

SCHOOL-SCOUT.DE

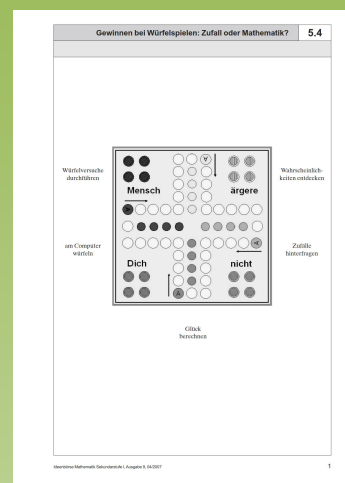
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Gewinnen bei Würfelspielen: Zufall oder Mathematik?

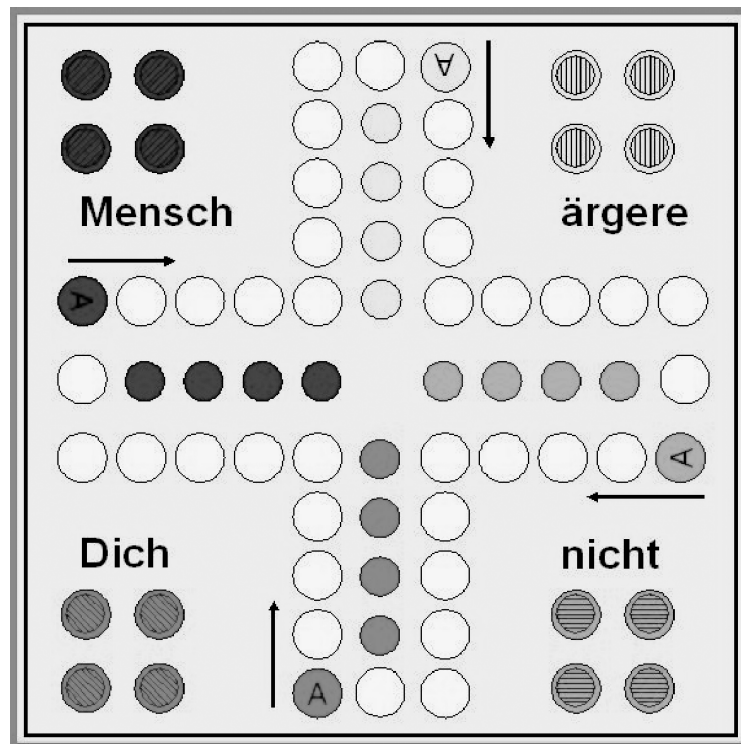
Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Würfelversuche durchführen

Wahrscheinlichkeiten entdecken



am Computer würfeln

Zufälle hinterfragen

Glück berechnen

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:*Die Schüler*

- gewinnen explorativ, auf spielerische Weise grundlegende Einsichten in den Begriff der Wahrscheinlichkeit,
- können Wahrscheinlichkeiten als Bruch und Prozentsatz bestimmen,
- verstehen, dass Wahrscheinlichkeitsaussagen erst bei einer hohen Zahl von Versuchen greifen,
- wenden die Produkt- und Summenregel in einfachen Fällen an,
- können unterschiedliche Strategien zur Lösung von Wahrscheinlichkeitsproblemen anwenden.

Zentrales Anliegen:

Diese Unterrichtseinheit zum Thema *Zufall und Wahrscheinlichkeit* kann von den Schülern zum größeren Teil **selbstständig** und **eigenverantwortlich** erarbeitet werden.

Immer wieder wird auf grundlegende Vorerfahrungen der Schüler beim Spielen zurückgegriffen. Als Ausgangspunkt wird durchgehend das einfache und weitverbreitete Spiel *Mensch ärgere dich nicht* herangezogen. Die emotional getönten Vorkenntnisse werden reaktiviert und anschließend mit experimentellen und klar strukturierten Methoden verschränkt. Der Computer wird erst dann als Werkzeug herangezogen, wenn sich das konkrete Handeln mit Würfel und Strichliste als aufwendig und mühsam herausstellt. Sukzessive wird den Schülern einsichtig, dass durch immer größer werdende Wurfzahlen annähernd das Ergebnis zustande kommt, das viele Schüler anfangs vermutet hatten. Allerdings konnte diese Vermutung anfangs bei kleineren Wurfzahlen überhaupt nicht bestätigt werden. Diese kognitiven Konflikte und Diskrepanzerlebnisse erhöhen **Anstrengungsbereitschaft und Durchhaltevermögen**.

Bei den einzelnen Arbeitsblättern wird vorsichtig, aber konsequent und durchgängig an der Stellschraube der Komplexität gedreht, um durch überschaubare Variationen in verschiedenste Richtungen fundamentale und elementare Einsichten in mathematische Begriffe und Strukturen gewinnen zu können.

