Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Original Abitur Abschlussprüfungen Mathematik Baden-Württemberg 2010-2017 mit ausführlichen Lösungen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

Abitur-Prüfung 2015 mit Lösungen (Baden-Württemberg):

Vorwort:

Sehr geehrte Schülerinnen und Schüler,

auf den folgenden Seiten finden Sie die **Abiturprüfung 2015** in Baden-Württemberg mit ausführlichen und leicht verständlichen Lösungen. Das Inhaltsverzeichnis auf Seite 2 ermöglicht Ihnen eine schnelle Orientierung. Anhand der kompakten Lösungsübersicht auf Seite 6 und 7 können Sie sofort überprüfen, ob Sie richtig gerechnet haben. Die ausführlichen Lösungswege finden Sie ab Seite 8.

• Die <u>**Abiturprüfung in Mathematik**</u> ist in einen **Pflichtteil** und in einen **Wahlteil** unterteilt. Im Pflichtteil werden Grundkenntnisse in Form von kleineren Aufgaben abgefragt. Hierzu sind keinerlei Hilfsmittel zugelassen. Im Wahlteil darf ein grafikfähiger Taschenrechner benutzt werden. Die Aufgaben des Wahlteils sind anspruchsvoller, weil darin Lösungsstrategien entwickelt und praktische Probleme mit mathematischen Methoden gelöst werden sollen. Die Bezeichnung „Wahlteil" kommt daher, weil die Lehrkraft jeweils einen Aufgabensatz aus zwei Aufgabenvorschlägen zur Analysis, zur analytischen Geometrie und zur Stochastik auswählen darf.

• Die <u>**Themen der Abiturprüfung**</u> in Baden-Württemberg sind folgende:

Analysis: Differenzial- und Integralrechnung, Gleichungen lösen, Tangenten- bzw. Normalengleichungen aufstellen, Asymptoten bestimmen, Funktionsgleichungen aufstellen, Funktionen und ihre Schaubilder, Flächenberechnungen mit Integralen, Änderungsraten und Integration über Änderungsraten, Mittelwertberechnungen, Extremwertaufgaben, Symmetrie von Schaubildern, beschränktes Wachstum, ganz-rationale und gebrochen-rationale Funktionen, trigonometrische Funktionen, Exponentialfunktionen.

Analytische Geometrie: Gleichungssysteme, Geraden- und Ebenengleichungen aufstellen, Ebenen im Koordinatensystem, Punktprobe, Abstand zweier Punkte, Länge von Vektoren, Abstand Punkt-Ebene, Abstand Punkt-Gerade, Lage zwischen Geraden und Ebenen, Berechnung von Schnittpunkten, Winkelberechnungen, Spiegelungen an Geraden und Ebenen, Anwendungsaufgaben.

Stochastik: Mehrstufige Zufallsexperimente, Baumdiagramme, Pfadregel und Summenregel, Berechnung des Erwartungswerts, Wahrscheinlichkeiten von Binomialverteilungen, einseitiges Testen von Hypothesen, Anwendungsaufgaben.

• <u>Die Bewertungsskala</u>:

Erreichte Punkte	Notenpunkte
60 ... 57	15
56 ... 54	14
53 ... 51	13
50 ... 48	12
47 ... 45	11
44 ... 42	10
41 ... 39	9
38 ... 36	8

Erreichte Punkte	Notenpunkte
35 ... 33	7
32 ... 30	6
29 ... 27	5
26 ... 23	4
22 ... 19	3
18 ... 15	2
14 ... 11	1
10 ... 0	0

Abitur-Prüfung 2015 mit Lösungen (Baden-Württemberg):

Mathematik-Verlag
Steige 44-2
74821 Mosbach
Internet: www.matheverlag.com E-Mail: info@matheverlag.com

Pflichtteil 2015: (Lösungsübersicht auf S. 6)

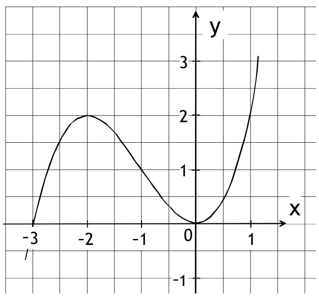
Aufgabe 1: (2 Punkte)
Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit
$f(x) = \left(4 + e^{3x}\right)^5$.

