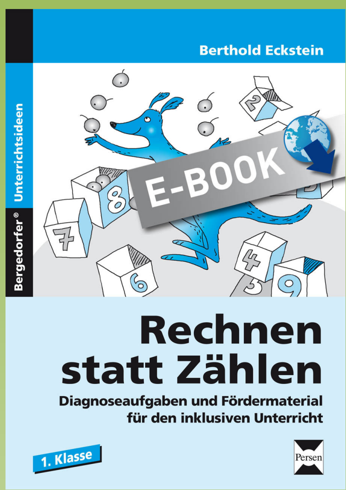
Auszug aus:

Rechnen statt Zählen



Berthold Eckstein

Bergedorfer® Unterrichtsideen

Rechnen statt Zählen

Diagnoseaufgaben und Fördermaterial für den inklusiven Unterricht

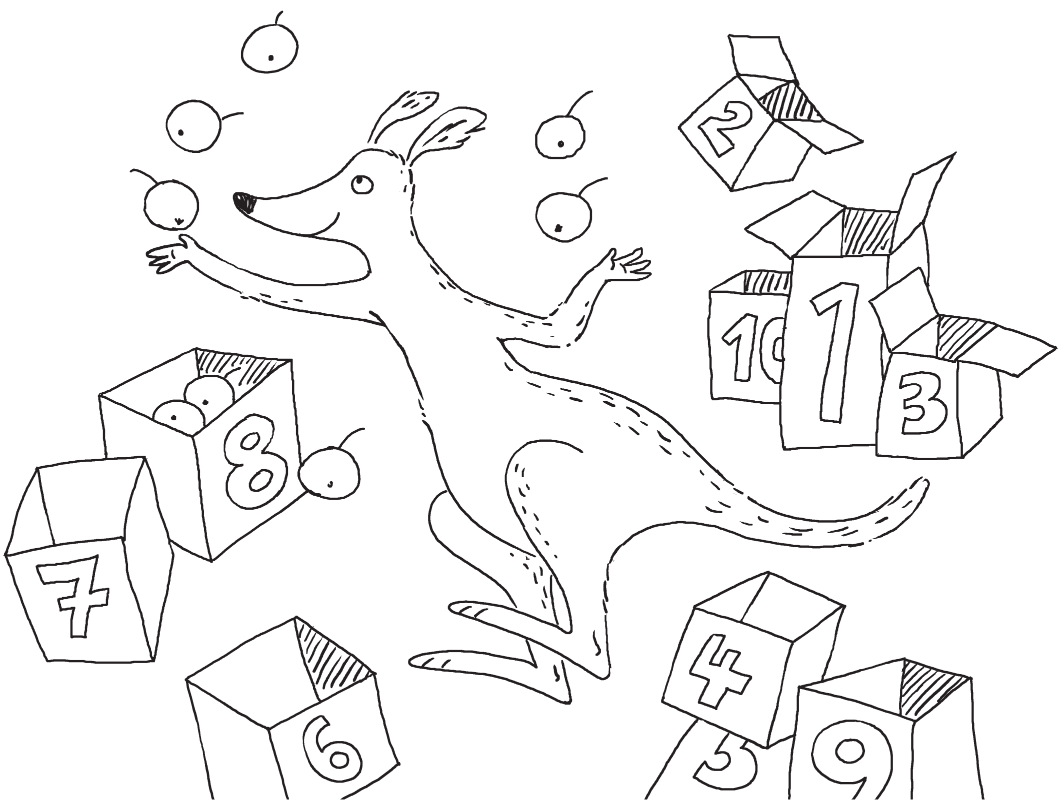
1. Klasse

Persen

Berthold Eckstein

Rechnen statt zählen

Diagnoseaufgaben und Fördermaterial für den inklusiven Unterricht



Persen Verlag

Der Autor:

Berthold Eckstein hat über 20 Jahre Unterrichtserfahrung an Förderschulen.
In den 1990erJahren hat er sieben Jahre lang als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Lehrgebiet Sonderpädagogik der FernUniversität in Hagen gearbeitet.
In den letzten Jahren hat Berthold Eckstein sich auf die lerntherapeutische Förderung von Kindern mit besonderen Rechenschwierigkeiten spezialisiert.

Grafik: Berit Wenkebach
Fotos: alle Fotos © Berthold Eckstein, Wuppertal
Satz: Satzpunkt Ursula Ewert GmbH, Bayreuth

ISBN 978-3-403-53243-9

www.persen.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Schon bei den Schulanfängern fällt auf: Einige Kinder haben besondere Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens. Ihnen fehlt das intuitive Verständnis für die Welt der Zahlen, ihr ↑ Zahlensinn scheint wenig entwickelt. Damit sie erfolgreich am Mathematikunterricht teilnehmen können, brauchen diese Kinder pädagogische und manchmal auch lerntherapeutische Hilfen, und zwar von Anfang an. Dies gilt für Kinder, die aufgrund einer Beeinträchtigung oder einer Behinderung eine besondere Förderung brauchen ebenso wie für Kinder, die „nur“ beim Erlernen des Rechnens besondere Schwierigkeiten haben.

Im März 2009 wurde die Behindertenrechtskonvention der Vereinten Nation in Deutschland verbindliche Rechtsgrundlage. Dies hatte zur Folge, dass den Schulen ein Systemwechsel hin zur „Inklusiven Bildung“ verordnet wurde. Inklusive Bildung bedeutet: „Eine Schule für alle Kinder“. Förderschulen für Kinder mit besonderen Lernschwierigkeiten verschwinden nach und nach aus der Schullandschaft. Die Grundschulen stehen deshalb vor der Herausforderung, ihren Mathematikunterricht noch stärker als früher auch für Kinder mit besonderen Rechenschwierigkeiten zu planen.

Beim Schreiben dieses Buches hatte ich zwei Berufsgruppen im Blick. Zum einen die Lehrerinnen und Lehrer in Grund- und Förderschulen, die Kinder mit Rechenschwierigkeiten unterrichten; zum anderen Lerntherapeutinnen und Lerntherapeuten, die in einer Praxis, einer Beratungsstelle oder in der Schule mit diesen Kindern arbeiten. Diese doppelte Zielrichtung ist in meiner eigenen beruflichen Biografie begründet. Nach über 20-jähriger Tätigkeit als Lehrer an Förderschulen habe ich mich in den letzten Jahren auf die lerntherapeutische Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwierigkeiten spezialisiert und mich dem Fachverband für Integrative Lerntherapie e. V. (FiL) angeschlossen.

Es gibt gute Gründe, lerntherapeutische Erfahrung mit mathematikdidaktischem und sonderpädagogischem Wissen zu vernetzen. Lehrerinnen und Lehrer können von lerntherapeutischen Konzepten und Methoden profitieren, wenn sie mit Kindern und Jugendlichen arbeiten, die besondere Schwierigkeiten mit den Herausforderungen der Mathematik haben. Lerntherapeutinnen und Lerntherapeuten können sich auf mathematikdidaktische und sonderpädagogische Erkenntnisse stützen, die im Zusammenhang mit der universitären Lehrerausbildung gewonnen und vermittelt werden.

Sie finden in diesem Buch keine fertigen Unterrichts- oder Therapiestunden, sondern vielmehr didaktische Überlegungen, diagnostische Aufgaben sowie Übungen und Spiele aus der Praxis und für die Praxis. Sie werden leicht herausfinden, wie Sie die Übungen und Spiele in Ihre Arbeit einbauen können. Die Übungen können in einer lerntherapeutischen Einzelsituation, in einer Kleingruppenförderung oder im Klassenunterricht der Grund- oder Förderschule durchgeführt werden. Die didaktischen Überlegungen gleichen sich, aber die methodische Ausgestaltung variiert. Die Übungen sind so offen beschrieben, dass Sie den Bogen zu Ihrer Praxis leicht spannen können.

An Ihren Erfahrungen mit diesem Buch bin ich sehr interessiert. Über Rückmeldungen jeder Art würde ich mich freuen. Ich habe eine E-Mail-Adresse eingerichtet, an die Sie Ihre Fragen, Ihre Anregungen, Ihre Erfahrungsberichte und Ihre Kritik richten können. Sie dürfen mit Antwort rechnen. Die Adresse lautet:

zahlzerlegung@gmx.de

Wuppertal, im Juni 2012 Berthold Eckstein

1. Einleitung

Zwei englischsprachige Bücher, auf die ich mich beziehe, tragen den Titel „Early Numeracy“ (Sangster/ Catterall 2009 und Wright u. a. 2006a). Für das englische Wort „Numeracy“ gibt es wie für den verwandten Begriff „Literacy“ keine adäquate Übersetzung ins Deutsche. Beim Schreiben dieses Buches hätte ich solch einen Begriff gut gebrauchen können, denn Thema dieses Buches ist der Weg zur „Numeracy“ und zu ihrem Vorläufer, der „Early Numeracy“.
Was ist „Numeracy“? Wikipedia zitiert eine Definition aus einer Schrift des Schulministeriums (Department for Education and Skills) in Großbritannien:

> *„Numeracy ist ein Können, eine Fertigkeit. Es ist mehr als die Fähigkeit zu rechnen. Numeracy beinhaltet auch eine Vertrautheit im Umgang mit Zahlen und Maßen. Numeracy erfordert das Verständnis des Zahlensystems, ein Repertoire von mathematischen Techniken, die Bereitschaft und die Fähigkeit, quantitative und geometrische Probleme in verschiedenen Kontexten zu lösen. Außerdem verlangt Numeracy das Verständnis von der Darstellung von Zahlen und Messdaten in Grafen, Diagrammen und Tabellen.“* (Wikipedia, The Free Encyclopedia, Stichwort Numeracy [02.03.2012,eigene Übersetzung]

Der Erwerb von „Numeracy“ gründet auf dem ↑ Zahlensinn der Kinder. Fehlender Zahlensinn, fehlende Vertrautheit mit der Welt der Zahlen beim Schuleintritt ist ein massives Problem.
„Numeracy“ muss immer mit Bezug zum sozialen Kontext gesehen werden, in dem ein Kind lebt. Je nach familiärem und sozialem Umfeld sind Kinder mehr oder weniger gefordert, sich mit Zahlen und Rechnen auseinanderzusetzen. Im Hinblick auf die Arbeitswelt und die Teilhabe am sozialen Leben ist es andererseits unerlässlich, dass alle Kinder ein gewisses Maß an „Numeracy“ erwerben.
„Numeracy“ ist immer auch mit affektiven Aspekten verbunden. „Eine positive Einstellung zur Mathematik, Interesse und Motivation für dieses Fach beginnen in der frühen Kindheit. Wenn die Kinder in die Schule kommen, werden sie entweder in dieser positiven Haltung unterstützt und ermutigt oder ihre positive Haltung geht verloren, weil sie keinen Erfolg haben.“ (Westwood 2008, S. 11, eigene Übersetzung, B. E.).

