

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Gesucht ... ! Entdeckeraufträge zu Teilern, Vielfachen und Primzahlen

Das komplette Material finden Sie hier:

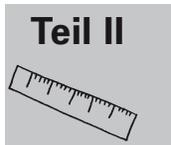
School-Scout.de



Gesucht ...! – Entdeckeraufträge zu Teilern, Vielfachen und Primzahlen

Ein Beitrag von Cornelia Günther, Oberursel

Ist 513 801 teilbar durch 9? Und ist 53 792 ein Vielfaches von 8? Das herauszufinden – und zwar ohne zu rechnen – ist erstaunlich einfach. Wie das funktioniert, erfahren Ihre Schüler in der vorliegenden Unterrichtseinheit. Im Rahmen von Such- und Entdeckeraufträgen beschäftigen sie sich zunächst intensiv mit Vielfachen und Teilern und erkennen Teilbarkeitsregeln, die sie auf beliebig große Zahlen anwenden können. Die Kinder erfahren außerdem, was es mit den Primzahlen auf sich hat, und lernen mit dem „Sieb des Eratosthenes“ ein weiteres Verfahren kennen, das zwar schon über 2 000 Jahre alt ist, aber immer noch verblüfft.



Das Wichtigste auf einen Blick	
<p>Aufbau der Unterrichtseinheit Die Unterrichtseinheit umfasst eine Sequenz mit folgenden Phasen:</p> <p>Einstieg: Einmaleinsaufgaben und -spiele</p> <p>Hinführung: Teiler und Vielfache ermitteln</p> <p>Erarbeitung und Übung 1: Primzahlen kennenlernen und ermitteln</p> <p>Erarbeitung und Übung 2: Teilbarkeitsregeln entdecken und anwenden</p> <p>Abschluss: Lernstandserhebung oder Spiele</p> <p>Dauer: ca. 10 Unterrichtsstunden</p>	<p>Klassen: Ende 3 und 4</p> <p>Lernbereiche: Zahlen und Operationen, Muster und Strukturen</p> <p>Kompetenzen: Einmaleins und Grundrechenarten bis 1 000 000 anwenden; Rechengesetze (Teilbarkeitsregeln) erkennen, erklären und anwenden; Gesetzmäßigkeiten in arithmetischen Mustern erkennen und beschreiben; Aufgaben gemeinsam bearbeiten; über Lösungen reflektieren und kommunizieren; mathematische Fachbegriffe sachgerecht verwenden</p>



Warum dieses Thema wichtig ist

Die Schülerinnen und Schüler¹ befassen sich in dieser Unterrichtseinheit intensiv mit Teilern und Vielfachen und sichern ihr vorhandenes Wissen zum Einmaleins und zu den Grundrechenarten.

Darüber hinaus lernen sie Teilbarkeitsregeln als Hilfsmittel kennen, um Aussagen zu beliebig großen Zahlen und deren Teilbarkeit zu treffen. Sie müssen dafür nicht die Einmaleinsreihen der entsprechenden Zahlen kennen oder schriftlich dividieren. Auch lernschwächere Schüler können durch das Auswendiglernen der Teilbarkeitsregeln und deren Anwendung Erfolgserlebnisse im Umgang sogar mit mehrstelligen Zahlen erzielen.

Da sie die Regeln und Gesetzmäßigkeiten der Teilbarkeit eigenständig und in Form von Rechenkonferenzen entdecken, üben die Kinder sich auch im problemlösenden, mathematischen Denken und Argumentieren. Sie reflektieren und kommunizieren mit anderen über fachliche Inhalte und üben gleichzeitig, Fachbegriffe anzuwenden.

Des Weiteren lernen die Schüler Primzahlen als unzerlegbare Zahlen kennen. Dies dient als Vorbereitung auf das 5. Schuljahr mit den Lerninhalten Bruchrechnen und natürliche Zahlen.