Aufgabe 2: (2 Punkte)
Berechnen Sie das Integral $\int_0^{\pi} \left(4x - \sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right) dx$.

Aufgabe 3: (3 Punkte)
Lösen Sie die Gleichung $(x^3 - 3x) \cdot (e^{2x} - 5) = 0$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Der Graph einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades hat im Ursprung einen Hochpunkt und an der Stelle x = 2 die Tangente mit der Gleichung
$y = 4x - 12$.
Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von f.

Aufgabe 5: (5 Punkte)
Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f ' einer ganzrationalen Funktion f. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.



Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(1) Der Graph von f hat bei $x = -3$ einen Tiefpunkt.

(2) $f(-2) < f(-1)$

(3) $f''(-2) + f'(-2) < 1$

(4) Der Grad der Funktion f ist mindestens vier.

Aufgabe 6: (4 Punkte)
Gegeben sind die drei Punkte A(4|0|4), B(0|4|4) und C(6|6|2).

a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes, der das Dreieck ABC zu einem Parallelogramm ergänzt. Veranschaulichen Sie durch eine Skizze, wie viele solcher Punkte es gibt.

Aufgabe 7: (3 Punkte)
Gegeben ist die Ebene E: $4x_1 + 3x_3 = 12$.

a) Stellen Sie E in einem Koordinatensystem dar.

b) Bestimmen Sie alle Punkte der x_3-Achse, die von E den Abstand 3 haben.

Aufgabe 8: (4 Punkte)
Ein Glücksrad hat drei farbige Sektoren, die beim einmaligen Drehen mit folgenden Wahrscheinlichkeiten angezeigt werden:
Rot: 20 %   Grün: 30 %   Blau: 50 %

→ weiter oben rechts

Noch Aufgabe 8:
Das Glücksrad wird n-mal gedreht. Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft die Farbe Rot angezeigt wird.

a) Begründen Sie, dass X binomialverteilt ist.

Die Tabelle zeigt einen Ausschnitt der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	...
P(X=k)	0,01	0,06	0,14	0,21	0,22	0,17	0,11	0,05	...

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird.

c) Entscheiden Sie, welcher der folgenden Werte von n der Tabelle zugrunde liegen kann: 20, 25 oder 30.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 9: (3 Punkte)
Mit $V = \pi \int_0^4 \left(4 - \frac{1}{2}x\right)^2 dx$ wird der Rauminhalt eines Körpers berechnet. Skizzieren Sie diesen Sachverhalt und beschreiben Sie den Körper.

Wahlteil 2015 – Analysis 1:

(Lösungsübersicht auf Seite 6)

Der Laderaum eines Lastkahns ist 50 m lang. Sein Querschnitt ist auf der gesamten Länge gleich und wird modellhaft beschrieben durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{125}x^4$; $-5 \le x \le 5$
(x und f(x) in Meter).

a) (5 Punkte)

• Wie tief ist der Laderaum in der Mitte ?

• Wie breit ist er in 3 m Höhe ?

• In welchem Bereich hat der Boden des Laderaums eine Neigung unter 5 % ?