Die Entwicklungspsychologie unterscheidet zwei Komponenten der „Early Numeracy“ (American Psychological Association 2006, S. 73, eigene Übertragung, B. E.):

- Universale Einsichten, die das Zählen, das Zahlverständnis und einfache Additionen betreffen. Fast alle Kinder können intuitiv zählen und rechnen. Sie lernen z. B. mit und ohne ihre Finger zu zählen, kleine Additionen durchzuführen und Anzahlen zu erfassen.
- Einsichten, die stark von kulturellen Einflüssen und dem Einfluss der Schule abhängen. Das Lesen und Schreiben ein- und mehrstelliger Zahlen und die Einsicht in die Zerlegbarkeit von Zahlen erlernen Kinder in aller Regel nicht ohne Unterweisung.

Die Übungen und Spiele dieses Buches haben das Ziel, Kinder zu einer Vertrautheit im Umgang mit Zahlen zu führen und sie mit grundlegenden Rechenfähigkeiten auszustatten. Es geht um „Early Numeracy“, also um die ersten Schritte auf dem Weg zur „Numeracy“. Diese ersten Schritte misslingen häufig bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten. Diese Kinder gelangen schon sehr früh zu der Überzeugung, dass sie Mathematik nicht verstehen. Für sie reduziert sich die Beschäftigung mit Mathematik darauf, Aufgaben mithilfe starrer ↑ Algorithmen zu lösen. Am Ende ihrer Schullaufbahn verfügen diese jungen Menschen über sehr eingeschränkte mathematische Fähigkeiten, die sich im Alltag nicht bewähren.

Ich hatte unlängst die Gelegenheit, dies bei Schülerinnen und Schülern aus 10. Klassen von Haupt- und Förderschulen zu beobachten, die mit Rechenschwierigkeiten kämpfen. Beim Kopfrechnen lösten diese Jugendlichen die Aufgabe 43 + 26, indem sie sich die beiden Zahlen untereinander geschrieben vorstellten und nach dem Algorithmus der schriftlichen Addition 6 + 3 und 4 + 2 rechneten. Die Aufgabe 74 – 43 stellten sie sich entsprechend als schriftliche ↑Subtraktion vor und rechneten 4 – 3 und 7 – 4. Andere Strategien zur Lösung von zwei- und mehrstelligen Additions- und Subtraktionsaufgaben kannten sie nicht. Als einer der Schüler im Praktikum in einer Zimmerei Aufgaben wie 25,5 cm + 1,9 cm rechnen sollte, scheiterte er. Aufgaben wie 52 – 49 werden häufig fehlerhaft gelöst, weil der Zehnerübertrag Schwierigkeiten bereitet. Diese Jugendlichen konnten schon nach wenigen Wochen lerntherapeutischer Förderung andere, geeignetere ↑Rechenstrategien anwenden, z. B. rechneten sie 25,5 + 1,9 schrittweise: 25,5 + 1,9 = 25,5 + 1 + 0,9. Oder – einfacher – sie nahmen die ↑Nachbaraufgabe zu Hilfe: 25,5 + 1,9 = 25,5 + 2 – 0,1. Und die Aufgabe 52 – 49 erwies sich nach der Umwandlung in die Ergänzungsaufgabe 49 + ___ = 52 als ganz einfach. Bei diesen Jugendlichen wurde nie eine Rechenschwäche diagnostiziert, sie hatten im Laufe ihrer Schulzeit nie eine besondere Förderung. Sie waren der Meinung, sie seien einfach in „Mathe“ schlecht. Dass diese Jugendlichen mit einer besonderen Förderung oder einer Lerntherapie in den ersten Jahren ihrer Schulzeit zu mehr „Numeracy“ gekommen wären, kann ich nur vermuten. Dieses Buch soll dazu beizutragen, dass die Lernbiografien von Kindern mit Rechenschwierigkeiten erfolgreicher verlaufen.

Ich spreche durchgehend von „Kindern mit Rechenschwierigkeiten“ oder ausführlich von „Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens“. Gemeint sind alle Kinder, die auf dem Weg zur „Numeracy“ besondere Hilfen brauchen, ganz gleich welche Ursachen diesen Schwierigkeiten zugrunde liegen und unabhängig davon, ob die Kinder auch in anderen Lernbereichen Schwierigkeiten haben. Die Begriffe „Rechenschwäche“ und „rechenschwache Kinder“ vermeide ich weitgehend und folge damit einem Trend, der sich zunehmend auch in amtlichen Verordnungen und Empfehlungen durchsetzt.[1] Der Begriff „Rechenschwäche“ legt die Vermutung nahe, hinter den Schwierigkeiten stecke eine Schwäche des Kindes, eine „Teilleistungsschwäche“ oder gestörte Basisfunktionen. Diese Vermutung erweist sich bei näherem Hinsehen nicht immer als zutreffend. Der Begriff „Rechenschwierigkeiten“ öffnet dagegen den Blick für die Tatsache, dass auch der Unterricht und die (oft fehlende) schulische Förderung ursächlich sein können.
Pädagogische Förderung und – falls erforderlich – lerntherapeutische Hilfe sollten möglichst früh einsetzen, der optimale Zeitpunkt ist fast immer Klasse 1. Die Übungen in diesem Buch sind dazu geeignet, Kinder mit Lern- und Rechenschwierigkeiten schon im Alter von sechs oder sieben Jahren an „denkendes Rechnen“ heranzuführen.
Vielleicht irritiert es Sie, dass die Übungen im Kapitel 4 den Zahlenraum bis 10 fast nie übersteigen. Die Mathematikdidaktik hat gute Argumente, in der 1. Klasse schon sehr bald im Zahlenraum bis 20 zu arbeiten. Dies gilt auch für Kinder mit Rechenschwierigkeiten. Dennoch schlage ich vor, mit diesen Kindern Zahlzerlegungen und ↑Einspluseins zunächst nur im Zahlenraum bis 10 zu üben. Im Kapitel 5.2 (Seite 108) finden Sie meine Argumente. Im Übrigen spricht nichts dagegen, parallel zu diesen Übungen auch im Zahlenraum bis 20 zu zählen und zu rechnen. Viele Übungen aus Kapitel 4 lassen sich auf den Zahlenraum bis 20 erweitern.

---

[1] Vgl. die Empfehlungen und Handreichungen der Ministerien:
- Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur Mecklenburg-Vorpommern 2005
- Hessisches Kultusministerium 2007,
- Sächsisches Staatsministerium für Kultus und Sport 2010

1. Einleitung

Pränumerische Übungen für Kinder mit Rechenschwierigkeiten?
Empirische Untersuchungen zeigen, dass die Förderung von Kindern mit Lern- und Rechenschwierigkeiten am besten gelingt, wenn der Unterricht oder die Lerntherapie sich an didaktischen und methodischen Prinzipien orientieren, die sich in der Grundschule bewähren. Ein besonders kleinschrittiger Aufbau oder eine besondere Gewichtung pränumerischer Übungen, also von Übungen für Vorläuferfähigkeiten des Zählens und Rechnens, wird heute überwiegend abgelehnt (vgl. Moser Opitz 2012).

Eltern und Lehrerinnen in Deutschland betrachten es häufig mit Sorge, wenn Kinder mit Rechenschwierigkeiten mithilfe ihrer Finger zählen und rechnen. Sie halten das Rechnen mit den Fingern für eine Bequemlichkeit oder sie fürchten, die Kinder würden durch die Gewohnheit, mit den Fingern zu zählen und zu rechnen, an das zählende Rechnen gefesselt. In Australien und den USA, aber auch in Großbritannien und Frankreich sieht man das anders. Dort wird die Fähigkeit der Kinder, mit den Fingern zu zählen und zu rechnen, für die Förderung genutzt. Die in Deutschland verbreiteten Vorbehalte gegen die Fingerbilder zur Zahldarstellung halten meiner Meinung nach einer Überprüfung nicht stand (vgl. Eckstein 2011, S. 25 ff.). Deshalb finden Sie in diesem Buch auch Übungen mit den Fingern.

Noch ein paar praktische Hinweise:
In Kindergärten, Grundschulen und lerntherapeutischen Praxen arbeiten ganz überwiegend Frauen. Deshalb schreibe ich meist von „Lehrerinnen", „Lerntherapeutinnen" usw. Die männlichen Kollegen sind natürlich auch angesprochen.

Ein Glossar am Ende des Buches erläutert einige wichtige Begriffe. Ein ↑ Pfeil weist auf die Stichworte des Glossars hin. Die Begriffe aus dem Glossar sind in jedem (Unter-)Kapitel nur einmal mit einem Pfeil gekennzeichnet, und zwar bei ihrer ersten Verwendung. Insbesondere für Kapitel 2, in dem die konzeptionellen Grundlagen dargestellt werden, ist das Glossar wahrscheinlich hilfreich.

Ein Kernstück dieses Buches sind die 24 Übungen und 2 Spiele in Kapitel 4. Die Übungen sind insgesamt von leicht nach schwer geordnet. Sie sollten die Übungen aber nicht der Reihe nach abarbeiten. Nutzen Sie die Übungen flexibel. Greifen Sie heraus, was Ihre pädagogische oder lerntherapeutische Arbeit unterstützt.

2.1 „Denkendes Rechnen" – auch für Kinder mit Rechenschwierigkeiten!