Es ist den Autoren ein Anliegen, dass die Schüler **Grundvorstellungen** entwickeln können, sodass der äußerst abstrakte Begriff der Wahrscheinlichkeit stets mit anschaulichen und direkt erlebten **Primärerfahrungen** verknüpft werden kann.

Der Kurs ist ausschließlich auf Würfelexperimente und verwandte Experimente angelegt. Auf diese Weise kann das Thema hinsichtlich der Komplexität in Stufen aufgebaut werden und ist daher für die Schüler besser nachvollziehbar. Sie machen zuerst **enaktiv** Erfahrungen, die sie dann **ikonisch** weiterführen, **sprachlich** mit neuen Begriffen fixieren und schließlich auf der **symbolischen** Ebene anwenden. Abschließende Aufgaben zu diesem ersten Teil können dem Schulbuch oder Arbeitsheften entnommen werden. Sie sollten aus verschiedenen Bereichen der Wahrscheinlichkeitsrechnung stammen und dienen dadurch dem Transfer auf andere Situationen.

Einordnung:

Die Unterrichtseinheit kann in den Klassen 8 – 9 eingesetzt werden. In mehreren Bundesländern ist der Wahrscheinlichkeitsbegriff in den Standards für die Klassen 9/10 enthalten.

Vorüberlegungen

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:**Experimente mit einem Würfel:**

1. Schritt: Die Chancen zu einer Sechs beim „Mensch-ärgere-dich-nicht“-Spiel
2. Schritt: Zufallsexperimente mit einem Würfel
3. Schritt: Würfeln am PC
4. Schritt: Würfeln in Gedanken
5. Schritt: Komplizierte Wahrscheinlichkeiten bestimmen
6. Schritt: Andere „Würfel“

Experimente mit zwei Würfeln:

7. Schritt: Würfeln mit zwei Würfeln
8. Schritt: Ein durchgeführtes Würfelexperiment untersuchen
9. Schritt: Unendlich oft würfeln „mit Mathematik“

Unterrichtsplanung

1. Schritt: Die Chancen zu einer 6 beim „Mensch-ärgere-dich-nicht“-Spiel**Arbeitsblatt 1 (M1) und Lehrerblatt (M2)**

Die Schüler setzen sich auf der Vermutungs- und Erfahrungsebene intuitiv mit den Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln auseinander. Vier Diagramme regen dazu an, unterschiedliche Denkrichtungen einzunehmen. Mit Aufgabe 1c) wird abschließend für divergierende Denkansätze sensibilisiert, sie werden verstärkt und hinterfragt.

2. Schritt: Zufallsexperimente mit einem Würfel**Arbeitsblatt 2 (M3) und Lehrerblatt (M4)**

Hier wird die Erfahrung gemacht, dass die einzelnen Augenzahlen bei immer höheren Wurfzahlen etwa gleich oft als Ereignis vorkommen. Das Gesetz der großen Zahl wird angebahnt.

3. Schritt: Würfeln am PC**Arbeitsblatt 3 (M5) und Lehrerblatt (M6)**

Die Schüler erkennen mithilfe des Tabellenkalkulationsprogramms, dass durch die noch höhere Wurfzahl die Wahrscheinlichkeit für jede Augenzahl bei $1/6$ liegt. Damit vollziehen sie das Gesetz der hohen Zahl nach und verstehen die Begriffe Wahrscheinlichkeit und Zufall. Die Wahrscheinlichkeit wird als Bruch und als Prozentsatz angegeben.

Beachten Sie die Hinweise zum virtuellen Würfeln mit Excel (siehe Seite 7)!

4. Schritt: Würfeln in Gedanken**Arbeitsblatt 4 (M7) und Lehrerblatt (M8)**

Nun wird das Gelernte auf eine ähnliche Situation übertragen und angewendet. Statt eines Würfels mit Zahlen wird jetzt ein Würfel mit verschiedenfarbigen Seitenflächen verwendet. Die nicht mehr gleichmäßig verteilten farbigen Flächen erweitern, schärfen und vertiefen den bisher gebildeten Wahrscheinlichkeitsbegriff.

In der zweiten Aufgabe auf diesem Arbeitsblatt wird nun die Würfelart variiert. Dadurch wird der Nenner bei der Wahrscheinlichkeit stärker in den Mittelpunkt gerückt. Kreativität ist bei der Manipulation der letzten Teilaufgabe gefordert. Dabei sind mehrere Strategien sinnvoll und effizient.

Unterrichtsplanung

5. Schritt: Komplizierte Wahrscheinlichkeiten bestimmen

Arbeitsblätter 5a und 5b (M9 und M10) und Lehrerblatt (M11)

Wahrscheinlichkeitsvorhersagen werden jetzt auf ein anderes Experiment übertragen. Die Schüler erkennen am „Mensch-ärgere-dich-nicht“-Spiel, dass es auch Wahrscheinlichkeiten gibt, bei denen der Zähler nicht 1 ist. Die Summenregel wird nicht formal angewendet, sondern ergibt sich durch logisches Denken. Wenn die Einzelwahrscheinlichkeiten mit der Chance insgesamt verglichen werden, fällt den Schülern die Summenregel ins Auge.

