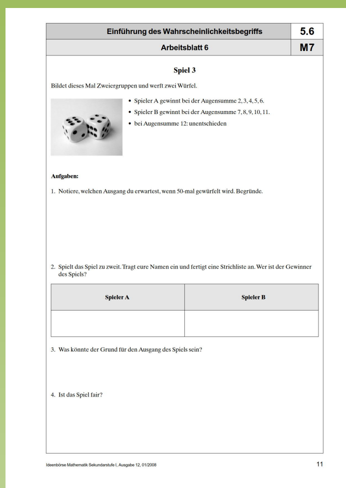
Auszug aus:

Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs



Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	5.6
Arbeitsblatt 6	M7

Spiel 3

Bildet dieses Mal Zweiergruppen und werft zwei Würfel.

- Spieler A gewinnt bei der Augensumme 2, 3, 4, 5, 6.
- Spieler B gewinnt bei der Augensumme 7, 8, 9, 10, 11.
- bei Augensumme 12: unentschieden

Aufgaben:

1. Notiere, welchen Ausgang du erwartest, wenn 50-mal gewürfelt wird. Begründe.
2. Spielt das Spiel zu zweit. Tragt eure Namen ein und fertigt eine Strichliste an. Wer ist der Gewinner des Spiels?

Spieler A	Spieler B

3. Was könnte der Grund für den Ausgang des Spiels sein?
4. Ist das Spiel fair?

Ideenbörse Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe 12, 01/2008 11

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- *Die Schüler können Zufallsexperimente oder Glücksspiele, denen sie im Alltag begegnen, identifizieren und deren Fairness kritisch hinterfragen.*
- *Sie können wiedergeben, was Wahrscheinlichkeit für sie bedeutet.*
- *Sie können Wahrscheinlichkeiten mithilfe eines Erfahrungsschatzes (prognostisch) bestimmen.*
- *Sie können angeben, wie man die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis bzw. Ereignis beim Werfen eines unbekannten Zufallsgeräts bestimmt.*
- *Sie können Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei Laplace-Experimenten bestimmen.*

Zentrales Anliegen:

Zunächst sollen Vorstellungen, die Schüler aufgrund verschiedener Alltagserfahrungen zu den Begriffen **Wahrscheinlichkeit** und **Zufall** in den Unterricht mitbringen, anhand von Vorfragen zu verschiedenen Glücksspielen aufgedeckt werden. Der überraschende Ausgang der Glücksspiele soll die Schüler dann dazu bringen, defizitäre Präkonzepte zu verwerfen und sie dazu motivieren, eine angemessene Theorie zu entwickeln, die ihre Fehlvorstellungen korrigiert. Hierbei steht die Bildung eines Wahrscheinlichkeitsbegriffs im Vordergrund. Dabei werden die Schüler bereits mit stabilisierten relativen Häufigkeiten und Laplace-Experimenten konfrontiert. Die Hinführung der Schüler zur eigenen Bildung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs soll im Sinne der Selbstbestimmungstheorie nach Deci & Ryan geschehen.

Des Weiteren sollen Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten berechnet werden, allerdings zunächst nicht mit der Pfadregel, sondern über die Zurückführung des Zufallsexperimentes auf ein **Laplace-Experiment**, womit der Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff aufgenommen wird.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein ideales Themengebiet, bei dem es sich anbietet, Beispiele durchzuspielen, um handlungsorientierte Schüler (Lerntypen) anzusprechen. Gerade in der Mittelstufe halte ich es für angemessen, handlungsorientiert vorzugehen.

Die Glücksspiele werden in Kleingruppen durchgespielt. Einige Sachverhalte können sich die Schüler in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit aneignen, wobei zu Beginn die verbindlichen Begrifflichkeiten noch nicht zwingend verwendet werden.

Einordnung:

Häufig wird die Wahrscheinlichkeitsrechnung in Klasse 7 eingeführt. Vorliegende Materialien sollen die einführenden Stunden in dieser Klassenstufe erleichtern. Weitere Inhalte wie Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Summen- und Pfadregel schließen sich daran an.

