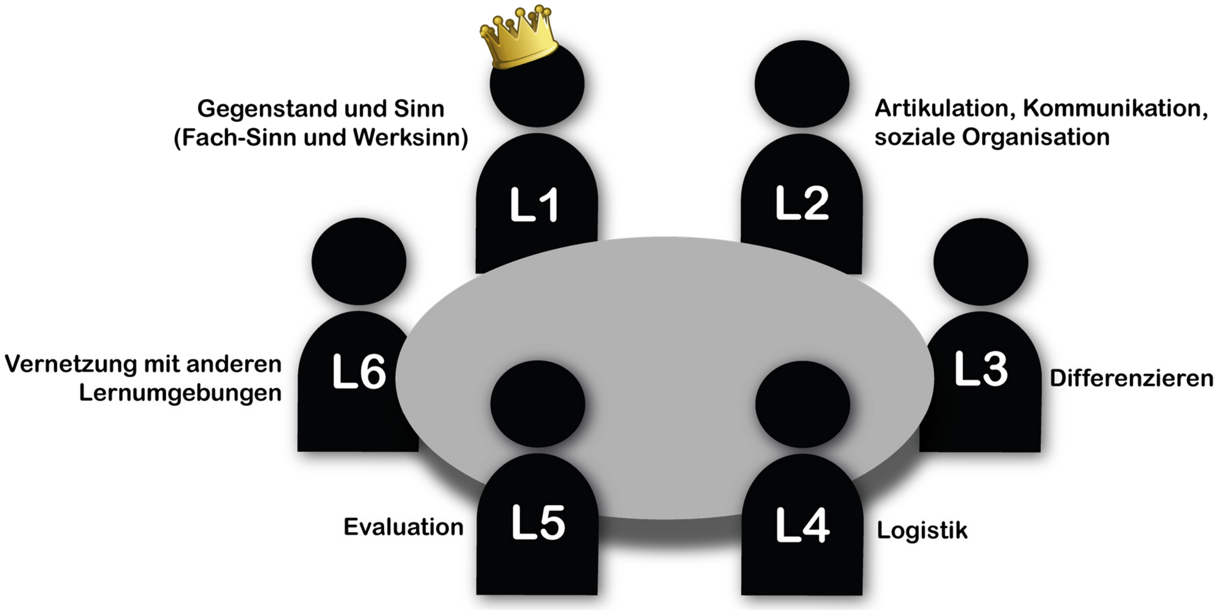


Abbildung 8: Die Leitlinien von Lernumgebungen in einer "balanced scorecard" (in Anlehnung an Wollring, 2009)

Ohne an dieser Stelle auf alle einzelnen Leitlinien einzugehen (nachzulesen u.a. bei Wollring, 2009), soll darauf hingewiesen werden, dass die Leitidee 1 als „präsidierend am Kabinettstisch“ (vgl. ebd., S. 14) angesehen werden muss, da der mathematische Sinn die „Grundsubstanz und den Kern der Lernumgebung“ (ebd.) darstellt. Folglich ist es wichtig, dass die Aufgaben und Aktivitäten substanzielle mathematische Ideen und Strategien ansprechen, welche im Folgenden anhand des Punktes „Zur didaktischen Einordnung der Aufgabenformate“ deutlich werden und durch die hier erfolgte fachliche und didaktische Einordnung untermauert werden sollen. Als weiterer Teil der ersten Leitidee wird der Werksinn benannt, der die Beziehung des Individuums zum inhaltlichen Gegenstand bestimmt, „d. h. über seine oder ihre spezifische Wertschätzung oder Bedeutungseinschätzung dieses Gegenstandes über die Mathematik hinaus, sei es durch eine Einschätzung der Nutzbarkeit oder sei es durch eine Einschätzung von Schönheit oder Attraktivität.“ (ebd., S. 14)

