



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lernzirkel zur Analytischen Geometrie

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Lernzirkel zur Analytischen Geometrie

Dr. Jürgen Leitz, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© Peter M Fisher, The Image Bank, Getty Images Plus

Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme, Kollinearität und Komplanarität von Vektoren und Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen – mit diesem Stationenzirkel bereiten sich Ihre Schüler ideal auf das Abitur vor. Die Übungsaufgaben variieren im Schwierigkeitsgrad. Sie können sie im Sinne einer Binnendifferenzierung gezielt einsetzen, um sowohl leistungsschwächere als auch leistungsstärkere Schüler ideal zu fördern.

Lernzirkel zur Analytischen Geometrie

Oberstufe (Niveau)

Dr. Jürgen Leitz, Hamburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Hinweise	1
M 1 Lineare Gleichungssysteme (LGS) – Info	4
M 2 Verfahren zum Lösen eines LGS – Info	5
M 3 Einsetzungsverfahren	6
M 4 Gleichsetzungsverfahren	7
M 5 Additions- bzw. Subtraktionsverfahren	8
M 6 LGS in Matrix-Vektor-Form	9
M 7 Das Gauß-Verfahren – Info	10
M 8 Das Gauß-Jordan-Verfahren	11
M 9 Wiederholung zu LGS	12

M 10 Kollinearität und Komplanarität	13
M 11 Komplanarität	14
M 12 Wiederholung zu Kollinearität und Komplanarität	15
M 13 Lagebeziehungen zw. Punkten, Geraden und Ebenen	16
M 14 Wiederholung zu Lagebeziehungen	17
Stationenzirkel (4 Stationen als LEKs)	20–23
Tippkarten zum Stationenzirkel	24
Lösung Wiederholungsaufgaben	31
Lösung Stationenzirkel	37

Die Schüler lernen:

Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme, Kollinearität und Komplanarität von Vektoren und Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen – mit diesem Stationenzirkel bereiten sich Ihre Schüler ideal auf das Abitur vor. Die Übungsaufgaben variieren im Schwierigkeitsgrad. Sie können sie im Sinne einer Binnendifferenzierung gezielt einsetzen, um sowohl leistungsschwächere als auch leistungsstärkere Schüler ideal zu fördern.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt

Wh = Wiederholungsblatt

Info = Informationsblatt

LEK = Lernerfolgskontrolle

Tipp = Tippkarten

Thema	Material	Methode
Lineare Gleichungssysteme (LGS) – Info	M 1	Info
Verfahren zum Lösen eines LGS – Info	M 2	Info
Einsetzungsverfahren	M 3	Info, Ab
Gleichsetzungsverfahren	M 4	Info, Ab
Additions- bzw. Subtraktionsverfahren	M 5	Info, Ab
LGS in Matrix-Vektor-Form	M 6	Info, Ab
Das Gauß-Verfahren – Info	M 7	Info, Ab
Das Gauß-Jordan-Verfahren	M 8	Info, Ab
Wiederholung zu LGS	M 9	Ab, Wh
Kollinearität und Komplanarität	M 10	Info, Ab
Komplanarität	M 11	Info, Ab
Wiederholung zu Kollinearität und Komplanarität	M 12	Ab, Wh
Lagebeziehungen z. Punkten, Geraden und Ebenen	M 13	Info, Ab
Wiederholung zu Lagebeziehungen	M 14	Ab, Wh
Stationen 1–4	St. 1–St. 4	LEK
Tippkarten		Tipp

© RAABE 2020

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Wählen Sie dann einzelne Materialien aus und binden Sie diese dort in den Unterricht ein, wo es gerade passt. Informationsblätter können die Schülerinnen und Schüler¹ vorab als Hausaufgabe bearbeiten.

¹ Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird im weiteren Verlauf nur noch „Schüler“ verwendet.