¹ Im weiteren Verlauf wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit nur „Schüler“ verwendet.

Teil II

Was Sie zu diesem Thema wissen sollten

Was sind Teiler und Vielfache?

Teiler einer Zahl sind Zahlen, durch die die zu überprüfende natürliche Zahl ohne Rest teilbar ist. Beispiel: 1, 2, 3 und 6 sind Teiler von 6, weil sich 6 ohne Rest durch diese Zahlen teilen lässt. 4 ist dagegen kein Teiler von 6, weil die Aufgabe $6 : 4$ den Rest 2 ergibt.

Gemeinsame Teiler zweier Zahlen sind die Zahlen, die sowohl Teiler der einen als auch Teiler der anderen Zahl sind. Von den gemeinsamen Teilern ist die größte Zahl der größte gemeinsame Teiler (ggT). Beispiel: Der größte gemeinsame Teiler von 8 und 32 ist 8, denn die Teiler von 8 sind 1, 2, 4 und 8, die Teiler von 32 sind 1, 2, 4, 8, 16 und 32.

Vielfache sind Zahlen, die sich bei der Multiplikation mit einer Zahl ergeben. Die Schüler kennen sie als Einmaleinsreihe der jeweiligen Zahl. Beispiel: 24 ist ein Vielfaches von 6 und von 4, weil $4 \cdot 6 = 24$.

Gemeinsame Vielfache sind die Zahlen, die sowohl Vielfache der einen als auch Vielfache der anderen Zahl sind. Von den gemeinsamen Vielfachen ist die kleinste Zahl das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV). Beispiel: von 12 und 15 ist 60 das kgV, denn die Vielfachen von 12 sind 24, 36, 48, 60 und die von 15 sind 30, 45, 60.

Welche Regeln zur Teilbarkeit von Zahlen gibt es?

Es gibt verschiedene Regeln, die es ermöglichen, Aussagen zur Teilbarkeit beliebig großer Zahlen zu treffen bzw. diese auf ihre Richtigkeit zu überprüfen.

Endstellenregeln:

- Nur gerade Zahlen sind durch 2 (ohne Rest) teilbar, ungerade Zahlen nicht.
- Eine Zahl ist durch 5 (ohne Rest) teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 5 oder 0 ist.
- Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die aus den letzten 2 Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.
- Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 ist.
- Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die aus den letzten 3 Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist.

Quersummenregeln:

- Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme (Quersumme) durch 3 teilbar ist.
- Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Ziffernsumme (Quersumme) durch 9 teilbar ist.

Kombinationsregeln:

- Zahlen sind durch 6 teilbar, wenn sie auch durch 2 und 3 teilbar sind.
- Zahlen sind durch 12 teilbar, wenn sie auch durch 3 und 4 teilbar sind.

Was sind Primzahlen und wie kann man sie ermitteln?

Primzahlen sind Zahlen, die genau zwei Teiler haben: 1 und sich selbst. 1 ist keine Primzahl, da sie nicht zwei verschiedene Teiler hat. 2 ist die einzige gerade Primzahl, da ihre Vielfachen keine Primzahlen mehr sein können (sie haben dann schon drei Teiler, nämlich 1, 2 und sich selbst). Beispiel: 13 ist eine Primzahl, weil sie nur zwei Teiler hat, 1 und sich selbst. 14 dagegen hat die Teiler 1, 2, 7, 14 und ist deshalb keine Primzahl.

In dieser Einheit lernen die Schüler mit dem „Sieb des Eratosthenes“ ein Hilfsmittel kennen, Primzahlen leicht und sicher zu ermitteln. Dieses Verfahren wird in M 3 näher erläutert.