6. Schritt: Andere „Würfel“

Arbeitsblatt 6 (M12) und Lehrerblatt (M13)

Nun wird die Wahrscheinlichkeit vorgegeben und es wird versucht, auf die Farben der nicht sichtbaren Seiten des Würfels zu schließen. Durch reversible operative Betrachtungen wird der Wahrscheinlichkeitsbegriff flexibel.

7. Schritt: Würfeln mit zwei Würfeln

Arbeitsblatt 7 (M14) und Lehrerblatt (M15)

Mit der Initialaufgabe kann das Gerechtigkeitsempfinden der Schüler herausgefordert werden. Zunächst scheint sich im Vergleich zu einem Würfel nichts zu ändern. Je intensiver die Sachauseinandersetzung erfolgt, desto mehr Unsicherheiten und Differenzierungen ergeben sich.

Wichtig ist hier der Hinweis auf zwei verschiedenfarbige Würfel. Nur dann lässt sich die Augensumme $3+4$ von der Summe $4+3$ begründet unterscheiden.

Beachten Sie die Hinweise zum virtuellen Würfeln mit Excel (siehe Seite 7)!

8. Schritt: Ein durchgeführtes Würfelexperiment untersuchen

Arbeitsblatt 8 (M16)

Mit der Computersimulation lassen sich leicht größere Wurfzahlen realisieren. Auf dieser Grundlage kann man erste Wahrscheinlichkeitsaussagen machen.

Unterrichtsplanung

9. Schritt: Unendlich oft würfeln „mit Mathematik“**Arbeitsblatt 9 (M17) und Lehrerblätter (M18 und M19)**

Mithilfe einer Tabelle erschließt sich die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Augensumme. Vorteilhaft ist die Bearbeitung mit verschiedenfarbigen Stiften. Dadurch ist der Bezug zu den entsprechenden Würfeln leicht herstellbar.

Die Lehrerblätter zeigen weitere Methoden zu einer systematischen Erfassung aller möglichen Ereignisse.

Das Arbeiten mit Baumdiagrammen wird der Schwerpunkt eines weiteren Beitrags sein.

Abgeschlossen wird der erste Teil mit einem zuerst angestrichenen und dann zersägten Würfel. Bei dieser Aufgabe dominiert häufig das unvollkommen ausgebildete Vorstellungsvermögen die Auseinandersetzung mit der Wahrscheinlichkeit. Andererseits werden durch diese kumulative Aufgabe mehrere mathematische Kompetenzen – vor allem die der „weichen Mathematik“ – gefördert.

Hinweise zu Arbeitsblatt 3 und Arbeitsblatt 7: Virtuelles Würfeln mit Excel

Die entsprechende Excel-Datei liegt auf der Homepage des Staatlichen Seminars für Didaktik und Lehrerbildung (Realschulen) Schwäbisch Gmünd. Sie erreichen die Seite unter folgendem Pfad:
www.realschullehrerseminar.de/math/excel.htm.

Dort finden Sie die folgenden drei Excel-Dateien:

- *Ein Würfel ohne Diagramm*
- *Ein Würfel mit Diagramm*
- *Zwei Würfel*

- Wenn Sie eine Datei starten, sollten Sie im Excel-Fenster „**Makros aktivieren**“ anklicken.
- Jeder Druck auf die „**F9**-Taste oben in der Mitte der Tastatur bewirkt einen Würfelvorgang.
- Das gleichzeitige Drücken der beiden Tasten „**STRG**“ und „**x**“ setzt die Würfelvorgänge wieder in den Ausgangszustand zurück.
- Sollte das Würfeln Probleme bereiten, bitten wir Sie, auf Ihrem Rechner folgende Einstellung zu überprüfen: Gehen Sie im Menü auf „**Extras**“, wählen Sie „**Optionen**“ aus und in dem dann erscheinenden Fenster „**Berechnung**“. Aktivieren Sie dann Einstellungen, Häkchen und Punkte wie in der folgenden Abbildung:

Unterrichtsplanung

Optionen [?] [X]

Farbe International Speichern Fehlerüberprüfung Rechtschreibung Sicherheit
Ansicht **Berechnung** Bearbeiten Allgemein Umsteigen Benutzerdefinierte Listen Diagramm

Berechnung

Automatisch Manuell
 Automatisch außer bei Mehrfachoperationen Vor dem Speichern neu berechnen

Iteration
Maximale Iterationszahl: Maximale Änderung:

Arbeitsmappenoptionen

Remotebezüge aktualisieren Externe Verknüpfungswerte speichern
 Genauigkeit wie angezeigt Beschriftungen in Formeln zulassen
 1904-Datumswerte

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Gewinnen bei Würfelspielen: Zufall oder Mathematik?

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