Literatur:

Weitere Anregungen für den Unterricht findet man in:

- Beiblatt für den Fachdidaktik-Mathematik-Kurs 06/07 (Seminar Stuttgart II). Stochastik in der Mittelstufe auf dem Hintergrund der Bildungsstandards 2004

5.6 Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs

Vorüberlegungen

- BLK-Modellversuch „Gute Unterrichtspraxis“, Hessen (2001). Materialien zum Modellversuch: Vorschläge und Anregungen zu einer veränderten Aufgabenkultur, (8) Zum Themengebiet Stochastik, S. 3f. *(http://modellversuch-mathematik.he.schule.de/Materialien/pdf-Dokumente/08Stochastik.pdf)*
- Bullinger, R./Häfner, M./Handschuh, K. (2006): Daten und Zufall. Gewinnen beim Glücksspiel – purer Zufall oder reine Mathematik? Schwäbisch Gmünd
- Handschuh, K./Bullinger, R./Häfner, M. (2007): Gewinnen bei Würfelspielen: Zufall oder Mathematik? In: Kreative Ideenbörse Mathematik, Ausgabe 9, Einheit 5.4
- Deci, E. L./Ryan, R. M. (1993): Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Zeitschrift für Pädagogik 39 (2), S. 223-238

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Sammeln von Schülervorstellungen
2. Schritt: Glücksspiele
3. Schritt: Definition des Begriffs Wahrscheinlichkeit
4. Schritt: Definition des Begriffs Zufallsexperiment

Unterrichtsplanung

1. Schritt: Sammeln von Schülervorstellungen (1 Schulstunde)

Arbeitsblätter 1 und 2 (**M1 und M2**)

In der Hausaufgabe (**M1**) sollen Schülervorstellungen zu den Begriffen **Wahrscheinlichkeit und Zufall** gesammelt werden. Auftretende Präkonzepte sollten im Verlauf der Einheit immer wieder thematisiert und berichtigt werden.
Die Einstiegsfrage (**M2**) soll Anlass zur Diskussion geben, nachdem jeder Schüler seine eigene Meinung schriftlich formuliert hat. (Siehe dazu auch den Artikel **„Dialog. Nicht Überrumpelung, sondern Annahme des Schülers – d.h. seines Arguments“** von Hartmut Köhler im Pädagogischen Kaleidoskop in dieser Ausgabe.)

2. Schritt: Glücksspiele (2 Schulstunden)

Arbeitsblätter 3 bis 7 (**M3**, **M5 bis M8**) und **Lehrerblatt** (**M4**)

Dieser Unterrichtsschritt eignet sich besonders gut für eine Doppelstunde. Es sollen von der ganzen Klasse nacheinander drei verschiedene Spiele gespielt werden.
Bei Spiel 1 „Werfen eines Würfels“ (**M3 und M5**) werden die Begriffe **absolute und relative Häufigkeit** eingeführt. Zudem sollen weitere Probleme aus der Alltagswelt der Schüler aufgenommen und problematisiert werden, wie z.B. „Welche Zahl fällt am häufigsten?“ oder „Wann fällt die erste 6?“
Bei Spiel 2 „Wurf zweier Münzen“ (**M6**) und Spiel 3 „Wurf zweier Würfel“ (**M7**) handelt es sich jeweils um unfaire Glücksspiele, die auf den ersten Blick als solche nicht zu erkennen sind. Nach dem Spiel werden innerhalb der Klasse die Ergebnisse verglichen und die verblüffenden Ausgänge hinterfragt. (Bei beiden Spielen hat Spieler B die größeren Gewinnchancen.) Hierbei wird der Begriff „fair“ bei Glücksspielen geklärt.
Als Hausaufgabe kann (**M8**) gegeben werden. Die Schüler sollen dabei lernen, Glücksspiele im Alltag zu identifizieren und kritisch zu hinterfragen.

Für Spiel 1 und 3 braucht man pro Schüler einen Würfel.
Für Spiel 2 werden 2 Münzen pro 3 Schüler benötigt.

3. Schritt: Definition des Begriffs Wahrscheinlichkeit (3 Schulstunden)

Arbeitsblätter 8 bis 11 (**M9**, **M11**, **M13 und M15**) und **Lehrerblätter** (**M10**, **M12 und M14**)

Nun sollen die Schüler dahin geführt werden, einen eigenen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu bilden. Dabei haben sie die Wahl zwischen dem prognostischen, dem empirischen und dem Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Der sehr formale und abstrakte axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff wird hier nicht behandelt.
Station 1 (**M9**) thematisiert den prognostischen Wahrscheinlichkeitsbegriff: Die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ gibt an, in welchem Anteil aller Fälle mit dem Eintreten des Ereignisses A zu rechnen ist.
Station 2 (**M11**) thematisiert den empirischen Wahrscheinlichkeitsbegriff, der auf der Grundlage des empirischen Gesetzes der großen Zahlen festgesetzt ist: Hier ist die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ der Grenzwert (die „stabilisierte relative Häufigkeit“): $h(A) \rightarrow P(A)$ *für* $n \rightarrow \infty$, wobei n die Anzahl der Durchführungen des Zufallsexperimentes ist.