• Berechnen Sie das Volumen des Laderaums.

b) (3 Punkte)
Zur Wartung steht der Lastkahn auf einer ebenen Plattform. Dort wird er stabilisiert durch gerade Stützen, die orthogonal zur Außenwand des Laderaums angebracht sind. Betrachtet werden zwei einander gegenüberliegende Stützen, deren Befestigungspunkte im Modell durch die Punkte $P_1(-4|\,f(-4))$ und $P_2(4|\,f(4))$ beschrieben werden.
In welchem Abstand voneinander enden diese Stützen auf der Plattform ?

c) (4 Punkte)
Der Laderaum kann durch eine horizontale Zwischendecke der Länge 50 m in zwei Teilräume geteilt werden. Das Volumen des unteren Teilraums beträgt 500 m^3. Berechnen Sie die Breite der Zwischendecke.

d) (3 Punkte)
Untersuchen Sie, ob sich eine zylinderförmige Röhre mit Außendurchmesser 9,8 m so in Längsrichtung in den Laderaum legen lässt, dass sie ihn an der tiefsten Stelle berührt.

Wahlteil 2015 – Analysis 2

(Lösungsübersicht auf Seite 6)

Aufgabe 1:

Die Entwicklung einer Population in den Jahren 1960 bis 2020 lässt sich durch zwei Funktionen modellhaft beschreiben. Die Funktion g mit

$g(t) = 400 + 20 \cdot (t+1)^2 \cdot e^{-0,1t}$ beschreibt die Geburtenrate und die Funktion s mit

$s(t) = 600 + 10 \cdot (t-6)^2 \cdot e^{-0,09t}$ beschreibt die Sterberate der Population.

(t in Jahren seit Beginn des Jahres 1960, g(t) und s(t) in Individuen pro Jahr)

a) (4 Punkte)

- Bestimmen Sie die geringste Sterberate.
- In welchem Jahr war die Differenz aus Geburten- und Sterberate am größten ?
- Bestimmen Sie den Zeitraum, in dem die Population zugenommen hat.

b) (3 Punkte)

Zu Beginn des Jahres 1960 bestand die Population aus 20 000 Individuen.

- Berechnen Sie den Bestand der Population zu Beginn des Jahres 2017.
- In welchem Jahr erreichte die Population erstmals wieder den Bestand von 1960 ?

Betrachtet wird nun das Größenwachstum eines einzelnen Individuums der Population. Dies kann im Beobachtungszeitraum durch das Gesetz des beschränkten Wachstums modelliert werden. Man geht davon aus, dass dieses Individuum in ausgewachsenem Zustand 0,8 m groß ist. Zu Beobachtungsbeginn betragen seine Größe 0,5 m und seine momentane Wachstumsgeschwindigkeit 0,15 m pro Jahr.

c) (4 Punkte)

- Bestimmen Sie eine Gleichung einer Funktion, die die Körpergröße des Individuums in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.
- Wie viele Jahre nach Beobachtungsbeginn hat die Körpergröße des Individuums um 50 % zugenommen ?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Gegeben sind ein Kreis mit Mittelpunkt O(0|0) und die Funktion f mit $f(x) = \dfrac{4}{x^2+1}$.

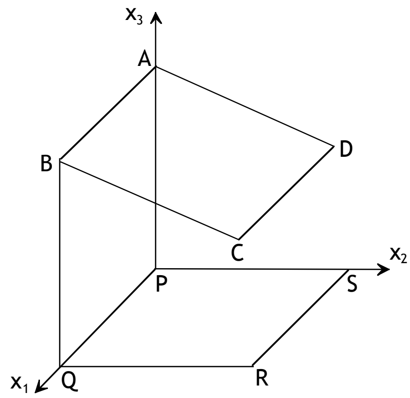
Bestimmen Sie die Anzahl der gemeinsamen Punkte des Kreises mit dem Graphen von f in Abhängigkeit vom Kreisradius.