> *„Die Zerlegung kleiner Mengen in Teilmengen, deren Anzahl man auf einen Blick erfassen kann, ist die für das ‚denkende Rechnen' entscheidende Fähigkeit."* (Wittmann 2011, S. 53)

Kinder mit Rechenschwierigkeiten scheitern häufig in der 2. oder 3. Klasse, weil sie versuchen, alle Aufgaben zählend zu lösen. 7 + 4 oder 11 – 5 lässt sich gut mit Zählen lösen, 34 + 25 oder 65 – 21 aber nicht mehr. In der Vergangenheit versuchte man häufig, den Kindern mit vorgegebenen Verfahren zu helfen. Man zeigte ihnen z. B. für Aufgaben wie 34 + 25 und 65 – 21das Verfahren „Erst die Zehner, dann die Einer" (stellenweise Rechnen). Die Erfolge waren meist gering. Schon bei der Aufgabe 65 – 27 scheitern die Kinder mit dem genannten Verfahren. Die Fachleute sind sich einig: Auch Kinder mit Lern- und Rechenschwierigkeiten müssen schon im mathematischen Anfangsunterricht zum „denkenden Rechnen" (Wittmann 2011) geführt werden. Sie sollen lernen, Zahlen in Beziehung zu anderen Zahlen und Aufgaben in Beziehung zu anderen Aufgaben zu sehen. Zahlen können zerlegt und zusammengefügt werden, schwierige Aufgaben kann man lösen, indem man auf einfache Aufgaben zurückgreift, deren Lösung man kennt. Kinder mit Rechenschwierigkeiten müssen auf dem Weg zum „denkenden Rechnen" sicherlich manche Hürde überwinden. Aber die Mühe lohnt sich, weil die Kinder so einen wirklichen Zugang zur Welt der Zahlen bekommen. Die Grundlagen des Konzepts „denkendes Rechnen" werden in diesem Kapitel dargestellt. Anschließend erfahren Sie, vor welchen besonderen Herausforderungen Kinder mit Rechenschwierigkeiten stehen und was ihnen hilft, die Schwierigkeiten zu überwinden.

Alle Schulanfänger, auch die starken Rechner, benutzen zum Lösen mathematischer Probleme fast immer ein Universalwerkzeug: das Zählen. Die ↑ Additionsaufgabe 7 + 4 rechnen sie typischerweise, indem sie von 7 aus 4 Zählschritte weiter gehen: 8, 9, 10, 11. Die Kinder erfassen also den ersten ↑ Summanden als Ganzes und zählen von dieser Stelle der Zahlenreihe aus weiter. Beim Weiterzählen übernehmen die Finger die Aufgabe, die Anzahl der Zählschritte festzuhalten. Weniger gute Zähler zählen beide Summanden komplett aus und zählen auch die so entstandene Summe von 1 beginnend komplett aus. Solange im mathematischen Anfangsunterricht der Fokus auf die Ermittlung richtiger Resultate gelegt wird, gibt es aus der Sicht der Kinder keinen Grund, das zählende Rechnen aufzugeben. Im 1. Schuljahr wird ganz überwiegend im Zahlenraum bis 20 gerechnet. Dort erleben die Kinder, dass sie mit Zählen ziemlich weit kommen. Michael Gaidoschik (2010) hat in einer Längsschnittstudie zur Entwicklung der Rechenfähigkeiten im 1. Schuljahr u. a. gezeigt, dass Erstklässlerinnen und Erstklässler auch dann auf das zählende Rechnen zurückgreifen, wenn sie schon andere ↑ Rechenstrategien gelernt haben. Wo ihnen dies von der Aufgabe her möglich erscheint, verlassen sie sich auf das vertraute Zählen. Auch bei schwierigen Aufgaben greifen Kinder häufig auf das Zählen zurück, weil es ihnen sicherer erscheint als andere Strategien.

Der mathematische Anfangsunterricht führt die Kinder vom zählenden Rechnen zum „denkenden Rechnen" (Wittmann 2011). Die Kinder lernen Rechenstrategien, die effektiver sind als das zählende Rechnen und die sich auch für den Zahlenraum bis 100, bis 1000 usw. eignen. Effektive Rechenstrategien sind Ableitungsstrategien. Die Kinder lernen Rechenaufgaben zu lösen, indem sie sie von anderen Aufgaben ableiten.

Ableitungsstrategien			
Nachbaraufgabe	$7+4=11$,	denn	$7+3=10$ und $10+1=11$
Tauschaufgabe	$4+7=11$	denn	$7+4=11$
schrittweises Rechnen	$7+9=16$	denn	$7+9=7+3+6=16$
Umkehraufgabe	$10-3=7$	denn	$7+3=10$
Zehneranalogie	$17-4=13$	denn	$7-4=3$

Im Verlauf des 1. Schuljahres lernen die Kinder die Aufgaben des ↑Einspluseins. $1+1=2$ das wissen schon die Schulanfänger. Nach einigen Monaten kennen sie die Verdopplungen der Zahlen 1 bis 5, weil sie im Unterricht geübt wurden und weil Verdopplungen besonders „schöne“ Aufgaben sind. Und Kinder lieben schöne Aufgaben!
↑Additionen und ↑Subtraktionen, bei denen der zweite ↑Summand bzw. der ↑Subtrahend eine 1 oder eine 2 ist, sind für die Kinder leicht zu lernen, hier hilft das Zählen (vorwärts und rückwärts).

Guter Unterricht stellt die Einspluseinsaufgaben immer in den Zusammenhang mit den anderen ↑additiven Grundaufgaben, also mit der Tauschaufgabe, den Umkehraufgaben (Subtraktion), der Zerlegung und den Ergänzungsaufgaben.

Additive Grundaufgaben (ein Beispiel):				
Einspluseinsaufgabe	$4+6$			
Tauschaufgabe	$6+4$			
Umkehraufgaben	$10-4$	$10-6$		
Zerlegungen	$10=4+\underline{\quad}$	$10=6+\underline{\quad}$		
Ergänzungsaufgaben	$4+\underline{\quad}=10$	$6+\underline{\quad}=10$	$\underline{\quad}+4=10$	$\underline{\quad}+6=10$

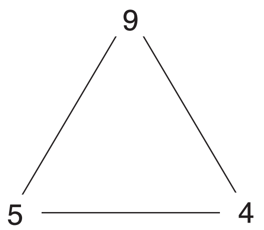
Die Mathematikdidaktik spricht von ↑operativen Beziehungen zwischen den Aufgaben. Die Kinder lernen, solche operativen Beziehungen zu sehen und sie zu nutzen, um schwierige Aufgaben zu lösen. Additions- und Subtraktionsaufgaben mit Zahlen beliebiger Größe können auf einfache Grundaufgaben zurückgeführt werden, wenn man die operativen Beziehungen nutzt.

„Denkendes Rechnen“ (ein Beispiel)	
Die Aufgabe	$83+49$
wird über die Nachbaraufgabe gelöst	$83+49=83+50-1$
$83+50$ wird schrittweise gelöst	$83+50=80+50+3$
$80+50$ wird über die Zehneranalogie gelöst	$8+5=8+2+3=13$, $80+50=80+20+30=130$
jetzt wird zusammengesetzt:	$83+49=130+3-1=132$
oder (2. Möglichkeit)	
Die Aufgabe	$83+49$
wird schrittweise gelöst	$83+49=83+40+9$
1. Schritt	$83+49=123+9$
2. Schritt	$83+49=123+7+2$
3. Schritt	$83+49=130+2=132$
oder …	

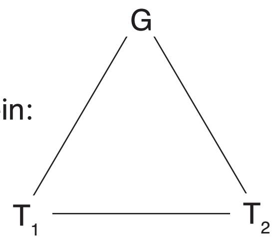
Die Fähigkeit, Zahlen zu zerlegen, hat für das „denkende Rechnen“ grundlegende Bedeutung. Die Kinder sollen die „operative Struktur von Zahlen“ (Schipper 2001) erfassen. Die ↑operative Struktur der Zahl 8 beinhaltet z. B. dies: die 8 ist die Doppelvier (4 + 4), sie ist 7 + 1, 6 + 2, 5 + 3, 10 – 2 usw. Den Beziehungen der Zahlen zur 10 (zur 100, zur 1000, …) kommt besondere Bedeutung zu, weil unser Zahlsystem auf der Zehnerbündelung beruht. Die Zerlegung der 10 (100, 1000) und die Ergänzung zur 10 (100, 1000) werden intensiv geübt. „Denkendes Rechnen“ kann nur gelingen, wenn die Kinder über grundlegendes ↑arithmetisches Faktenwissen verfügen. Die Kinder müssen „sehen“, wie sie eine Zahl passend zerlegen können, sie müssen die Ergänzung zur 10 wissen usw. Sie müssen ↑Zahlentripel kennen, die in einem ↑Teile-Ganzes-Zusammenhang stehen (Beispiel: 8-5-3).
Solche Zahlentripel müssen als automatisiertes Wissen zur Verfügung stehen, nur so können die Rechenstrategien in der erforderlichen Geschwindigkeit eingesetzt werden (Gaidoschik 2010).
Dass gute Rechner früh und nachhaltig an „denkendes Rechnen“ herangeführt werden sollen, findet sicher breite Zustimmung. Bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten ergeben sich aber besondere Schwierigkeiten. Diese Kinder beharren auf dem zählenden Rechnen, weil ihnen wesentliche Voraussetzungen dafür fehlen, Zahlzerlegungen und nicht-zählende Rechenstrategien zu lernen. Dies darf aber nicht dazu führen, dass das zählende Rechnen kultiviert wird. Wenn nämlich Kinder mit Rechenschwierigkeiten aus falsch verstandener Rücksicht auf ihre geringe Leistungsfähigkeit mit Methoden unterrichtet werden, die das zählende Rechnen verfestigen, erschwert dies den Zugang zu effektiven Rechenstrategien und legt die Kinder auf das zählende Rechnen fest.

2.2 Additive Grundaufgaben und Zahlendreiecke

Zahlzerlegungen, ↑Einspluseinsaufgaben und ↑Einsminuseinsaufgaben stehen in einem wechselseitigen Zusammenhang. Dies wird deutlich, wenn man die Aufgaben in Form eines Dreiecks notiert. Nehmen wir das Beispiel 4 + 5 = 9. Wenn wir die Summe in die Spitze eines Dreiecks setzen und die beiden ↑Summanden an die Basis, erhalten wir dieses Bild:



allgemein:



Diese Anordnung von drei Zahlen nennen wir ein **Zahlendreieck**.

Definition:
Ein **Zahlendreieck** ist ein gleichseitiges Dreieck mit einer horizontalen Basis. An den drei Ecken stehen Zahlen, die in einem definierten Zusammenhang stehen. Oben an der Spitze des Dreiecks steht das Ganze (G). An den unteren Ecken stehen zwei Teile (T_1 und T_2), die zusammen das Ganze bilden ($T_1 + T_2 = G$).

