



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lebendgewicht und Lebenserwartung - Von Informationen und Modellen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Wo Mathematik in Bezug auf unsere Welt verwendet wird, hantiert man in der Regel mit Modellen. Die Schüler erfahren das beispielhaft am vorliegenden Fall.*
- *Sie erkennen: Wo mit Modellen hantiert wird, verwechselt man immer mal wieder Voraussetzungen und Folgerungen. Sie erfahren das beispielhaft am vorliegenden Fall.*
- *Sie erkennen: Wer die Reichweite der Mathematik zeigen will, muss die Grenzen der Mathematik zeigen. Sie erfahren das beispielhaft am vorliegenden Fall.*

Zentrales Anliegen:

Die Funktionenlehre der Sekundarstufe I schränkt sich auf eine algebraische Sicht ein. Dadurch wird die Behandlung sowohl hinsichtlich der **Mathematik** als auch hinsichtlich des **Weltbezugs** platt. Die Funktionenlehre hat ein eigenständiges unterrichtliches Potenzial und sie verdient eine **eigenständige Unterrichtskonzeption**. Hier ist ein Fall, den man in dieser Hinsicht aufgreifen kann.

Einordnung:

Funktionenlehre der Mittelstufe: Verständiger Umgang mit und Verwendung von quadratischen Funktionen.

Vorwissen:

- Funktionen verschiedener Art
- Darstellung von Funktionen durch Text, Wertetabelle, Graph, Term, ...
- die allgemeine Form der quadratischen Funktionsterme und die Scheitelpunktform
- elementare Teile der beschreibenden Statistik

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Eine Information in einem Lehrbuch
2. Schritt: Wo die Funktion f herkommt
3. Schritt: Eine Aufgabe für den Mathematikunterricht

Unterrichtsplanung

1. Schritt: Eine Information in einem Lehrbuch

Im ersten Teil wird eine Information in einem Lehrbuch zum Anlass genommen, sich dem Zusammenhang von Körpergewicht und Lebenserwartung zu widmen. Die Information ist in Form einer quadratischen Funktion gefasst und so wird diese quadratische Funktion untersucht. Die Ergebnisse sind nennenswert. Doch dann stellt sich die Frage „Woher kommt dieses f?“.

Eine Information

1 In irgendeinem Lehrbuch steht:

„Die Lebenserwartung errechnet sich nach

$$f(x) = 105 - 1/20 (x + 10)^2 \quad \text{im Bereich } -20 \leq x \leq 30,$$

wobei x % das Übergewicht und $f(x)$ % die Lebenserwartung angeben.

Dabei ist (nach P. Broca, 1828-1880) die Maßzahl des **Normalgewichts** (in kg) gleich der Maßzahl der Körperlänge (in cm) minus 100.“

2 Was steht da? Steht da etwas für uns?

Die Begriffe „Übergewicht“ und „Lebenserwartung“ sind zu erörtern, zu problematisieren, zu klären. Dafür braucht man ihre Verknüpfung mit Ernährung, Lebensführung und Gesundheit. Im Begriff „Übergewicht“ steckt eine Rede von Normal-, Ideal-, Soll- ...-gewicht.

Was meint diese Rede? – Wir versuchen an dieser Stelle nicht, das ganze Problem aufzudröseln. Wir beschränken uns darauf, zum Ersten, die bekannten und gängigen Worthülsen nur anzutippen. Etwa die verschiedenen Aspekte, die mit diesen Wortprägungen betont werden. Zum Zweiten tippen wir auch die Frage nur an, ob eine Empfehlung einer Gewichtsformel für alle überhaupt möglich sein kann. Und zum Dritten tippen wir nur an, ob es nicht eher irreführend ist, wenn man die Lebenserwartung an eine einzige Größe anbindet und dann auch noch an eine billige quantitative Größe.

Nein, das Lebensende, als Abschied von einem erfüllten Leben, haben 15- oder 17-Jährige nicht im Blick und nicht einmal im Kopf. Es wäre auch vergebliche Mühe, das an dieser Stelle erreichen zu wollen. Eher wird über „die letzten Dinge“ gealbert. Da nutzt, wie immer, Predigen gar nichts. Aber das legt sich im Lauf der Arbeit.