Lernzirkel zur Analytischen Geometrie

Fachwissenschaftliche Einordnung

Lineare Gleichungssysteme (LGS) sind aus der Medizin, der Technik sowie aus den Natur- und Wirtschaftswissenschaften einschließlich ihrer Anwendungsgebiete nicht wegzudenken und nehmen dort einen festen Platz ein. Sie sind als Hilfsmittel bei der Lösung komplexer Problemstellungen von großer Bedeutung. Zum Beispiel spielt die computerbasierte Lösung großer LGS bei der Computertomografie in der Medizin eine elementare Rolle, denn die dabei erzeugten Schnittbilder entstehen nicht sofort optisch, sondern müssen aus den gemessenen Rohdaten rekonstruiert werden. In der Mathematik finden LGS u. a. Anwendung bei der Prüfung von Vektoren auf lineare Abhängigkeit und Komplanarität, bei der Untersuchung von Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen sowie bei der Umwandlung von Darstellungsgleichungen für Ebenen.

Methodisch-didaktische Hinweise

Die vorliegende Unterrichtseinheit ist für ca. sechs Unterrichtsstunden vorgesehen. Den Schwerpunkt der Einheit bildet die Lösung linearer Gleichungssysteme bei der Untersuchung von Vektoren auf Kollinearität und Komplanarität und bei der Bestimmung von Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

Die Schüler besitzen bereits Kenntnisse über Kollinearität und Komplanarität von Vektoren, über mögliche Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten (Punkten, Geraden, Ebenen) sowie über LGS (s. a. Voraussetzungen).

In der ersten Doppelstunde wiederholen die Schüler dazu bereits bekanntes Wissen über Kollinearität und Komplanarität von Vektoren, über Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen sowie über lineare Gleichungssysteme. Dies geschieht im geführten Unterrichtsgespräch mithilfe von Informationsblättern bzw. davon angefertigten Folien.

Zur Übung und Festigung sowie als Lernerfolgskontrolle erfolgt die Bearbeitung entsprechender Aufgaben in Form eines Lernzirkels, der aus den vier Stationen „LGS 1“ (Station 1), „LGS 2“ (Station 2), „LGS 3“ (Station 3) und „LGS 4“ (Station 4) besteht. Jede Station enthält zwei Aufgaben. Bei Aufgabe 1 sind Vektoren auf lineare Abhängigkeit (Kollinearität bzw. Komplanarität) zu untersuchen. Bei der Lösung von Aufgabe 2 müssen die Schüler jeweils ihre Kenntnisse über Lagebeziehungen von Punkt /Gerade, Punkt /Ebene, Gerade /Gerade, Gerade /Ebene und Ebene /Ebene anwenden. Station 1 und 2 beinhalten jeweils noch eine dritte Aufgabe zur Anwendung von LGS in der Analytischen Geometrie, und zwar die Umwandlung von Parametergleichungen in Koordinatengleichungen. Diese Aufgaben sind optional, falls noch Zeit bleibt.



Die Schüler arbeiten wegen der Ansteckungsgefahr während der Corona-Pandemie in Einzelarbeit bzw. allenfalls mit einem Partner zusammen. Der Lernzirkel sieht vor, dass jede Station von jedem Schüler in je einer Unterrichtsstunde durchlaufen wird. Je nach Leistungsstärke der Schüler kann diese Zeit auch verkürzt werden. Aufgaben, die nicht geschafft werden, sind zu Hause fertigzustellen.



Tippkarten bieten Hinweise zum Lösen jeder Aufgabe. Sie stellen Lösungshinweise dar, ohne dass die Lösung vorweggenommen wird. Die Schüler können hier nachlesen, wenn sie nicht wissen, wie sie mit der Lösung einer Aufgabe beginnen sollen. Zu einigen Aufgaben gibt es mehrere Hinweise und Tipps. Die Schüler sollen hier nach dem Lesen eines Tipps nochmals nachdenken, ob sie nun einen Lösungsweg finden, bevor sie den nächsten Tipp lesen. Ausführliche Lösungen der Aufgaben liegen am Lehrerpult aus, sodass die Schüler ihre Rechnungen und Ergebnisse nach Beendigung einer Station überprüfen können.