Der Begriff „Zahlendreieck“ ist auch für die Verständigung im Unterricht und in der Förderung gut geeignet. Bei den Übungen in Kapitel 4 finden Sie ihn deshalb wieder.

Die Begriffe „Zahlendreieck“ und „Rechendreieck“ werden in der Mathematikdidaktik nicht einheitlich verwendet. Unter der Bezeichnung „Rechendreieck“ finden Sie meistens ein Aufgabenformat, bei dem ein Dreieck in drei Felder aufgeteilt ist. Jedem Feld ist eine Zahl zugeordnet. Jeweils zwei dieser Zahlen werden addiert, die drei so entstehenden Summen werden außerhalb des Dreiecks notiert. Abbildung 1 zeigt zwei solche Rechendreiecke.

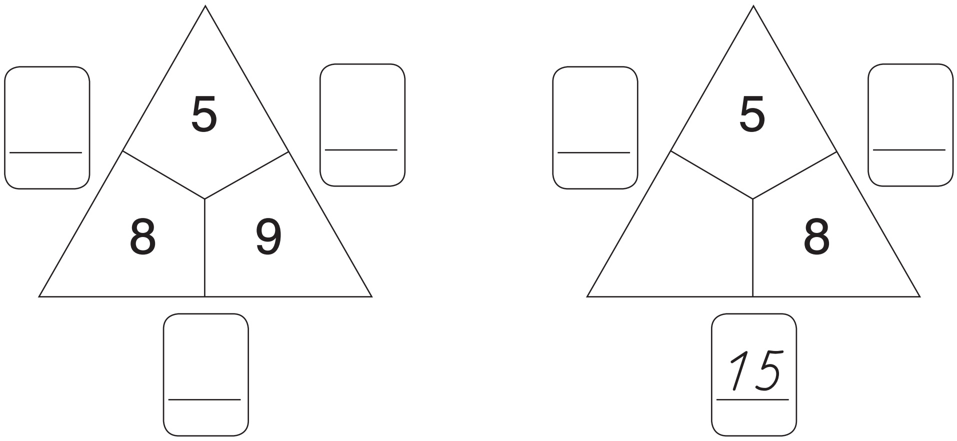


Abbildung 1: Rechendreiecke aus: Das Zahlenbuch 1, 2012, S. 75

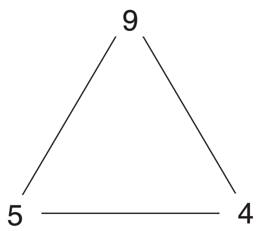
Mathematiker denken beim Begriff „Zahlendreieck“ hingegen vermutlich an das Pascalsche Dreieck; ein Zahlendreieck, bei dem sich jeder Eintrag als Summe der beiden darüber liegenden Einträge ergibt (Abbildung 1).

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
⋮

Abbildung 2: Pascalsches Dreieck. Die Zahlen in dem Dreieck entstehen jeweils aus der Addition der beiden darüber liegenden Zahlen. Natürlich kann dieses Dreieck nach unten beliebig fortgesetzt werden.

Wenn Sie also im Unterricht und in der Förderung den Begriff „Zahlendreieck“ verwenden, müssen Sie Kollegen und Eltern erklären, was gemeint ist, um Missverständnisse zu vermeiden.

Übungen für Kinder mit Rechenschwierigkeiten sollten immer auf der Handlungsebene beginnen. Die Kinder hantieren mit Plättchen oder anderen Gegenständen, das Operieren mit Zahlen wird durch die Handlung gestützt. Additionen, Subtraktionen und Zahlzerlegungen werden also zunächst handelnd durchgeführt. Das Handeln wird eventuell durch Abbildungen ersetzt, man spricht von bildgestütztem Operieren. Im nächsten Schritt werden die Handlungen in der Vorstellung ausgeführt und schließlich bewegen sich die Kinder auf der symbolischen Ebene, sie rechnen mit Zahlen. Das Zahlendreieck ist eine Alternative zu der üblichen Schreibweise. Additionen, Subtraktionen und Zahlzerlegungen werden üblicherweise als Gleichungen notiert: $4+5=9$ $9-4=5$ $9=4+5$
Das Zahlendreieck hat gegenüber der Gleichung den Vorteil, dass Einspluseins, Einsminuseins, Zahlzerlegung und Ergänzung gleichermaßen präsent sind. Je nach Leserichtung ergeben sich die unterschiedlichen Aufgaben:



$4+5=9$	$5+4=9$	(Einspluseins)
$9-4=5$	$9-5=4$	(Einsminuseins)
$9=4+5$	$9=5+4$	(Zerlegung)
$4+\_\_=9$	$5+\_\_=9$	(Ergänzung)

Einspluseins, Einsminuseins, Zerlegung und Ergänzung stehen in einem wechselseitigen Zusammenhang. Um diesem Zusammenhang auch begrifflich gerecht zu werden, fassen wir alle vier „Blickrichtungen" mit dem Begriff **additive Grundaufgaben** zusammen.

Definition:
Die **additiven Grundaufgaben** zu einem ↑Zahlentripel sind alle Aufgaben, die man durch additive Verknüpfung aus den Zahlen eines Zahlendreiecks erstellen kann. Die Subtraktion als Umkehrung der Addition ist eingeschlossen.

Im Mathematikunterricht der 1. Klasse und in der Förderung muss dieser Zusammenhang von Einspluseins, Einsminuseins, Zerlegung und Ergänzung erarbeitet und geübt werden. Es ist sicherlich erforderlich, Einspluseinsaufgaben und Einsminuseinsaufgaben bisweilen isoliert zu üben. Gleiches gilt für Zahlzerlegungen. Die Zerlegungen der 10 müssen besonders ausführlich geübt werden. Aber der Zusammenhang mit den anderen Grundaufgaben muss immer wieder hergestellt werden. Neben die Zerlegung $10=7+3$ wird die Addition $7+3=10$ gestellt. Ziel ist vernetztes Wissen. Über den Zusammenhang der additiven Grundaufgaben erschließt sich den Kindern die operative Struktur der Zahlen. Auch Kinder mit Rechenschwierigkeiten brauchen einen solchen ganzheitlichen Zugang zu den additiven Grundaufgaben. Dies ist schwieriger als eine Vorgehensweise, bei der der Lernstoff reduziert wird und die Schwierigkeiten isoliert werden. Es entspricht dem konkreten und handlungsbezogenen Denken vieler Kinder mit Rechenschwierigkeiten, die Prozeduren Addition, Subtraktion und Zerlegung getrennt voneinander zu üben. Die ganzheitliche Betrachtung der additiven Grundaufgaben bietet aber die Chance, Kinder mit Rechenschwierigkeiten zum mathematischen Denken zu führen. Die Übungen in Kapitel 4 ebnen den Weg in diese Richtung.
Der Versuch, durch Vereinfachung, durch Isolierung der Schwierigkeiten, den Kindern mit Rechenschwierigkeiten entgegenzukommen und ihnen das Lernen zu erleichtern, ist gut gemeint, kann aber nicht zum Erfolg führen. Ein Vergleich mag dies verdeutlichen. Wenn ich mit Kindern ein Lied einstudieren will, kann dies nicht gelingen, indem ich einzelne Takte oder einzelne Wendungen des Liedes isoliere und nur diese Elemente des Liedes mit den Kindern übe. Nur wenn die Kinder das Lied als Ganzes hören und versuchen es zu singen, ist es sinnvoll, Elemente zu isolieren, um sie zu üben. Wenn der Zusammenhang präsent ist, können wir den Text sprechen, ihn in Abschnitten auswendig lernen, wir können die Melodie summen, einzelne Wendungen üben usw. Die additiven Grundaufgaben sollten

ebenfalls im Zusammenhang präsentiert und gelernt werden. Wie Sie weiter unten (Kap. 2.4) nachlesen können, entspricht dies auch dem Denken der Kinder und der Arbeitsweise ihres Gedächtnisses. Kinder mit Lernschwierigkeiten lernen im Musikunterricht zunächst einfach strukturierte Lieder. Einfache und eingängige Melodien und leicht verständliche, kurze Texte machen es möglich, ein Lied umfassend zu erarbeiten und zu einem schönen Ergebnis zu kommen. Bei der Erarbeitung der additiven Grundaufgaben mit Kindern mit Rechenschwierigkeiten ist es ebenfalls sinnvoll, die Komplexität zu reduzieren. Deshalb finden Sie in Kapitel 5.2 den Vorschlag, das Lernen der Einspluseinsaufgaben in einer ersten Phase auf den Zahlenraum bis 10 zu beschränken.

2.3 Prozedurales und konzeptuelles Wissen

Aus mathematikdidaktischer Sicht ist die Sache klar: Alle Kinder sollen im mathematischen Anfangsunterricht an das „denkende Rechnen“ herangeführt werden. Elementare Zahlzerlegungen, das ↑ Einspluseins und das ↑ Einsminuseins sollen im Unterricht der 1. Klasse und in der Förderung geübt werden. Die Kinder sollen an die ↑ operative Struktur der Zahlen herangeführt werden, sie sollen effektive ↑ Rechenstrategien lernen und so das zählende Rechnen überwinden. Dies gilt ausdrücklich auch für Kinder mit Lern- und Rechenschwierigkeiten, die natürlich in einem anderen Tempo und mit speziellen Methoden lernen.

Im Unterricht der Grund- und Förderschulen werden diese didaktischen Erkenntnisse nicht überall umgesetzt. Michael Gaidoschik (2010) hat in seiner bereits erwähnten Untersuchung der Unterrichtssituation in Niederösterreich gezeigt, dass dort die Ablösung vom zählenden Rechnen kaum gefördert wurde. In den 1. Klassen der Untersuchung wurden ↑ Zählstrategien kultiviert, Ableitungsstrategien wurden vernachlässig. Dem Auswendiglernen von additiven Grundaufgaben wurde meist wenig Beachtung geschenkt. Die verwendeten Schulbücher waren wenig geeignet, das Eindringen in die operative Struktur der Zahlen zu fördern. Keines der Bücher bot eine gezielte Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien, viele Aufgabenformate forderten geradezu zum zählenden Rechnen heraus. Diese Schulbücher, so schreibt Gaidoschik, wurden in allen 20 Schulen seiner Untersuchung Seite für Seite abgearbeitet.