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass der Aufbau von Grundvorstellungen zur Multiplikation ein wichtiges Ziel vor der Automatisierung der Einmaleins-Aufgaben darstellt. Hier ist im Besonderen darauf zu achten, dass beispielsweise auch die Eltern nicht frühzeitig mit dem Automatisierungsprozess beginnen, auch wenn sie dabei die gute Absicht verfolgen, ihre Kinder zu unterstützen. Denn liegen die Einmaleins-Aufgaben erst einmal automatisiert vor, kann sich die nachträgliche Erarbeitung der Grundvorstellungen mühselig gestalten. Diese Lernumgebung bietet mit den vielfältigen und flexiblen Aufgabenformaten, die sich an aktuellen didaktischen Standards orientieren, einen Zugang zur Erarbeitung des Einmaleins, Varianten zur Automatisierung der Königsaufgaben und darüber hinaus Möglichkeiten der systematischen Erarbeitung der weiteren Einmaleins-Aufgaben. Es soll dennoch darauf hingewiesen werden, dass diese Lernumgebung alleine die Erarbeitung des Einmaleins nicht vollständig abdecken kann und weitere Unterrichtsaktivitäten und Reflexionen im Klassenplenum notwendig sind, um die Kompetenzen der Kinder zu sichern und die Multiplikation in anderen Kontexten sowie in der Umwelt zu entdecken.

Zur didaktischen Einordnung der Aufgabenformate

Bei der Entwicklung der Aufgabenformate haben wir uns an der zuvor dargestellten didaktischen Reihenfolge (siehe Abbildung 7) orientiert. Das Aufgabenformat „A Malaufgaben (mal) gelaufen“ dient der ganzheitlichen Erarbeitung (siehe Abbildung 10) und bietet vielfältige Möglichkeiten für mathematische Handlungen durch Bewegung. Dazu ist das Aufgabenformat so flexibel gestaltet, dass die Kinder durch das Ziehen von Zahlenkarten die Einmaleins-Aufgaben selbstständig zusammenstellen (siehe Abbildung 9) und somit alle Einmaleins-Aufgaben betrachten. Die Bewegungen werden dabei als Handlungen umgesetzt, indem die Kinder der jeweiligen Einmaleins-Aufgabe entsprechend so oft laufen, wie es ihnen der erste Faktor vorgibt und dabei so viele Gegenstände transportieren, wie es der zweite Faktor bestimmt (z. B. $2 \cdot 3$ – die Kinder laufen zwei Mal und legen immer drei Gegenstände – in unserem Beispiel Nudeln – ab). Hier handelt es sich somit um eine Form des Übens durch Anwendung (siehe u. a. Käpnick & Benölken, 2020, mit Verweis auf Radatz & Schipper, 1983, S. 191).