Teil II**Wie Sie das Thema vermitteln können**

- Anhand von Aufgaben zum Ermitteln von Teilern und Vielfachen bestimmter Zahlen festigen die Schüler das Einmaleins und die Grundrechenarten.
- Die Schüler erfahren, wann eine Zahl eine Primzahl ist, und lernen mit der Methode „Sieb des Eratosthenes“ eine Möglichkeit kennen, Primzahlen sicher und leicht zu ermitteln.
- Anhand von mehrstelligen Zahlen entdecken die Schüler in Form von Rechenkonferenzen eigenständig Regeln und Gesetzmäßigkeiten zur Teilbarkeit von Zahlen. Sie üben dabei das gemeinschaftliche Reflektieren und Kommunizieren über mathematische Sachverhalte.
- Durch Aufgaben zur Anwendung und Begründung sichern die Schüler ihre Erkenntnisse über die Teilbarkeit von Zahlen und erweitern ihre Möglichkeiten, mathematische Prozesse und Gesetzmäßigkeiten zu verbalisieren.
- Im Rahmen der Einheit werden Begriffe wie „gerade Zahlen“ und „ungerade Zahlen“, „Teiler“, „Vielfaches“, „Primzahl“, „Endziffer“, „Quersumme“ wiederholt bzw. neu eingeführt und angewandt.

Welche weiteren Medien Sie nutzen können

Enzensberger, Hans Magnus: Der Zahlenteufel. Ein Kopfkissenbuch für alle, die Angst vor der Mathematik haben. Hanser Verlag, München 1997.

Dahl, Kristin und Nordqvist, Sven: Zahlen, Spiralen und magische Quadrate. Mathe für jeden. Oetinger Verlag, Hamburg 2007.

Für Schüler, die sich gern mit mathematischen Zusammenhängen befassen (oder auch als Tipp für Eltern), sind die beiden o. g. Kinderbücher als weiterführende oder ergänzende Lektüre geeignet. Sie können sie auch in der Lesecke des Klassenraums oder in der Schülerbücherei bereitstellen. In den Büchern finden sich auch die in dieser Einheit behandelten Themen etwa ein Kapitel über die Primzahlen.

www.primzahlen.de

Auf dieser Internetseite gibt es hilfreiche Informationen für Erwachsene. Hier werden die in der Einheit eingesetzte Methode des Siebes des Eratosthenes und andere Testverfahren vorgestellt. Es lässt sich auch automatisch prüfen, ob eine Zahl eine Primzahl ist, oder ein Generator zur Erstellung von Primzahlenlisten nutzen.

Verlaufsübersicht

Die Schüler lernen Primzahlen und das „Siebverfahren“ zu deren Ermittlung kennen. Sie entdecken Gesetzmäßigkeiten und Regeln der Teilbarkeit von Zahlen und wenden diese an.

Teil II

Material	Verlauf	Checkliste
	Einstieg: <ul style="list-style-type: none"> – Einmaleinsaufgaben oder -spiele – Die Begriffe „Teiler“ und „Vielfache“ wiederholen bzw. neu einführen (UG) 	ggf. Spiele aus M 14 für die gesamte Einheit Hunderterfeld (z. B. aus M 15) und ggf. Lösungsblätter bereitstellen
M 1	– Teiler ermitteln (EA)	M 1, M 2 im Klassensatz kopieren
M 2	– Vielfache ermitteln und im Hunderterfeld farbig kennzeichnen (EA)	
	Erarbeitung und Übung 1: Primzahlen	
M 3, M 4	– Primzahlen und die „Siebmethode“ kennenlernen; die Primzahlen bis 100 ermitteln (EA, LV)	M 3 im Klassensatz kopieren
M 5	– Die Primzahlen bis 100 wiederholen und zu einem Bild verbinden (EA)	M 5 im Klassensatz kopieren
	Erarbeitung und Übung 2: Teilbarkeitsregeln	
M 6	– Teilerliste der Zahlen von 1 bis 50 erstellen; teilerreichste Zahlen (36, 48) entdecken (EA)	M 6–M 8 im Klassensatz kopieren
M 7	– Den größten gemeinsamen Teiler zweier Zahlen ermitteln (EA)	
M 8	– Das kleinste gemeinsame Vielfache zweier Zahlen ermitteln (EA)	
M 9, M 10	– Teilbarkeitsregeln eigenständig entdecken (GA) und in Form von Merkkästen sichern (EA)	M 9 für alle oder für Gruppen kopieren; Merkkästen aus M 10 auf Tafel übertragen oder im Klassensatz kopieren
M 11, M 12	– Teilbarkeitsregeln anwenden und begründen (EA)	M 11, M 12 im Klassensatz kopieren
M 13, M 14	Abschluss: Lernstandserhebung und/oder Spiele zum Erarbeiteten (EA, GA)	M 13 im Klassensatz kopieren
Dauer: ca. 10 Unterrichtsstunden		