Eine ähnlich umfassende Untersuchung der Unterrichtspraxis in Deutschland ist mir nicht bekannt. Eine Untersuchung des Lernstandes rechenschwacher Hauptschüler in den Klassen 5 und 6, die in Baden-Württemberg durchgeführt wurde (Schäfer 2005), zeigte, dass einige Kinder schon im Bereich des Zahlverständnisses und bei einfachen Rechenaufgaben erhebliche Schwierigkeiten hatten. Es gelang ihnen nicht, beginnend bei 103 rückwärts zu zählen oder bei 53 beginnend in Zehnerschritten vorwärts zu zählen. Sie scheiterten an Aufgaben wie 53 – 7 oder 18:2.

Auf dem deutschen Schulbuchmarkt findet man durchaus Mathematikbücher für die Grundschule und für die Förderschule, die die Erkenntnisse der Mathematikdidaktik umsetzen.

Schulbücher, die die Erkenntnisse der Mathematikdidaktik umsetzen (Beispiele):

- Mathematikus, hrsg. von Jens Holger Lorenz, Bildungshaus Schulbuchverlage. (www.westermann.de)
- Das Zahlenbuch, hrsg. von Erich Ch. Wittmann und Gerhard N. Müller. Ernst Klett Verlag. (www.klett.de)
- navi Mathematik, Bildungsverlag EINS (webstore.bildungsverlag1.de)

In anderen gängigen Schulbüchern und Arbeitsmaterialien findet man aber auch häufig Aufgabenformate, die – meist ungewollt – zählendes Rechnen fördern. Kinder mit Rechenschwierigkeiten lösen fast alle Rechenaufgaben zählend, weil sie sich beim Zählen sicher fühlen und weil sie keine anderen Rechenstrategien beherrschen. Sie umgehen das in den Aufgaben verlangte Zerlegen von Zahlen oder das Ergänzen z. B. mithilfe einer beigefügten Illustration, in der der Sachverhalt veranschaulicht wird.

Ein Beispiel: Die Aufgabe 5 + _ = 9 wird an einem Kegelspiel veranschaulicht. Man braucht für das Spiel 9 Kegel, 5 Kegel stehen schon bereit. Dies veranschaulicht eine dazugehörige Abbildung. Die Abbildung zeigt auch, dass ein Kind die fehlenden 4 Kegel bringt. Eine solche in guter Absicht beigefügte Abbildung lädt zum Abzählen geradezu ein. Viele Kinder bleiben beim Zählen und denken nicht über die
Zerlegung der 9 nach.

Beobachten Sie Kinder mit Rechenschwierigkeiten, wenn sie Aufgaben aus einem Schulbuch oder einem Arbeitsmaterial lösen:
- Lösen Sie die Aufgaben im Sinne der Aufgabestellung?
- Oder deuten sie die Aufgaben so um, dass zählendes Rechnen möglich ist?
- Setzen die Kinder zusätzlich die Finger ein, um ihre Zählstrategie zu unterstützen?

Kinder mit Rechenschwierigkeiten sind für Lehrerinnen und Lehrer eine besondere Herausforderung. Ihnen fehlen wesentliche Voraussetzungen für die erfolgreiche Teilnahme an einem mathematischen Anfangsunterricht, der zum „denkenden Rechnen" führt. Im Unterricht und in der Förderung beharren diese Kinder auf dem zählenden Rechnen. Sie unterlaufen auch didaktisch ausgeklügelte Aufgabenstellungen und deuten sie so um, dass sie zählend bearbeitet werden können. Häufig kommen dabei die Finger zum Einsatz, offen oder verdeckt.
Bevor man sich daran macht, Unterricht oder Förderung für diese Kinder zu planen, sollte man versuchen zu verstehen, warum diese Kinder sich so schwer tun, vernetztes Wissen über Zahlen zu erwerben. Dabei hilft eine begriffliche Unterscheidung, die von der Kognitionspsychologie vorgeschlagen wird. Um Lernprozesse und Lernschwierigkeiten zu verstehen, ist es hilfreich, beim mathematischen Lernen **konzeptuelles** und **prozedurales** Wissen zu unterscheiden (Stern u. a. 2006).

Definition:
Prozedurales Wissen betrifft die Ausführung von Zähl- und Rechenoperationen. Kinder wissen z. B. dass sie bei einem Pluszeichen weiterzählen müssen. **Konzeptuelles Wissen** ist dagegen eher ein Tiefenwissen. Konzeptuelles Wissen ist ein zusammenhängendes Netz von Wissensbestandteilen, in welchem *Beziehungen* zwischen den Einzelfakten ebenso wichtig sind wie die Einzelfakten selbst. Die Kenntnis der operativen Struktur einer Zahl ist in diesem Sinne konzeptuelles Wissen.

Prozedurales Wissen ist weitgehend automatisiert und funktioniert ohne Nachdenken. Automatisiertes Zählen funktioniert z. B. schon bei Schulanfängern im Zahlenraum bis 20, bis 30 oder sogar bis 100. Die operative Struktur von Zahlen erschließt sich dagegen nur durch Nachdenken. Einzelne Wissenselemente müssen zueinander in Beziehung gesetzt werden. Das Kind muss seine Zählfähigkeiten aktivieren, um Vorgänger und Nachfolger von Zahlen zu finden, es muss auf ↑ arithmetisches Faktenwissen zurückgreifen, um Zahlzerlegungen herzustellen oder sich auf Verdopplungen beziehen usw. Die Durchdringung der operativen Struktur einer Zahl erfordert Anstrengung und Konzentration, liefert aber ein tieferes Verständnis von Zahlen. Konzeptuelles Wissen von Zahlen ist vernetztes Wissen und regt zum weiteren Nachdenken an.

Die operative Struktur der Zahl 7

Hans-Dieter Gerster und Rita Schultz (2004, 30) erläutern, was alles zum Konzept der Zahl 7 gehört, was also Kinder alles über die 7 lernen können (und sollen!):

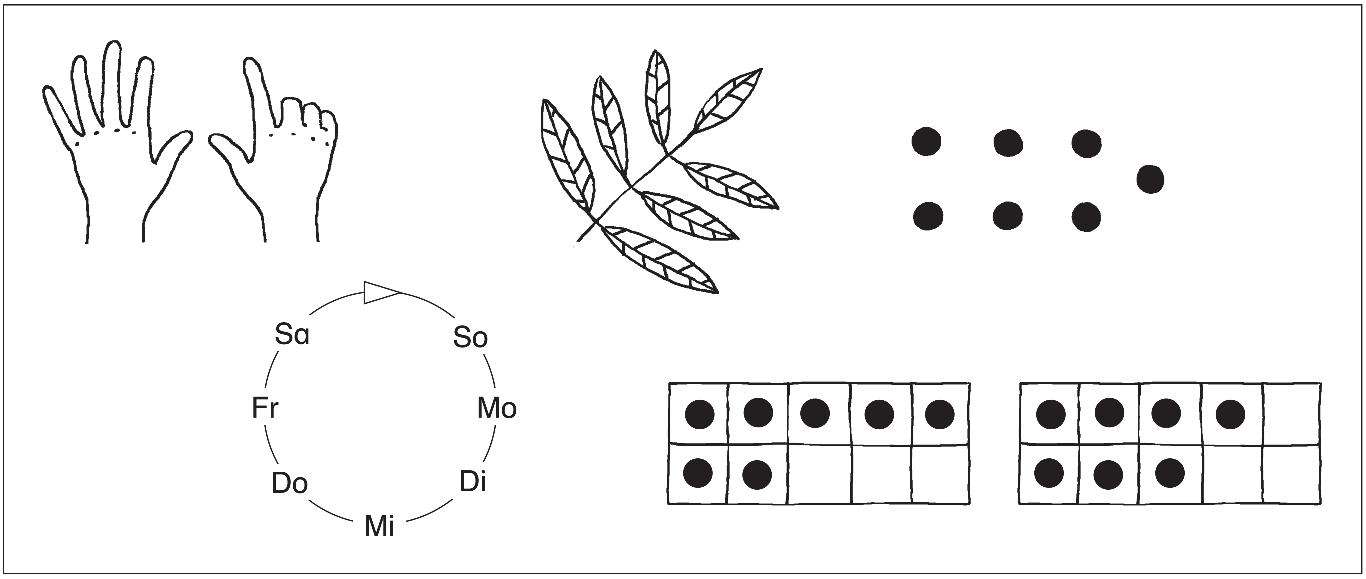


Abbildung 3: 7 Finger, 7 Blätter, Punktebild der 7, Zyklus der Wochentage, Punktebilder der 7 im Zehnerfeld

- 7 ist das letzte Zählwort in der Zählreihe von 1 bis 7 und zugleich die Anzahl der Zählwörter von eins bis sieben.
- 7 ist die Anzahl der gestreckten Finger;
- 7 ist die Anzahl der Blätter;
- 7 ist die Anzahl der Zählplättchen;
- 7 ist die Anzahl der Wochentage;
- 7 ist die Anzahl der Punkte im Zehnerfeld.

Hans-Dieter Gerster und Rita Schultz (2004, 30) fügen hinzu: Vor allem die Punktebilder machen deutlich, „dass das Konzept der Zahl Sieben vielfältige *Beziehungen* enthält:
7 ist *eins mehr* als 6, 7 ist *eins weniger* als 8.
7 ist *zwei mehr* als 5, 7 ist *drei weniger* als 10.
7 *ist das Gleiche wie* vier plus drei.
7 *ist eins mehr als das Doppelte von* 3.
Diese Beziehungen lassen sich in knappen Symbolen schreiben:
$7=6+1$; $7=5+2$; $7=10-3$; $7+3=10$; $7=4+3$; $7=3+3+1$.“

Ein Kind, das sich zählend in der Welt der Zahlen bewegt, kann einiges über eine Zahl herausfinden. Es kann die Zahl der Finger, der Blätter und der Punkte in einem Punktebild abzählen. Es kann aber nicht Zahlen zueinander in Beziehung setzen (zwei mehr, drei weniger), es versteht kaum das Konzept „das Doppelte von“ und es kann eine Zahl nicht in kleinere Zahlen zerlegen. Kindern mit Lern- und Rechenschwierigkeiten fehlen häufig kognitive Voraussetzungen, die sie bräuchten, um konzeptuelles Wissen über Zahlen zu erwerben. Im Mathematikunterricht der 1. Klasse gelingt es diesen Kindern nicht ohne besondere Hilfen, konzeptuelles Wissen aufzubauen. Sie dringen nicht in die operative Struktur der Zahlen ein, sondern beschränken sich darauf, Zählprozeduren anzuwenden, um Ergebnisse für Aufgaben zu finden.
In allen Schulen und auf allen Schulstufen gibt es Kinder und Jugendliche, die sich im Mathematikunterricht darauf beschränken, prozedurales Wissen zu erwerben und kein tieferes Verständnis für die mathematischen Inhalte zu entwickeln. Dies hat im Einzelfall unterschiedliche Gründe. Neben den individuellen Lernvoraussetzungen spielt sicher auch die Gestaltung des Unterrichts eine entscheidende Rolle. Bei der Behandlung von Brüchen und Dezimalbrüchen besteht z. B. die Gefahr, dass Schülerinnen und Schüler die prozeduralen Regeln für die Multiplikation und Division von Brüchen lernen, ohne

ein ausreichendes konzeptuelles Verständnis von Brüchen und Dezimalbrüche zu haben.