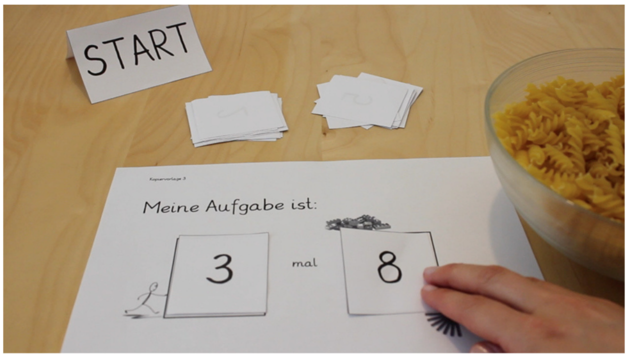


Abbildung 9: Einmaleins-Aufgabe gelegt durch Zahlenkarten

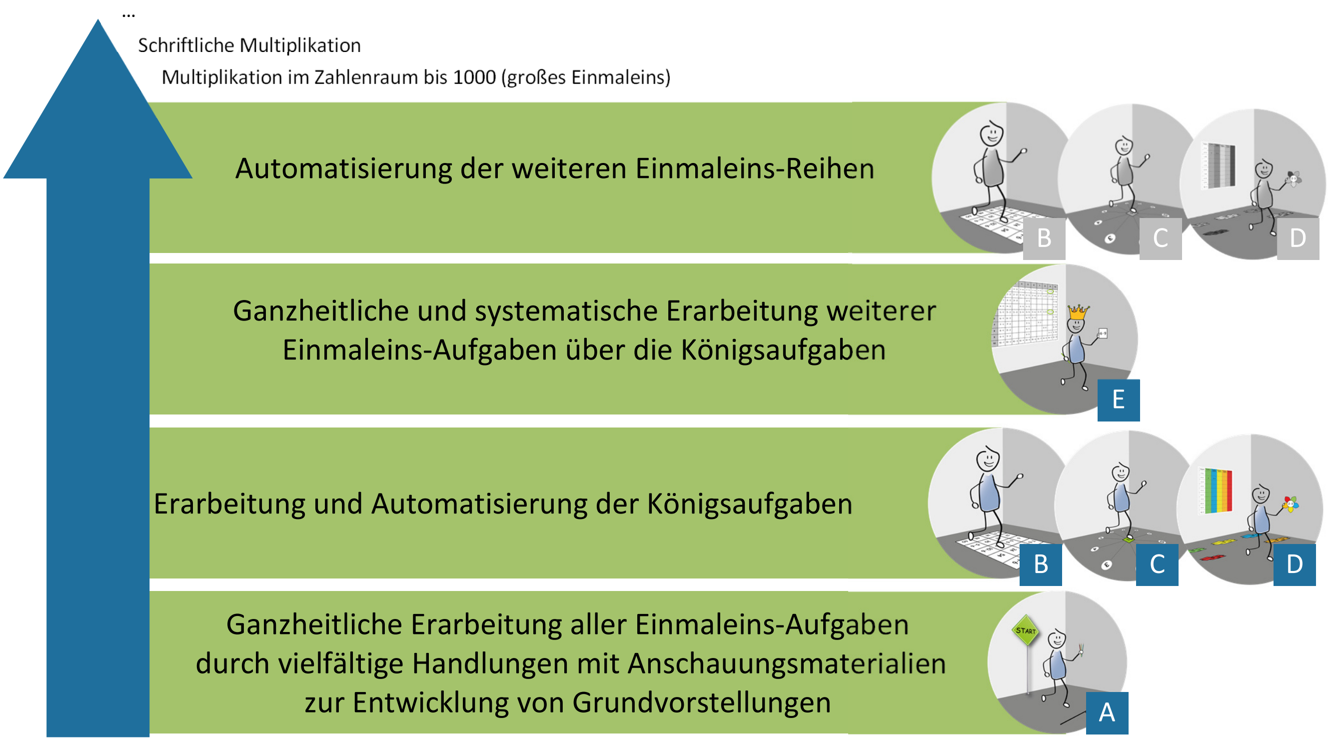


Abbildung 10: Einordnung der Aufgabenformate in den didaktischen Verlauf

Die Aufgabenformate B, C und D dienen der Automatisierung der Königsaufgaben. Dabei steigern sich die Anforderungen in der angegebenen Reihenfolge. Bei dem Aufgabenformat B „Sprungfeld oder Wurfwand“ sind sowohl die Einmaleins-Aufgaben als auch die Ergebnisse sichtbar (siehe Abbildung 12). Sie werden dazu getrennt voneinander in verschiedene Felder (Sprungfeld) oder über verschiedene Wurflöcher (Wurfwand) notiert. Das Aufgabenformat C „Multiplikationssonne“ präsentiert nur noch die Faktoren der Einmaleins-Aufgabe, die durch das Ablaufen der Sonne zu einer Einmaleins-

Aufgabe zusammengefügt werden müssen, woraufhin das Ergebnis aus dem Gedächtnis angegeben werden soll (siehe Abbildung 11). Hier ist folglich eine größere Gedächtnisleistung der Kinder gefordert.