Hinweise zu den Materialien M 1 bis M 15

Einstieg: Es bietet sich an, mit einigen Einmaleinsaufgaben oder -spielen anzufangen. Nutzen Sie bereits bekannte und eingeführte Spiele oder greifen Sie auf **M 14** zurück.

Kündigen Sie den Schülern an, dass sie verschiedene Entdeckeraufträge bekommen, die sie im Laufe der Einheit ausführen sollen. Hierfür erhalten bzw. erarbeiten sie sich vorab diverse Regeln.

Anschließend wiederholen Sie entweder die Begriffe „Teiler“ und „Vielfache“ oder Sie führen sie neu ein. Erklären Sie: „Teiler einer Zahl sind Zahlen, durch die du die Zahl ohne Rest teilen

kannst.“ Sammeln Sie gemeinsam einige Beispiele an der Tafel (z. B. die Teiler von 12, 15, 24). Erklären Sie dann im nächsten Schritt: „Vielfache einer Zahl entstehen, wenn du die Zahl multiplizierst. Du kennst sie aus den Einmaleinsreihen.“ Anschließend verteilen Sie die Arbeitsblätter **M 1** und **M 2**.

M 1 verdeutlicht, was ein „Teiler“ ist. Anhand von Beispielen und Aufgaben zu den Einmaleinsreihen wenden die Schüler den Begriff an und sichern ihn. Sie sollen erkennen, ob Aussagen nach dem Format „Ist Teiler“ oder „Hat Teiler“ richtig oder falsch sind.

Differenzierung: Leistungsstarke Schüler vergleichen ihre Arbeitsblätter miteinander und sammeln dann selbst in Partner- oder Einzelarbeit weitere Beispiele für Teiler.

M 2: Anhand dieses Materials wird – wieder mit Verweis auf das Einmaleins – der Begriff „Vielfaches“ verdeutlicht und angewendet. Die Schüler sollen Vielfache von gegebenen Zahlen finden.

Hinweis: Am Ende des Beitrags in **M 15** sowie auf der beiliegenden CD 51 finden Sie eine veränderbare Vorlage für das Hunderterfeld, das Sie hier zur Darstellung von Teilern und Vielfachen, aber auch an anderer Stelle der Einheit verwenden können. Kopieren Sie das Hunderterfeld auf Folie und/oder als Arbeitsblatt für jedes Kind.

Differenzierung: Bei Aufgabe 2 und 3 in **M 2** sollte den Schülern auffallen, dass die Vielfachen von 4 auch gleichzeitig die Vielfachen von 2 sind. Alle Zahlen die durch 4 teilbar sind, sind auch gleichzeitig durch 2 teilbar. Vielleicht bemerken die Kinder auch, dass es sich bei allen Vielfachen von 2 und 4 um gerade Zahlen handelt.