Wahlteil 2015 – Analytische Geometrie / Stochastik 1:

(Lösungsübersicht auf Seite 7)

Aufgabe 1:

Über einer Terrasse ist als Sonnenschutz eine Markise an einer Hauswand befestigt. In einem Koordinatensystem stellen die Punkte P(0|0|0), Q(5|0|0), R(5|4|0), S(0|4|0) die Eckpunkte der Terrasse dar. Die Markise wird durch das Rechteck mit den Eckpunkten A(0|0|4), B(5|0|4), C(5|3,9|2,7), D(0|3,9|2,7) beschrieben (alle Angaben in Meter). Die Lage der Hauswand wird durch die x_1x_3-Ebene beschrieben.



a) (3 Punkte)

- Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, welche die Lage der Markise beschreibt.
- Berechnen Sie den Winkel zwischen Markise und Hauswand.

b) (4 Punkte)

In der Mitte zwischen Q und R steht eine 30 cm hohe Stablampe. Am Markisenrand CD wird ein senkrecht nach unten hängender Regenschutz angebracht, der genau bis auf die Terrasse reicht. Bei starkem Wind schwingt er frei um CD.

- Kann der Regenschutz dabei die Stablampe berühren ?
- Welchen Abstand von der Hauswand darf die Stablampe auf der Terrasse höchstens haben, damit dies nicht passiert ?

c) (4 Punkte)

Die Sonne scheint und der Regenschutz wird entfernt. Die Richtung der Sonnenstrahlen wird durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ beschrieben.

- Begründen Sie ohne Rechnung, dass die Terrasse nicht vollständig beschattet wird.

Die Markise kann ein- und ausgefahren werden. Dabei bewegen sich die äußeren Eckpunkte der Markise längs der Geraden BC und AD. Die Markise wird nun so weit eingefahren, dass der Terrassenrand zwischen Q und R genau zur Hälfte im Schatten liegt.

- Bestimmen Sie die neuen Koordinaten der äußeren Eckpunkte der Markise.

→ weiter auf Seite 5 mit Aufgabe 2

Noch analytische Geometrie / Stochastik 1:

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Ein Großhändler gibt an, dass sein Weizensaatgut eine Keimfähigkeit von mindestens 80 % hat. Mehrere Kunden vermuten, dass die Keimfähigkeit in Wirklichkeit kleiner ist. Deswegen wird die Aussage des Großhändlers mit Hilfe eines Tests auf einem Signifikanzniveau von 10 % überprüft, indem 500 Weizenkörner untersucht werden. Als Nullhypothese wird die Angabe des Großhändlers verwendet.

• Formulieren Sie die zugehörige Entscheidungsregel in Worten.

• Die tatsächliche Keimfähigkeit des Saatguts beträgt 82 %. Wie groß ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei obigem Test die Nullhypothese fälschlicherweise verworfen wird ?

Wahlteil 2015 -
Analytische Geometrie / Stochastik 2:

(Lösungsübersicht auf Seite 7)

Aufgabe 1:

Gegeben sind die Ebene E: $3x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 16$ und

eine Geradenschar g_a: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $a \in \mathbb{R}$

a) (3 Punkte)

• Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden g_4 mit der Ebene E.

• Welche Gerade der Schar ist orthogonal zu g_4 ?

b) (3 Punkte)

• Berechnen Sie den Schnittwinkel von g_4 und E.

• Für welche Werte von a mit $-10 \le a \le 10$ hat der Schnittwinkel von g_a und E die Weite 10° ?

c) (3 Punkte)

• Begründen Sie, dass alle Geraden g_a in der Ebene F: $x_3 = 1$ liegen.

• Es gibt eine Gerade h, die durch den Punkt P(5|1|1) geht und in F liegt, aber nicht zur Schar gehört. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h.