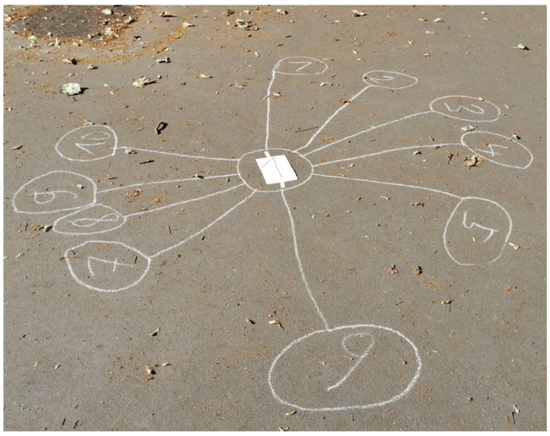


Abbildung 12: Multiplikationssonne zu der 1er-Reihe

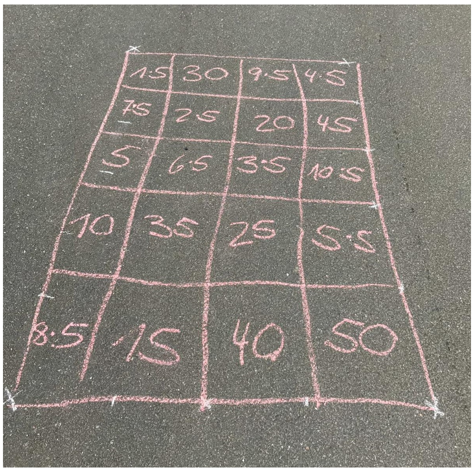


Abbildung 11: exemplarisches Sprungfeld zu der 5er-Reihe

Das Aufgabenformat D „Laufstaffel“ eröffnet die systematische Erarbeitung der weiteren Einmaleins-Aufgaben, indem durch das Anwenden von Rechenstrategien die Tausch- und Nachbaraufgaben zu den Einmaleins-Aufgaben gefunden werden sollen (siehe Abbildung 13). Wir verstehen diese Aufgabe dennoch als eine Form der Automatisierung, da die Kinder hier durch das Ausfüllen von Lerntabellen oder Lernblumen lediglich die passenden Aufgaben zuordnen müssen

Aufgabe	Ergebnis	Tausch-aufgabe	Nachbar-aufgabe	Nachbar-aufgabe	Punktefeld
1 • 7	7	7 • 1	2 • 7	0 • 7	••••• ••
2 • 7	14	7 • 2	3 • 7	1 • 7	••••• •• ••••• ••

Abbildung 13: Ausschnitt aus der ausgefüllten Lerntabelle zu der 7er-Reihe

und ihnen diese Formen der Aufgaben bereits aus der Addition bekannt sind. Darüber hinaus steht das Lösen dieser weiteren Einmaleins-Aufgaben noch nicht im Vordergrund, sondern es wird zunächst angestrebt, Beziehungen zu anderen Aufgaben herzustellen, ohne die entsprechenden Ergebnisse dazu zu nennen. So verstehen sich die Aufgabenformate B, C und D als Formen des „automatisierenden Übens“ (ebd.). Da beim Aufgabenformat D Beziehungen zwischen den Aufgaben herstellt und Rechenstrategien umgesetzt werden müssen, kann dieses Aufgabenformat zudem als eine Form des „operativen Übens“ (ebd.) eingeordnet werden.

Das Aufgabenformat E „Laufrechnen mit Königsaufgaben“ widmet sich wiederum aus ganzheitlicher Perspektive der systematischen Erarbeitung der weiteren Einmaleins-Aufgaben. Dies bedeutet, dass hier wieder alle Aufgaben betrachtet werden und die Kinder vielfältige Lösungswege zu den Einmaleins-Aufgaben finden sollen. So lassen sich die weiteren Einmaleins-Aufgaben durch das Anwenden der verschiedenen Rechengesetze und Verbindungen verschiedener Königsaufgaben erschließen, wie die vier verschiedenen Lösungswege zu der Aufgabe 3 · 6 in Abbildung 14 zeigen. Während die