Ein Beispiel: Ein Schüler rechnet: $\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{8}$

Hier kommt prozedurales Wissen zur Anwendung: Dividiere durch einen Bruch, indem du mit dem Kehrwert multiplizierst.

Derselbe Schüler vermutet: $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$, weil $5>4$ und $0{,}61 < 0{,}375$, weil $61 < 375$

Hier fehlt konzeptuelles Verständnis von Brüchen und Dezimalbrüchen.
Fehlendes Verständnis von Brüchen und Dezimalbrüchen führt in vielen alltäglichen Situationen zu Problemen und schränkt die beruflichen Möglichkeiten der jungen Menschen ein. Noch weitaus gravierender aber sind die Konsequenzen von fehlendem konzeptuellem Wissen über die operative Struktur von Zahlen.
Ohne dieses Wissen bleibt das Zahlverständnis der Kinder auf dem Stand eines Schulanfängers. Die Kinder sind auf die äußerst beschränkten Möglichkeiten des zählenden Rechnens angewiesen und schaffen es nicht, effektive Rechenstrategien zu lernen. Deshalb muss die Schule allergrößten Wert darauf legen, allen Kindern konzeptuelles Wissen über Zahlen zu vermitteln. Wo dies besonders schwierig ist, weil den Kindern offensichtlich kognitive Voraussetzungen fehlen, sollten Förderung und Lerntherapie möglichst früh den Unterricht ergänzen.

2.4 Warum ist es so schwierig, die additiven Grundaufgaben auswendig zu lernen?

Die Plusaufgaben von $0+0$ bis $10+10$ nennt man zusammenfassend das Einspluseins. Im Kapitel 5.1 (Seite 106) finden Sie eine strukturierte Einspluseinstafel. Kinder im 1. und 2. Schuljahr sollen die Aufgaben des Einspluseins so lernen, dass sie als ↑ arithmetisches Faktenwissen zur Verfügung stehen. So wollen es die bundeseinheitlichen Bildungsstandards für das Fach Mathematik in der Primarstufe (2005, S. 9). Dazu kommen die Aufgaben des ↑ Einsminuseins. Eine strukturierte Einsminuseinstafel finden Sie ebenfalls im Kap. 5.1 (Seite 106). Dieses Faktenwissen brauchen die Kinder, um effektive ↑ Rechenstrategien anwenden zu können. Ohne Einspluseinskenntnisse bleibt den Kindern nur das zählende Rechnen.
Viele Aufgaben aus dem Einspluseins und dem Einsminuseins sind ausgesprochen leicht, weil einer der beiden ↑ Summanden bzw. der ↑ Subtrahend eine Null oder eine Eins ist. Auch Aufgaben, bei denen einer der Summanden oder der Subtrahend eine Zwei ist, sind für die meisten Kinder kein Problem. Ebenso Aufgaben mit der Struktur $10+x$ oder $(10+x)-x$, also z. B. $10+3$ oder $17-7$. Die Einspluseinstafel enthält viele Tauschaufgaben. Wenn man dies alles berücksichtigt, reduziert sich die Anzahl der Einspluseinsaufgaben, die wirklich gelernt werden müssen, auf etwa 30 bis 40 Aufgaben. Dazu kommt eine entsprechende Anzahl Einsminuseinsaufgaben. Das hört sich überschaubar an. Aus der praktischen Arbeit weiß aber jede Lehrerin, welche Schwierigkeiten mit dem gedächtnismäßigen Einprägen der Grundaufgaben verbunden sind. Natürlich ist es für die Kinder kein Problem, sich kurzfristig 2, 3 oder auch 5 Grundaufgaben zu merken. Aber es ist offensichtlich sehr schwer, die Grundaufgaben so nachhaltig zu lernen, dass sie auf Dauer sicher im Gedächtnis gespeichert sind.

Einspluseinskenntnisse von Grundschülern
Friedhelm Padberg (2005, S. 93) hat in den 1990er-Jahren die Additions- und Subtraktions-Strategien von Erstklässlern untersucht. Knapp 50% der Kinder lösten die Aufgabe 7 + 9 am Ende des 1. Schuljahres durch Zählen, die Hälfte dieser „Zähler" benutzte noch die Strategie des vollständigen Auszählens (↑ Zählstrategien).
Jutta Schäfer (2005) hat rechenschwache Kinder in der Eingangsstufe der Hauptschule untersucht. Sie fand einen großen Anteil Kinder, die Additions- und Subtraktionsaufgaben zählend lösten. Die Vermutung liegt nahe, dass diese Kinder die Grundschule verlassen haben, ohne über ausreichendes Faktenwissen im Bereich des Einspluseins und des Einsminuseins zu verfügen.

Woran liegt es, dass Kinder so große Mühe haben, die Einspluseinsaufgaben und die anderen Grundaufgaben zu lernen?
Im einen oder anderen Fall gibt es sicherlich methodische Mängel des Unterrichts. Aber die Schwierigkeiten scheinen doch sehr allgemein und grundlegend zu sein. Eine Antwort liefert die Kognitionspsychologie, die gezeigt hat, dass unser Gedächtnis sehr schlecht dafür vorbereitet ist, eine Fülle ähnlicher Einzelfakten zu lernen, die nicht für den Lernenden erkennbar miteinander inhaltlich verbunden sind. Die Aufgabe 7 + 9 ist einfach zu lösen, wenn ich sie auf die Nachbaraufgabe 7 + 10 beziehe. Wenn ich gewohnt bin, die 10 als geistigen Stützpunkt zu nutzen, wie es die Zahlworte nahelegen („sieben", „zehn", „siebzehn"), ist 7 + 10 = 17 leicht zu lösen. Und wenn ich gelernt habe, Grundaufgaben im Zusammenhang mit ihren Nachbaraufgaben zu sehen, komme ich leicht auf die Lösung 7 + 9 = 16. Ohne diese Vernetzung der Aufgaben, also ohne konzeptuelles Wissen, ist es schwer 7 + 9 = 16 im Gedächtnis zu speichern und die Aufgabe nicht mit ähnlichen Aufgaben wie 7 + 8 oder 8 + 9 zu vermischen. Die Lernmöglichkeiten und die Gedächtniskapazitäten 6- bis 8 jähriger Kinder sind immens, aber zum Lernen arithmetischer Fakten, die dicht beieinander liegen und eng miteinander verflochten sind, ist ihr Gedächtnis kaum in der Lage. Unser Gedächtnis arbeitet assoziativ. Gedankliche Verbindungen und Wortspiele, aber auch Reime und der Sprachrhythmus unterstützen die Speicherung von Fakten jeder Art in unserem Gedächtnis. Ohne konzeptuelles Wissen über Zahlen haben wir keine Möglichkeit, uns vor Irrtümern zu schützen, die sich aus den Verflechtungen der Aufgaben ergeben. Lehrerinnen beobachten regelmäßig, dass die Einspluseinskenntnisse der Kinder ins Wanken geraten, wenn im 2. oder 3. Schuljahr das Einmaleins geübt wird. Kinder rechnen z. B. 3 + 2 = 6 wegen der Nähe zur entsprechenden Multiplikation, obwohl sie noch eine Woche zuvor sicher wussten: 3 + 2 = 5. Dies und vieles mehr können Sie in dem faszinierenden Buch mit dem Titel „Der Zahlensinn" von Stanislas Dehaene (1999) nachlesen.
Für die Arbeit mit Kindern mit Rechenschwierigkeiten bedeutet dies: Es ist sinnvoll und erforderlich, Kernaufgaben des Einspluseins und des Einsminuseins auswendig zu üben. Das Konzept der Kernaufgaben wird im Kapitel 5.1 (auf Seite 106) dargestellt. Diese Kernaufgaben sollten im Unterricht u. a. rein sprachlich geübt werden. („Drei plus zwei gleich fünf") wie die Zeile eines Gedichts („Schneeflöckchen, Weißröckchen, wann kommst du geschneit?"). Dieses sprachlich gespeicherte Faktenwissen muss ergänzt werden durch konzeptuelles Wissen über Zahlen. Das konzeptuelle Wissen ist gewissermaßen die zweite Führungsgröße beim Lernen der Einspluseins- und der Einsminuseinsaufgaben. Lernmethoden für die additiven Grundaufgaben müssen der assoziativen Arbeitsweise unseres Gedächtnisses gerecht werden. Dies gilt gleichermaßen für den Mathematikunterricht im 1. Schuljahr, für die Förderung und für die Lerntherapie. Präsentieren Sie die additiven Grundaufgaben von Anfang an als vielfach vernetzte Aufgaben. Zeigen Sie den Kindern die vielfältigen Beziehungen zwischen den Aufgaben. Lösungen für zunächst unbekannte Aufgaben finden die Kinder, indem sie andere Aufgabe zu Rate ziehen, deren Lösung sie kennen.