Aufgabe 2:

Bei einem Biathlonwettbewerb läuft ein Athlet eine 2,5 km lange Runde, dann schießt er liegend fünf Mal; anschließend läuft er eine zweite Runde und schießt stehend fünf Mal; nach einer dritten Runde erreicht er das Ziel. Für jeden Fehlschuss muss er direkt nach dem Schießen eine 200 m lange Strafrunde laufen. Aufgrund der bisherigen Schießleistungen geht der Trainer davon aus, dass der Athlet stehend mit 88 % und liegend mit 93 % Wahrscheinlichkeit trifft. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Ergebnisse der einzelnen Schüsse voneinander unabhängig sind.

a) (1 Punkt)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Athlet stehend bei fünf Schüssen genau vier Mal trifft.

b) (3 Punkte)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Athlet im gesamten Wettbewerb höchstens einmal eine Strafrunde laufen muss.

c) (2 Punkte)

Der Athlet möchte seine Leistungen im Stehendschießen verbessern und künftig mit über 95 % Wahrscheinlichkeit bei fünf Schüssen mindestens vier Mal treffen. Welche Trefferwahrscheinlichkeit muss er dafür mindestens erreichen ?

Lösungsübersicht 2015

Pflichtteil:

Aufgabe 1: $\mathbf{f'(x) = 15\,e^{3x}\cdot\left(4+e^{3x}\right)^4}$; (Kettenregel)

Aufgabe 2:

Es ist: $\int_0^{\pi}\left(4x - \sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right)dx = \mathbf{2\pi^2 - 2}$.

Aufgabe 3: Lösungen der Gleichung:

$\mathbf{x_1 = 0}$, $\mathbf{x_2 = \sqrt{3}}$, $\mathbf{x_3 = -\sqrt{3}}$ und $\mathbf{x_4 = \frac{1}{2}\ln 5}$.

Aufgabe 4:

Bedingungen: $f(0) = 0$; $f'(0) = 0$; $f'(2) = 4$ und $f(2) = -4$.
Funktionsgleichung von f ist: $\mathbf{f(x) = 2x^3 - 5x^2}$

Aufgabe 5:

(1) wahr wegen Vorzeichenwechsel von f' bei $x = -3$.

(2) wahr wegen $f'(x) > 0$ im Intervall $-2 < x < -1$.

(3) falsch wegen $f''(-2) + f'(-2) = 0 + 2 = 2 > 1$.

(4) wahr, da das Schaubild von f' mindestens 2 Extrempunkte hat und damit der Grad von f' mindestens 3 ist. Somit muss der Grad von f mindestens 4 sein.

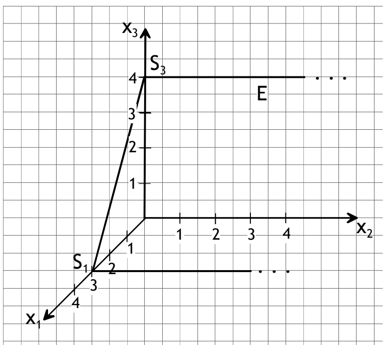
Aufgabe 6:

• Wegen $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{44}$ muss das Dreieck ABC gleichschenklig sein.

• Ergänzung zu einem Parallelogramm durch **D(10|2|2)** oder **D'(2|10|2)** oder **D''(−2|−2|6)**. Es gibt also drei solcher Punkte (Skizze siehe ausführliche Lösungen).

Aufgabe 7:

a) Ebene E im Koordinatensystem:



b) Die Punkte auf der x_3-Achse, die von E den Abstand 3 haben, sind $\mathbf{P_1(0|0|9)}$ und $\mathbf{P_2(0|0|-1)}$.

Aufgabe 8:

a) Es gibt nur zwei Ausgänge „*Rot*“ und „*Nicht Rot*“. Außerdem ist die Wahrscheinlichkeit für einen Treffer immer gleich. Somit muss die Zufallsvariable X binomialverteilt sein.

b) Es ist $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0{,}21 = 0{,}79 = \mathbf{79\%}$

c) Wegen $k_{max} = 4$ ist der Erwartungswert $E(X) = 4$.
Mit der Formel $E(X) = n \cdot p$ folgt mit $p = 0{,}2$, dass $\mathbf{n = 20}$ der richtige Wert ist.