Wiederholen Sie nach der Bearbeitung von **M 2** die Begriffe „gerade Zahlen“ und „ungerade Zahlen“ und halten Sie die Teilbarkeitsregel zur Zahl 2 fest: Nur gerade Zahlen sind durch 2 (ohne Rest) teilbar, ungerade Zahlen nicht. Schreiben Sie beispielhaft einige Zahlen an die Tafel und lassen Sie die Schüler prüfen, ob diese Regel immer gilt, egal wie viele Stellen die Zahl hat. Zur Überprüfung kann eine mehrstellige Zahl exemplarisch schriftlich dividiert und die Probe gerechnet werden.

Um zu den Primzahlen überzuleiten, fordern Sie die Kinder nun auf, die ungeraden Zahlen zu betrachten und zu überlegen, wie viele Teiler diese mindestens haben. Die Schüler können dies in Kleingruppen in Form einer Rechenkonferenz besprechen und werden darauf kommen, dass alle Zahlen mindestens durch sich selbst und durch 1 teilbar sind, also zwei Teiler haben. Lassen Sie die Schüler nun Zahlen finden, die genau zwei Teiler haben.

Anschließend präsentieren die Schüler ihre Ergebnisse der Klasse. Vielleicht kennen einige Kinder den Begriff „Primzahl“ schon, lassen Sie sie erklären, worum es sich dabei handelt. Ansonsten erläutern Sie selbst: „Primzahlen nennt man Zahlen, die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind. 2 ist die kleinste Primzahl.“ Halten Sie die Definition auf einem Plakat, in einem Merkkasten o. Ä. fest.

Lassen Sie die Schüler zunächst selbst einige Beispiele für Primzahlen finden und merken Sie an, dass das – insbesondere bei größeren Zahlen – recht zeitaufwendig ist. Stellen Sie anschließend die Methode nach dem „Sieb des Eratosthenes“ vor.

M 3 definiert, was Primzahlen sind, und leitet dazu an, nach der Methode des Eratosthenes die Primzahlen von 1 bis 100 herauszufinden. Je nach Lernstand der Klasse erfolgt diese Primzahlensuche entweder komplett oder mit den ersten Zahlen und anschließend in Einzelarbeit auf **M 3**; oder aber Sie lassen die Schüler das Material von Anfang an eigenständig, evtl. mit einem Partner, bearbeiten. Vergleichen bzw. prüfen Sie auf jeden Fall die ermittelten Primzahlen bis 100.

Differenzierung: In leistungsstärkeren Klassen können Sie die Schüler eine Erklärung dafür finden lassen, warum die 1 keine Primzahl ist.

Tipp: Die Vorlage für das Hunderterfeld aus **M 15** können Sie einsetzen, um die Primzahlen „herauszusieben“ zu lassen. Kopieren Sie die Vorlage auf Folie und/oder für jeden Schüler.

M 4: Ergänzend können Sie den kleinen Text über Eratosthenes und seine Methode vorlesen.

M 5: Das Arbeitsblatt bietet eine spielerische Wiederholung der Primzahlen von 1 bis 100. Die Schüler erhalten als Lösung das Bild einer Maus, wenn sie die Primzahlen herausfinden und miteinander verbinden. **M 5** eignet sich auch als Hausaufgabe.



Teil II

M 6: Indem die Schüler eine Teilerliste der Zahlen von 1 bis 50 erstellen, wiederholen sie Primzahlen und Teiler von Zahlen. Diese benötigen sie im weiteren Verlauf der Einheit zur Ermittlung des größten bzw. gemeinsamen Teilers.

M 7: Hier wird erklärt, wie man den größten gemeinsamen Teiler zweier Zahlen ermittelt. Das Verfahren wird anschließend angewendet und geübt.

Differenzierung: Schwächere Schüler können zur Bearbeitung von M 7 die bereits erarbeitete Teilerliste zu Hilfe nehmen, stärkere Schüler arbeiten ohne die Liste bzw. nutzen diese zum Vergleichen ihrer Ergebnisse nach Fertigstellung des Arbeitsblattes.

M 8: Methodisch ähnlich wie in M 7 sollen die Schüler hier kleinste gemeinsame Vielfache finden.