5.6	Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs

Vorüberlegungen

Mithilfe von Station 3 (**M13**) soll der Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff gebildet werden: Sind bei einem Zufallsexperiment alle Ausgänge gleich wahrscheinlich, spricht man von einem Laplace-Experiment und die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A ist danach

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Möglichkeiten}}{\text{Anzahl aller Möglichkeiten}} .$$

Es soll dabei Wert darauf gelegt werden, dass die Schüler aus den anschaulichen Beispielen die Ergebnisse in ihrer eigenen Sprache formulieren. Welchen Wahrscheinlichkeitsbegriff der Schüler wählt, bleibt ihm überlassen. Station 4 (**M15**) führt ihn lediglich dazu hin. Natürlich müssen die Schülerformulierungen auf fachliche Richtigkeit überprüft werden, was eventuell etwas mehr Zeit in Anspruch nehmen kann.

4. Schritt: Definition des Begriffs Zufallsexperiment (1 Schulstunde)

Arbeitsblatt 12 (**M16**) und **Lehrerblatt** (**M17**)

Zuletzt (**M16**) werden die Gemeinsamkeiten der Beispiele aus den Stationen 1 bis 3 (**M9**, **M11 und M13**) zunächst von den Schülern einzeln und danach gemeinsam zusammengetragen, was auf die Definition des Begriffes **Zufallsexperiment** hinausläuft. Die Angabe von Ergebnissen läuft auf die Angabe von **Ergebnismengen** hinaus.
Im Folgenden müssen die ebenfalls schon angestoßenen Begriffe Ereignis, Ereignismenge, Laplace-Experiment sowie das empirische **Gesetz der großen Zahlen** festgelegt werden. Danach kann mit der **Summen- und Pfadregel** fortgefahren werden.

Spiel 1

Mit welchem Würfel würfelt man am häufigsten eine 6?

Findet heraus, wer von euch den „besten" 6er-Würfel hat.

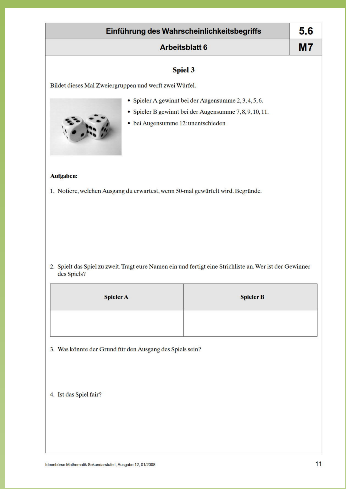
Dabei sollt ihr wie folgt vorgehen:

1. Jeder würfelt mit seinem Würfel, der sich in einem Würfelbecher befinden sollte.
2. Das Ergebnis eines jeden Wurfes wird in die unten abgebildete Protokolltabelle bei der entsprechenden Wurfnummer eingetragen.
3. Wer zuerst bei 60 Würfen angelangt ist, ruft laut „Stopp". Alle anderen hören dann sofort mit Würfeln auf.
4. In die Tabellen unter der Protokolltabelle sind die (sogenannten absoluten) Häufigkeiten für die einzelnen Augenzahlen zu notieren.
5. Wenn ihr mit allem fertig seid, vergleicht zunächst eure Ergebnisse mit denen eurer Nachbarn. Gibt es zwischen den einzelnen Würfeln Unterschiede? Begründet warum oder warum nicht!
6. Was könnte mit dem Begriff relative Häufigkeit gemeint sein?

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**
21.	**22.**	**23.**	**24.**	**25.**	**26.**	**27.**	**28.**	**29.**	**30.**	**31.**	**32.**	**33.**	**34.**	**35.**	**36.**	**37.**	**38.**	**39.**	**40.**
41.	**42.**	**43.**	**44.**	**45.**	**46.**	**47.**	**48.**	**49.**	**50.**	**51.**	**52.**	**53.**	**54.**	**55.**	**56.**	**57.**	**58.**	**59.**	**60.**

Anzahl der Würfe insgesamt: _______

Augenzahl	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
absolute Häufigkeit						
relative Häufigkeit						


Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs 5.6

Arbeitsblatt 6 M7

Spiel 3

Bildet dieses Mal Zweiergruppen und werft zwei Würfel.

- Spieler A gewinnt bei der Augensumme 2, 3, 4, 5, 6.
- Spieler B gewinnt bei der Augensumme 7, 8, 9, 10, 11.
- bei Augensumme 12: unentschieden

Aufgaben:

1. Notiere, welchen Ausgang du erwartest, wenn 50-mal gewürfelt wird. Begründe.
2. Spielt das Spiel zu zweit. Tragt eure Namen ein und fertigt eine Strichliste an. Wer ist der Gewinner des Spiels?

Spieler A	Spieler B

3. Was könnte der Grund für den Ausgang des Spiels sein?
4. Ist das Spiel fair?

Ideenbörse Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe 12, 01/2008 11