Aufgabe 9: Es handelt sich bei dem Körper um einen **Kegelstumpf**. Sein großer Kreis hat den Durchmesser 8 LE, sein kleiner Kreis hat den Durchmesser 4 LE.

Wahlteil – Analysis 1:

a)

• Tiefe des Laderaums in der Mitte: **5 m**.

• Breite des Laderaums in 3 m Höhe: **ca. 8,8 m**.

• Das Intervall mit einer Neigung des Bodens unter 5 % ist **ca. 1,16 m links und rechts** des tiefsten Punkts.
Lösungsansatz: $f'(x) < 0{,}05$.

• Volumen des Laderaums: $V = \mathbf{2000\ m^3}$.

b)

Der Abstand der Enden der Stützen voneinander beträgt **ca. 16,4 m**. (Berechnung mit den Normalen in den Punkten P_1 und P_2.)

c)

Die Breite der Zwischendecke beträgt **ca. 7,58 m**.
Lösungsansatz: Man bezeichnet die halbe Breite der Zwischendecke mit der Variablen a. Die Zwischendecke befindet sich dann auf der Höhe f(a). Der Wert von a kann dann mit dem angegebenen Volumen und einem Integral berechnet werden (Details siehe ausführliche Lösungen).

d)

Die Röhre kann **nicht** bis auf den tiefsten Punkt O(0|0) abgesenkt werden, da der kleinste Abstand d_{min} des Punktes M(0|4,9) zum Graphen von f kleiner ist als der halbe Röhrendurchmesser. Es ist $\mathbf{d_{min} \approx 4{,}78\ m < 4{,}9\ m}$.

Wahlteil – Analysis 2:

Aufgabe 1:

a)

• Die geringste Sterberate beträgt **600 Individuen pro Jahr**.

• Die größte Differenz aus Geburten- und Sterberate war im **Jahr 1975**.

• Der Zeitraum, in dem die Population zugenommen hat, war **zwischen 1963 und 2005**.

b)

• Bestand zu Beginn des Jahres 2017: **ca. 35636 Individuen**

• Im **Jahr 1966** wurde der ursprüngliche Bestand aus dem Jahr 1960 wieder erreicht.

c)

• Eine Gleichung zur Beschreibung der Körpergröße in Abhängigkeit von der Zeit ist $\mathbf{f(t) = 0{,}8 - 0{,}3 \cdot e^{-0{,}5 t}}$.

• Zunahme der Körpergröße um 50 % nach **ca. 3,6 Jahren**.
Ansatz: Man muss die Gleichung $0{,}8 - 0{,}3 \cdot e^{-0{,}5 t} = 0{,}75$ lösen.

Aufgabe 2:

Anzahl der gemeinsamen Punkte des Kreises mit dem Graphen von f in Abhängigkeit von r:

r > 4: zwei gemeinsame Punkte
r = 4: drei gemeinsame Punkte
1,94 < r < 4: vier gemeinsame Punkte
r = 1,94: zwei gemeinsame Punkte
0 < r < 1,94: kein gemeinsamer Punkt

(Details siehe ausführliche Lösungen)

Lösungsübersicht 2015

Analytische Geometrie / Stochastik 1:

Aufgabe 1:

a)

• Koordinatengleichung von **E: $x_2 + 3x_3 = 12$**

• Der Winkel zwischen der Markise und der Hauswand beträgt **ca. 71,6°**.

b)

• Der Regenschutz kann die Stablampe **nicht berühren** (Nachweis siehe ausführliche Lösungen).

• Der maximale Abstand der Stablampe von der Hauswand darf **ca. 2,66 m** betragen, wenn die Lampe nicht vom Regenschutz berührt werden soll.

c)

• Begründung für unvollständige Beschattung:
Die x_2-Koordinate des Vektors der Sonnenstrahlen ist negativ. Da die x_2-Koordinaten der Markiseneckpunkte C(5|**3,9**|2,7) und D(0|**3,9**|2,7) kleiner sind als die der Punkte R(5|**4**|0) und S(0|**4**|0), kann die Terrasse nicht vollständig beschattet werden.