Voraussetzungen

- Kollinearität, Linearkombination und Komplanarität von Vektoren
- Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten (Punkte, Geraden und Ebenen) im zwei- und dreidimensionalen Raum
- Äquivalenzumformungen bei Gleichungen
- Lineare Gleichungssysteme (LGS) mit zwei und mehr Variablen
- Homogene und inhomogene LGS
- Unter- und überbestimmte LGS





- Lösungsverfahren (Einsetzungs-, Gleichsetzungs- und Additions-, Gauß-Verfahren)
- Lösungsmenge eines LGS

Hinweise zum Arbeitsablauf für die Schüler

- Es gibt vier Stationen, die von jedem Schüler/jeder Zweiergruppe zu durchlaufen sind.
- Jede Station besteht aus zwei Aufgaben.
- Bei Aufgabe 1 sind Vektoren auf lineare Abhängigkeit (Kollinearität bzw. Komplanarität) zu untersuchen.
- Bei der Lösung von Aufgabe 2 müssen Sie jeweils Ihre Kenntnisse über Lagebeziehungen von Punkt /Gerade, Punkt /Ebene, Gerade /Gerade, Gerade /Ebene und Ebene /Ebene anwenden.
- Bearbeiten Sie die zwei Aufgaben einer Station in der vorgegebenen Reihenfolge.
- Station 1 und 2 beinhalten jeweils noch eine dritte Aufgabe zur Anwendung von LGS in der Analytischen Geometrie, und zwar die Umwandlung von Parametergleichungen in Koordinatengleichungen. Diese Aufgaben sind optional, d. h., sie können bearbeitet werden, falls noch Zeit bleibt.
- Lösen Sie die Aufgaben jeder Station in **Einzelarbeit**.
- Für das Lösen der Aufgaben einer Station ist jeweils eine Unterrichtsstunde vorgesehen. Aufgaben, die Sie in dieser Zeit nicht schaffen, sollten Sie zu Hause fertigstellen.
- Wenn Sie nicht weiterkommen, nehmen Sie die **Tippkarten** zu Hilfe. Sollten Sie auch damit keinen Lösungsweg finden, unterstützt Sie der Lehrer.
- Ausführliche Lösungen der Aufgaben liegen am Lehrerpult aus, sodass Sie Ihre Rechnungen und Ergebnisse nach Beendigung einer Station überprüfen können.

© RAABE 2020

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

M 1 Lineare Gleichungssysteme (LGS) – Info

Lineare Gleichungssysteme (LGS) mit mindestens einer Variablen

Die Gleichung $7x_1 - 8x_2 + 9x_3 = 10$ ist eine **lineare Gleichung**, weil die Variablen x_1, x_2, x_3 nur in der ersten Potenz vorkommen. Die Zahlen 7, -8 und 9 heißen **Koeffizienten** (Beizahlen) der Variablen x_1, x_2, x_3 . Die Zahl 10 (rechte Seite der Gleichung) ist das sogenannte **absolute Glied** der Gleichung.

Ein LGS besteht aus m Gleichungen mit $m \geq 2$ und n Variablen $n \geq 1$.

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & = & b_n \end{array}$$

Die **Lösungsmenge** L eines LGS mit $n \geq 1$ Variablen ist ein n -Tupel von Elementen, das alle Gleichungen des LGS erfüllt. Ein n -Tupel ist hier eine geordnete Liste von n Zahlen,

z. B. für drei Zahlen: (5| 3| 2) oder auch in Vektorform: $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Sind die absoluten Glieder b_1, b_2, b_3, \dots alle gleich null, dann nennt man das LGS **homogen**, ansonsten heißt es **inhomogen**.

Ein Gleichungssystem heißt **unterbestimmt**, wenn es weniger Gleichungen als Variablen hat ($m < n$). Ein Gleichungssystem mit mehr Gleichungen als Variablen heißt **überbestimmt** ($m > n$).



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lernzirkel zur Analytischen Geometrie

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