Zur Wertetabelle

3 Wie sieht der Zusammenhang von Lebenserwartung und Übergewicht – in der vorgefundenen Fassung – aus?

Machen wir es uns leichter; machen wir es uns anschaulich: Malen wir ein Bild. Dafür brauchen wir eine **Wertetabelle**. Wie immer überlegen wir, bevor wir zum Taschenrechner greifen:

- Von wo bis wo berechnen wir Funktionswerte?
- In welchen Abständen berechnen wir Funktionswerte?

x	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
$f(x)$	85	100	105	100	85	60	25	-20

6.1**Lebendgewicht und Lebenserwartung – Von Informationen und Modellen****Unterrichtsplanung**

4 Da wir immer wieder über das „%“ stolpern, machen wir auch ein paar Ausdrucksübungen zu der Wertetabelle, etwa so:

- Zur Null gehört die 100: Bei 0 % Übergewicht, also bei Normalgewicht, ist die Lebenserwartung 100 %.
- 10 % Übergewicht vermindern die Lebenserwartung um 15 %.
- Wer sich statt 70 kg 84 kg leistet, schafft die Ziellinie statt nach 80 Jahren nach 48.

Und bei 91 kg sind es nur noch 20 Jahre – das kann doch nicht sein! Ob die Medizin-Mathematiker den Definitionsbereich zu großzügig angegeben haben? Da hilft uns Spekulieren nicht weiter. Wir brauchen die Statistik, aber die haben wir nicht. Blenden wir diesen Teil der Tabelle versuchsweise erst einmal aus. Der andere Teil ist für uns interessant genug:

5 Was fällt uns sonst auf an der Wertetabelle?

Für x zwischen -20 und 0 ist $f(x) > 100$! Was sagt das? Zuerst einmal zwei Dinge:

- Es gibt einen Gewichtsintervall, in dem die Lebenserwartung größer ist als bei „Normalgewicht“! Zwar nicht viel größer, aber vom „Normalgewicht“ bis 20 % darunter ist die Lebenserwartung größer als 100 %.
- Die Kehrseite überrascht uns nicht und dann doch: Außerhalb dieses Gewichtsintervalls wird die Lebenserwartung deutlich kleiner. Vielleicht nicht so schnell wie formuliert, aber vermutlich doch überraschend schnell.

Schauen wir uns die beiden Punkte etwas genauer an:

- Wie passt a) zum Begriff „Normalgewicht“? Ist das nicht ein Widerspruch in sich? Das Wort „Normalgewicht“ führt in die Irre. Es wird in nahe liegender Weise als Empfehlung verstanden, als Handlungsorientierung. Es gibt aber nicht die beste Orientierung. Wenn man überhaupt eine pauschale Gewichtsempfehlung für hilfreich hält, sollte man eher „10 % unter Brocas ‚Normalgewicht‘!“ nehmen. Aber bei Brocas „Normalgewicht“ ist die Lebenserwartung 100%! Das zeigt doch, dass dieses Gewicht etwas Besonderes ist! Die 100 % wirken suggestiv – was hat es damit auf sich? Es scheint so, dass sich die 100 % aus der Statistik ergeben. Dann ist Brocas „Normalgewicht“ vielleicht doch etwas Besonderes. Wir können den Zusammenhang an dieser Stelle nicht überprüfen. Besonderes oder nicht – das bleibt an dieser Stelle offen. Doch in Bezug auf die größte Lebenserwartung bleibt es dabei: Die Wortschöpfung „Normalgewicht“ ist verunglückt. Vielleicht ist sie, wie wir vielleicht schon vorhin vermutet haben, nur eine Notlösung gewesen.

Damit wir nicht ständig wieder mit diesem Miss(be)griff hadern müssen, überlegen wir uns ein anderes Wort dafür. Z.B. **Broca-Gewicht**, und als Kurzform einfach **Broca**.