• Die neuen Koordinaten der äußeren Eckpunkte der eingefahrenen Markise sind **C*(5|3|3)** und **D*(0|3|3)**.

Aufgabe 2:

• Entscheidungsregel: Wenn bei dem Test **mehr als 387 Weizenkörner** keimen, wird die Nullhypothese des Großhändlers *angenommen*.
Lösungsansatz: Man muss die Gleichung $P(X \le k) \le 0{,}10$ durch Ausprobieren mit dem GTR lösen. Dabei erhält man: $P(X \le 387) \approx 0{,}0826$ und $P(X \le 388) \approx 0{,}1004$.

• Die Wahrscheinlichkeit, dass mit der obigen Entscheidungsregel die Nullhypothese des Großhändlers fälschlicherweise verworfen wird, beträgt **ca. 0,53 %**.
Lösungsansatz: Man muss $P(X \le 387)$ mit $n = 500$ und $p = 0{,}82$ berechnen.

Analytische Geometrie / Stochastik 2:

Aufgabe 1:

a)

• Die Gerade g_4 schneidet die Ebene E in **S(3|0,5|1)**.

• $\mathbf{a = -\frac{1}{4}}$ bzw. $\mathbf{a = -0{,}25}$. Somit ist die **Gerade $g_{-0,25}$** orthogonal zur Geraden g_4.

b)

• Der Winkel zwischen g_4 und E beträgt **ca. 34,0°**.

• Der Schnittwinkel zwischen g_a und E hat für die a-Werte $\mathbf{a_1 \approx -1{,}269}$ und $\mathbf{a_2 \approx -3{,}758}$ die Weite 10°.

c)

• Nachweis, dass alle g_a in der Ebene F liegen:
Die x_3-Koordinate aller Geradenpunkte $\mathbf{P_a(5+a\cdot t\,|\,1+t\,|\,1)}$ ist $x_3 = 1$. Somit müssen alle Geraden g_a in F liegen.

• Eine Gleichung der Geraden h ist $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Lösungsansatz: Der Richtungsvektor von h muss senkrecht auf dem Normalenvektor von F stehen. Außerdem darf der Richtungsvektor von h kein Vielfaches des Richtungsvektors von g_a sein (Details siehe ausführliche Lösungen).

Aufgabe 2:

a)

Es ist $P(X = 4) \approx 0{,}3598$. Somit trifft der Athlet beim Stehendschießen von 5 Schüssen genau 4 Mal mit einer Wahrscheinlichkeit von **ca. 36 %**.

b)

Der Athlet muss dann höchstens einmal eine Strafrunde laufen, wenn eines der folgenden Ereignisse eintritt:

A: Der Athlet trifft immer.

B: Der Athlet trifft beim Stehendschießen 4 mal und beim Liegendschießen 5 Mal.

C: Der Athlet trifft beim Stehendschießen 5 mal und beim Liegendschießen 4 Mal.

Man erhält: $P_{ges} = P(A) + P(B) + P(C) \approx \mathbf{0{,}7556}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Athlet höchstens einmal eine Strafrunde laufen muss, beträgt also **ca. 75,6 %**.

c)

Man muss die Ungleichung $P_{St}(X \ge 4) > 0{,}95$ lösen mit $n = 5$ und der gesuchten Trefferwahrscheinlichkeit p.
Das führt auf die Bedingung $5p^4 \cdot (1-p) + p^5 > 0{,}95$.
Man erhält mit dem GTR: $p \approx \mathbf{0{,}9236}$

Der Athlet muss beim Stehendschießen also eine Trefferwahrscheinlichkeit von **mindestens ca. 92,4 %** erreichen.