Ein Beispiel: Die Aufgabe 4+3 steht zu mindestens 4 anderen Aufgaben in Beziehung:

4+3 steht in Beziehung zu	Ableitung	Kommentar
4+2	1 mehr als 4+2	4+2 ist möglicherweise arithmetisches Faktenwissen
4+1	4+1=5; 5+2=7	5 als geistiger Stützpunkt
2+2+2	2+2+2=6; 6+1=7	Zählen in Zweierschritten
5+2	5=4+1; 2=3−1	5+2 ist möglicherweise bekannt (Hände)

Es gibt Konzepte für den Unterricht oder für die Förderung von Kindern mit Rechenschwierigkeiten, die überwiegend oder sogar ausschließlich auf das Auswendiglernen von arithmetischen Fakten setzen, insbesondere von Einspluseins- und Einmaleinsaufgaben. Solche Konzepte ignorieren die wissenschaftlichen Erkenntnisse über das mathematische Lernen und über die Arbeitsweise unseres Gedächtnisses. Sie führen nach aller Erfahrung auch bei hohem Aufwand nur zu bescheidenen Ergebnissen.

2.5 Kinder mit Rechenschwierigkeiten denken häufig konkret und handlungsbezogen

Probleme beim Lernen der ↑additiven Grundaufgaben sind meistens vielschichtig. Neben dem Wissen eines Kindes über Zahlen und Rechenoperationen spielen seine kognitiven Voraussetzungen, seine Motivationen und seine Einstellung zur Mathematik eine entscheidende Rolle. Wenn ein Kind im Hinblick auf Mathematik entmutigt ist, ist z. B. oft eine Veränderung seines Selbstbildes und seiner Einstellung zur Mathematik ein vorrangiges Ziel. Wenn ein Kind mit Rechenschwierigkeiten kämpft, ist seine gesamte Lerngeschichte bedeutsam für den Erfolg einer Förderung. Die individuellen Stärken und Schwächen des Kindes und seine eventuellen Beeinträchtigungen oder Behinderungen bestimmen und begrenzen seinen Zugang zu Zahlen und zum Rechnen.
Für die Planung von Unterricht oder Förderung für Kinder mit Rechenschwierigkeiten muss also vieles bedacht werden. Diese ganzheitliche Sicht darf nicht verloren gehen, wenn wir im Folgenden fragen, was Kinder über Zahlen wissen, wie sie Zahlen verwenden. Wir fragen nach dem informellen Wissen, das die Kinder im Vorschulalter erworben haben. Es geht jetzt nicht um ↑arithmetische Fakten. Es geht darum, was die Kinder über Zahlen generell wissen und wie sie Zahlen verstehen und verwenden können. Im Hinblick auf Zahlzerlegungen geht es im Kern um diese Frage: Verstehen die Kinder das abstrakte Konzept, das mit unseren Zahlwörtern und den zugehörigen Ziffern verbunden ist?

Kinder im Vorschulalter und Grundschüler mit Rechenschwierigkeiten verwenden Zahlen vorzugsweise adjektivisch: „Meine Schwester ist 7“, analog zu „Meine Schwester ist groß.“ „Das sind 7 Plättchen“ analog zu „Das sind rote Plättchen“. Zahlen kennzeichnen – so verwendet – eine Eigenschaft, und zwar eine zählbare Eigenschaft: „Das sind eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben Plättchen.“ Diese Auffassung der Zahlen als (zählbare) Eigenschaft ist an die Prozedur des Zählens gekoppelt. Um Zahlen adjektivisch zu verwenden, reicht ein Zahlverständnis aus, das sich auf das Zählen stützt. Das Verständnis des ↑kardinalen Zahlaspekts ist mit diesem Zahlverständnis kompatibel: Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben Plättchen. Das Zahlwort „sieben“ gibt Auskunft über die Anzahl der Plättchen. Zahlzerlegungen sind auf der Grundlage dieses Zahlverständnisses aber nicht möglich.

Um Zahlen zerlegen zu können, müssen Kinder ein Zahlverständnis entwickeln, das über das Zählen hinausgeht. Ein Kind muss eine Zahl als einen (mentalen) Gegenstand betrachten, um sie zerlegen zu können. Wenn Zahlen als mentale Gegenstände betrachtet werden, können sie verglichen und zueinander in Beziehung gesetzt werden. 7 ist um 2 größer als 5. 7 kann in 5 und 2 zerlegt werden. 2 und 5 zusammen ist 7 usw. In knappen Symbolen heißt das: $7=5+2$, $2+5=7$, $7-2=5$ usw.
Das Konzept einer Zahl, z. B. der 7, wird mit der Zeit völlig abstrakt. Das Kind braucht schließlich kein Material, um Zähleinheiten zu schaffen und auch keinen Zählprozess, um sich die „Einheit 7" vorzustellen und damit zu operieren.
Das Kind kann die Aufgabe 7=5+ –_ mit seinen Fingern oder mit Rechenplättchen darstellen. Entscheidend ist aber, dass das Kind die Zahl auch ohne den Bezug zu seinen Fingern oder zu einer anderen gegenständlich-anschaulichen Grundlage zerlegen kann. Das Kind muss denken und sagen können: „Sieben, das ist fünf plus zwei." und nicht „7 Finger, das sind 5 Finger und 2 Finger". Das abstrakte Verständnis von Zahlen hat sich vom Zählen losgelöst. Wenn das Zahlverständnis eines Kindes noch eng an das Zählen gekoppelt ist, wird es den Satz „7, das ist 5 und 2" nicht wirklich verstehen. Durch eine Übersetzung in eine Aussage wie „7 Finger, das sind 5 Finger und 2 Finger" kommt das Kind zu einem gewissen Verständnis. Aber erst wenn das Kind die Zerlegung einer Zahl ohne Bezug auf eine anschauliche Darstellung denken kann, hat es das ↑Teile-Ganzes-Verständnis, das für die Entwicklung arithmetischer Kenntnisse und Fähigkeiten erforderlich ist.
Zahlen haben gewissermaßen zwei Gesichter. Sie sind das Ergebnis eines Zählprozesses und sie sind ein Konzept, ein mentaler Gegenstand. Sie sind eine Eigenschaft, die durch Zählen bestimmt wird und sie sind ein mentaler Gegenstand, mit dem das Kind operieren kann. Zahlen können mit anderen Zahlen verglichen werden, sie können zerlegt oder zusammengefügt werden. Die folgende Übersicht fasst dies noch einmal zusammen:

Zahlen haben zwei Gesichter

Zahlen sind das Ergebnis eines Zählprozesses.	Zahlen sind ein mentales Konzept.
Zahlen sind eine zählbare Eigenschaft.	Zahlen sind ein mentaler Gegenstand, mit dem man operieren kann.
Zahlvorstellungen stützen sich auf gegenständliche Vorstellungen.	Zahlvorstellungen lösen sich von gegenständlichen Vorstellungen.
Zahlen werden als Bestandteil der Zählreihe gesehen.	Zahlen sind aus der Zählreihe herausgelöst und können in Beziehung zu anderen Zahlen gesehen werden.
7 ist 1, 2, 3, 4, 5, 6, **7**	$7=5+2$, $7=10-3$, $7=6+1$, $7=8-1$ usw.
auf der Grundlage dieses Zahlverständnisses ist zählendes Rechnen möglich.	auf der Grundlage dieses Zahlverständnisses können Zahlen zerlegt werden, „denkendes Rechnen" ist möglich.

Kinder müssen also lernen, mit den zwei Gesichtern von Zahlen flexibel umzugehen. Denn Zahlen sind beides: Ergebnis eines Zähl*prozesses* und mentales *Konzept*. Aus dem Zählprozess entwickelt sich das Konzept der abstrakten Zahl. Eddie Gray et. al. (1999) prägten für diese Verschmelzung von (Zähl-) Prozedur und mentalem Konzept den Begriff „Procept". Entwicklung von Zahlverständnis bedeutet also ganz wesentlich, dass die Kinder lernen, mit dieser Bedeutungsvielfalt der Zahlen umzugehen.

Die Untersuchungen von Gray et al.

Um herauszufinden, woran es liegt, dass lernschwache Kinder es nicht schaffen, sich vom Zählprozess zu lösen und Zahlen auch als mentale Gegenstände zu betrachten, haben Eddie Gray und seine Kollegen in den 1990er-Jahren Untersuchungen durchgeführt. Sie verglichen 6- bis12-Jährige mit guten mathematischen Leistungen mit gleichaltrigen rechenschwachen Kindern (Gray, Pitta, Tall 1999; Pitta Pantazzi und Gray 2006). Die Kinder sollten sich u. a. vorstellen, sie würden einem Außerirdischen etwas erklären. In einer anderen Studie sollten die Kinder sagen, was ihnen als erstes einfällt, wenn sie einen Begriff hören. Den Kindern wurden ganz unterschiedliche Begriffe genannt, teilweise wurden ihnen auch Bilder gezeigt. Es ging einerseits um ganz alltägliche Begriffe wie „Hund“, „Tisch“ oder „Fußball“, andererseits aber auch um mathematische Begriffe wie „Fünf“, „die Hälfte“, „dreiviertel“ oder „ein Teil“. Die Erklärungen und Einfälle der leistungsschwachen Kinder unterschieden sich deutlich von denen der leistungsstarken Kinder. Die leistungsschwachen Kinder konzentrierten sich sehr auf Einzelheiten, auf Farben usw. Die leistungsstarken Kinder hingegen fokussierten zunächst das Wesentliche und fügten dann einige Aspekte hinzu. Ein Beispiel: Bei der Aufgabe, dem Außerirdischen zu erklären, was „Fünf“ ist, sagten die leistungsstarken Kinder z. B. „Das ist eine Zahl“. „Das ist 2 + 3“. „Das ist eine Primzahl.“ Leistungsschwache Kinder hingegen sagten z. B.: „Ich habe 5 Finger.“ Eddie Gray et al. fassen zusammen, die Vorstellungen der leistungsschwachen Kinder seien an Ereignisse gebunden und handlungsbezogen („episodic and active“), die der leistungsstarken dagegen semantisch und allgemein („semantic and generic“). Die leistungsschwachen Kinder nahmen also stärker die Einzelheiten wahr, ihnen fehlte der Blick für das Ganze. Sie stellten sich meist Vorgänge vor. Eine abstraktere Betrachtung wie z. B. die Nennung eines Oberbegriffs konnte man nur bei den leistungsstarken Kindern beobachten. Ähnliches zeigte sich auch, als Gray und seine Kollegen untersuchten, welche Vorstellungen und Ideen leistungsschwache Kinder bei einfachen Rechenaufgaben haben. Die rechenschwachen Kinder stellten sich oft die Zahlenreihe vor, auch die Finger spielten in ihrer Vorstellung eine wichtige Rolle. Mathematik war für diese Kinder mit der Vorstellung verbunden, etwas zu tun. Ihre Vorstellungen waren konkret, sie griffen in der Vorstellung auf reale Dinge zurück. Ihre Vorstellungen entwickelten sich langsam, ihr Denken wirkte umständlich.
Leistungsstarke Kinder entwickelten Ideen und Vorstellungen viel schneller, ihre Denkweise war ökonomischer. Diese Kinder lösten z. B. Aufgaben, indem sie auf verwandte Aufgaben zurückgriffen, die einfacher zu lösen waren. Beispiel: 9 + 7 = 16, weil 10 + 6 = 16.