- Wir haben für $-20 < x < 0$ nur drei (oder ...) Werte berechnet. Für die ausgewählten Abszissen ist $f(x)$ größer 100. Kann $f(x)$ in diesem Bereich auch kleiner als 100 sein?
„Erstmal zeichnen!“ Das ist keine dumme Antwort, sondern eine nahe liegende. Wir machen uns (auch hier, wieder) klar, warum sie keine Antwort auf unsere Frage ist. Und wenden uns dem Einzigsten zu, was wir von f definitiv wissen, dem Funktionsterm. So vergewissern wir uns: Für jedes x zwischen -20 und 0 ist $-1/20(x + 10)^2$ kleiner als 5, und also $105 - 1/20(x + 10)^2$ größer als 100.

Jetzt haben wir eine Antwort auf unsere Frage: In dem Gewichtsintervall $-20 < x < 0$ ist die Lebenserwartung überall größer als 100 % (der Lebenserwartung bei Broca-Gewicht).

Unterrichtsplanung

Der Graph

6 Wir wollten ein Bild malen. Tun wir das. Wie immer überlegen wir, bevor wir zum Zeichenwerkzeug greifen, wohin wir die Koordinatenachsen legen und wie wir sie skalieren (Größen, Einheiten; s. **M1**).

7 Unsere **Wertetabelle** und unser **Graph (M1)** suggerieren, dass die Lebenserwartung bei 10 % unter Broca ihren Maximalwert annimmt, 105 % (der Lebenserwartung bei Broca-Gewicht).

Ist $(-10; 105)$ der Maximalpunkt von f ? Ist 105 % der Maximalwert der Lebenserwartung?

Wie eben (Transfer): Das können wir aus der Graphik nicht entnehmen und aus der Wertetabelle auch nicht. Und wieder wie eben: Aber aus dem Funktionsterm!

Der Funktionsterm ist uns in der Scheitelpunktform gegeben. Wir können – Ja, können wir! Haben wir gelernt! – unmittelbar ablesen: $(-10; 105)$ ist der Scheitelpunkt unserer Parabel. Also ist 105 % (der Lebenserwartung bei Broca-Gewicht) die maximale Lebenserwartung, und zwar bei 10 % unterhalb des Broca-Gewichts.

Es bleibt dabei: Die Rede von Unter- oder Übergewicht im Sinne von Broca ist irreführend.

Unser Ergebnis

8 Was haben wir herausbekommen? Was wissen wir nun (neu)? Wir wissen nun:

- Es gibt ein Gewicht, das die Lebenserwartung maximal macht. Bei 10 % unter Broca-Gewicht ist die Lebenserwartung 5 % über der bei Broca-Gewicht.
- Es gibt einen Gewichtsbereich, in dem die Lebenserwartung größer ist als beim Broca-Gewicht. Zwischen Broca und 20 % darunter ist die Lebenserwartung größer als 100 %.
- Außerhalb dieses Gewichtsbereichs wird die Lebenserwartung kleiner als 100 %, und zwar überraschend schnell.

Das sind die Einzelheiten. Was sagen sie uns insgesamt? Wir können uns den Überblick erleichtern, indem wir etwa so zusammenfassen:

Satz:

Wir können unsere größte Lebenserwartung dadurch erreichen, dass wir unser Gewicht unter dem Broca-Gewicht halten, und zwar um 10 %.

So wird unsere Lebenserwartung um 5 % größer als bei Broca-Gewicht.

Von viel kleinerem Gewicht und von viel größerem Gewicht sollten wir die Finger lassen.

9 Das haben wir herausbekommen, und zwar aus f . Wir haben f untersucht und sind so zu dieser Einsicht gekommen. „Steht da etwas für uns?“, hatten wir gefragt. Steht da etwas für uns? Da brauchen wir nicht lange hin und her reden; da können wir uns einigen. Auch wenn das Ergebnis vielleicht unbequem ist.



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lebendgewicht und Lebenserwartung - Von Informationen und Modellen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