Nach dieser Vorarbeit zu Teilern und Vielfachen leiten Sie zu den Teilbarkeitsregeln über, indem Sie ein Beispiel nennen, etwa: „Die Zahl 8 115 ist durch 3 teilbar. Das kann ich herausfinden, ohne zu rechnen.“ Lassen Sie die Schüler diese Behauptung in Form einer Rechenkonferenz überprüfen.

M 9: Ebenfalls in Rechenkonferenzen behandeln Sie im weiteren Unterrichtsverlauf die von Ihnen ausgewählten Teilbarkeitsregeln (vgl. **M 10**). Lassen Sie die Kinder als Zahlendetektive möglichst eigenständig die Regeln herausfinden, indem sie ihnen die Zahlen in M 9 zur Überprüfung geben.

Hinweis: Je nach Lerngruppe und zur Verfügung stehender Zeit arbeitet entweder die ganze Klasse in Kleingruppen an denselben Teilbarkeitsregeln oder die verschiedenen Gruppen behandeln die Regeln arbeitsteilig und stellen sie den Mitschülern anschließend vor.

M 10 zeigt die behandelten Teilbarkeitsregeln im Überblick. Die Merksätze können Sie den Schülern schrittweise nach jeder neu erarbeiteten Regel präsentieren, z. B. als Tafeltext, den die Kinder in ihr Heft übertragen. Oder Sie teilen M 10 am Ende der Einheit als Zusammenfassung komplett aus.

Differenzierung: Leistungsstarke Schüler könnten zusätzlich die Teilbarkeitsregeln (Kombiregeln) für die Zahlen 12 (teilbar durch 3 und 4) und 15 (teilbar durch 3 und 5) erarbeiten.

M 11: Die Schüler wenden mehrere Teilbarkeitsregeln an, indem sie die Vielfachen verschiedener Zahlen farbig einkreisen.

M 12: Auch hier wenden die Schüler ihr Wissen über die Teilbarkeitsregeln an. Darüber hinaus lernen sie die mathematischen Zeichen kennen für „Ist Teiler von“ bzw. „Ist nicht Teiler von“.

Abschluss: Im Rahmen eines Abschlusstests (vgl. **M 13**) und/oder in Form von Spielen (vgl. **M 14**) können die Schüler das in der Unterrichtseinheit Gelernte unter Beweis stellen.

Tipp: Das Hunderterfeld in **M 15** bzw. die veränderbare Vorlage auf der Begleit-CD können Sie zur Herstellung von Zahlenkärtchen für das Spiel „Schnapp die Primzahl“ verwenden.

Materialübersicht

- M 1 Gesucht: Teiler einer Zahl (Arbeitsblatt)
- M 2 Gesucht: Vielfache einer Zahl (Arbeitsblatt)
- M 3 Gesucht: Primzahlen (Arbeitsblatt)
- M 4 Das Sieb des Eratosthenes (Text)
- M 5 Gesucht: Bild aus Primzahlen (Bild, Arbeitsblatt)
- M 6 Liste mit Teilern (Arbeitsblatt)
- M 7 Gesucht: Der größte gemeinsame Teiler (Arbeitsblatt)
- M 8 Gesucht: Das kleinste gemeinsame Vielfache (Arbeitsblatt)
- M 9 Entdeckeraufträge zum Teilen von Zahlen (Arbeitsblatt, Karten)
- M 10 3 Regeln zum Teilen von Zahlen (Text)
- M 11 Vielfachenjagd (Arbeitsblatt)
- M 12 Prüfen und markieren (Arbeitsblatt)
- M 13 Was hast du gelernt? – Wissenstest
- M 14 Schnapp, Blubb und Klatsch – Spiele
- M 15 Hunderterfeld

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Gesucht ... ! Entdeckeraufträge zu Teilern, Vielfachen und Primzahlen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