Wenn Sie mit Kindern arbeiten, die mit Rechenschwierigkeiten kämpfen, werden Sie vieles von dem wiedererkennen, was Gray und seine Kollegen beschrieben haben. Kinder mit Rechenschwierigkeiten denken häufig konkret und handlungsbezogen, ihre Vorstellungen entwickeln sich langsam, sie sind wenig flexibel und greifen immer auf vertraute (Zähl-)Prozeduren zurück. Gray und seine Kollegen haben gezeigt, dass sich rechenschwache Kinder auch bei Aufgaben, die nichts mit Zahlen oder mit Rechnen zu tun haben, in ihrem Denken und in ihren Vorstellungen von ihren leistungsstarken Altersgenossen unterscheiden.
Kinder mit Rechenschwierigkeiten sollen das zählende Rechnen überwinden. Auf dem Weg zu diesem Ziel nützt es nichts, wenn die Kinder lernen ohne ihre Finger zu rechnen und sie stattdessen mit Material zählend rechnen. Auch verstärktes Üben nützt nichts, solange die Kinder weiter zählend rechnen. Unterricht und Lerntherapie haben vielmehr die Aufgabe, die Kinder an abstraktere Denkweisen und Vorstellungen heranzuführen, die ihre leistungsstarken Altersgenossen mehr oder weniger intuitiv entwickeln. Mit Blick auf die additiven Grundaufgaben bedeutet dies: Kinder mit Rechenschwierigkeiten müssen möglichst früh an eine strukturierte Zahlauffassung herangeführt werden. Sie müssen lernen, Zahlen als Zusammensetzungen aus kleineren Zahlen zu sehen, also die ↑ operative Struktur der Zahlen zu erfassen. Und sie müssen im Unterricht, in der Förderung und in der Lerntherapie lernen, additive Grundaufgaben mithilfe von Ableitungsstrategien zu lösen.

Die Übungen in diesem Buch können hierzu einen Beitrag leisten. Sie helfen nach meiner Erfahrung, die Kinder auf einer elementaren Stufe an mathematisches Denken heranzuführen. Die Kinder lernen, Strukturen zu erfassen, sich auf abstrakte Aspekte wie den Kardinalzahlaspekt zu konzentrieren und von Details abzusehen.

2.6 Was brauchen Kinder mit Rechenschwierigkeiten?

„Nicht gegen den Fehler, sondern für das Fehlende.“ Paul Moor (1899 – 1977)

Eltern begegnen den Schwierigkeiten ihrer Kinder beim Lernen der ↑additiven Grundaufgaben häufig mit dem Satz: „Du musst mehr üben.“ Dem liegt häufig die Annahme zugrunde, dass sich durch häufiges Rechnen eine Aufgabe und ihr Ergebnis im Gedächtnis miteinander verbinden. Auch Lernhilfen der Verlage und Nachhilfeschulen setzen überwiegend auf Üben im Sinne von häufigem Wiederholen der Aufgaben. Leider sind diese Bemühungen wenig erfolgreich. Wenn es nicht gelingt, das mathematische Denken und den ↑Zahlensinn der Kinder zu entwickeln, geraten die mühsam gelernten ↑arithmetischen Fakten schon bald wieder durcheinander.
Der Ansatz „Üben, üben, üben“ greift also zu kurz. Aber was brauchen Kinder mit Rechenschwierigkeiten, um die additiven Grundaufgaben gut lernen zu können?

Viele Fachleute waren bis vor einigen Jahren der Meinung, in der Förderung von Kindern mit besonderen Rechenschwierigkeiten sei die Förderung basaler Fähigkeiten besonders wichtig. Für das Rechnen galten die visuelle Wahrnehmung, die Raumorientierung und die seriale Leistung als besonders wichtig. Insbesondere in der Sonderpädagogik gab es viel Zustimmung für den Ansatz, bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten die Diagnostik und Therapie von Wahrnehmungsstörungen aller Art in den Mittelpunkt zu stellen. Die Konzentration auf Wahrnehmungsstörungen hat sich nach Ansicht vieler Experten als Sackgasse erwiesen. Viele Kinder blieben zählende Rechner. Die Konzentration auf Wahrnehmungsstörungen ging häufig mit einer Vernachlässigung didaktischer Fragen einher. In der Förderung von Kindern mit Rechenschwierigkeiten wurde oft das zählende Rechnen geradezu kultiviert. Deshalb wird seit einigen Jahren ein Paradigmenwechsel gefordert. Kinder mit gravierenden Wahrnehmungsstörungen brauchen selbstverständlich therapeutische Hilfe. Dies ist aber nicht Aufgabe des Mathematikunterrichts oder der mathematisch-lerntherapeutischen Förderung. Eine „pränumerische“ Phase des Mathematikunterrichts in der 1. Klasse wird abgelehnt. Die Kinder sollen vielmehr vom ersten Tag an zählen und rechnen, Muster und Strukturen erfassen, geometrische Erfahrungen sammeln usw. In den Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich (2005, S. 6) heißt es:

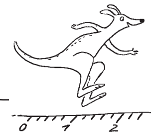
„Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen.“

Auch Schulanfänger mit geringen mathematischen Kenntnissen wissen schon eine ganze Menge über Zahlen. An dieses Wissen sollte der Unterricht anknüpfen. Der Mathematikunterricht bietet durchaus Gelegenheiten zur Förderung der basalen Fähigkeiten, aber dies steht nicht im Vordergrund. Die basalen Fähigkeiten werden vielmehr mitgelernt, wenn die Kinder sich mit Zahlen, mit Formen usw. beschäftigen. So liefert der Mathematikunterricht reichlich Gelegenheiten, räumliche Beziehungen wahrzunehmen, sie richtig zu beschreiben und die zugehörigen Präpositionen zu üben (auf, unter, vor, hinter, neben, bei, zwischen, links, rechts, …).

Kinder, die im Mathematikunterricht der 1. Klasse auffallen, weil ihnen arithmetische Grundkenntnisse fehlen (Zählen, Anzahlverständnis, strukturierte Mengenerfassung usw.), brauchen von Anfang an eine Förderung oder eine lerntherapeutische Unterstützung, die hilft, diese arithmetischen Grundkenntnisse aufzubauen. Die Lernpsychologen sprechen von „scaffolding" (wörtlich: ein Gerüst bauen), gemeint ist der Aufbau des erforderlichen Grundlagenwissens. Wie eine solche lerntherapeutische Förderung aussehen kann, zeigen erfolgreiche und gut dokumentierte Programme aus Großbritannien (Dowker 2008) und Australien (Wright u. a. 2006b). Einige Übungen, die in diesem Buch vorgestellt werden, wurden von diesen englischsprachigen Programmen übernommen. Entsprechende Hinweise finden Sie bei den Übungen.

Die Übungen und Spiele in Kapitel 4 (ab Seite 32) sind Bauteile für ein solches „scaffold" (Gerüst). Bauen Sie die Übungen und Spiele so in Ihren Unterricht, Ihre Förderung oder Ihre Lerntherapie ein, wie es Ihre Arbeit unterstützt. Finden Sie heraus, welche Übungen Ihre Arbeit am besten unterstützen. Die Übungen sind von 1 bis 24 durchnummeriert, bilden aber kein durchlaufendes Förderprogramm. Die Reihenfolge ordnet die Übungen im Wesentlichen von leicht nach schwer.
In Kapitel 3 (ab Seite 23), also vor den Übungen und Spielen, finden Sie vier diagnostische Aufgaben für den pädagogischen Alltag. Außerdem finden Sie in Kapitel 3 (ab Seite 30) noch Hinweise auf Testverfahren, mit denen Sie den Lernstand der Kinder umfassender überprüfen können als mit diesen diagnostischen Aufgaben. In Kapitel 5 (ab Seite 105) erfahren Sie, wie Sie mit Kindern mit Rechenschwierigkeiten erfolgreich die Aufgaben des Einspluseins und des Einsminuseins üben können.

3. Wo anfangen? Diagnostische Aufgaben und Testverfahren



> *„Der Kindergarten und die Eingangsklasse haben mehr Fördermöglichkeiten, als sie gemeinhin nutzen, vorausgesetzt, sie verwenden frühzeitig diagnostische Verfahren, auf die sie die Fördermaßnahmen stützen.“* (Lorenz 2006, S. 65)

In diesem Kapitel finden Sie vier diagnostische Aufgaben, mit denen Sie etwas über das Zahlverständnis eines Kindes erfahren können. Sie können diese diagnostischen Aufgaben auch dazu einsetzen, die Fortschritte Ihrer pädagogischen oder lerntherapeutischen Arbeit zu dokumentieren. Um Missverständnissen vorzubeugen: Diese diagnostischen Aufgaben sind kein Instrument zur genauen Untersuchung von Rechenschwierigkeiten. Es sind diagnostische Verfahren für die „pädagogische Hosentasche“, die für den pädagogischen und lerntherapeutischen Alltag geeignet sind. Im Verbund mit Beobachtungen, Gesprächen und (meist informellen) Tests helfen diese diagnostischen Aufgaben, die pädagogischen Bedürfnisse eines Kindes zu erfassen.

Wenn Sie Kinder mit Rechenschwierigkeiten umfassender untersuchen wollen, können Sie auf eine Fülle recht unterschiedlicher Diagnoseverfahren zurückgreifen, die in den letzten Jahren auf den Markt gekommen sind. In Kapitel 3.5 (auf Seite 30) finden Sie Hinweise auf diagnostische Verfahren, die unterschiedliche Schwerpunkte setzen.

Diagnostik in der Fachliteratur
Ausführliche Information über standardisierte diagnostische Verfahren bietet das entsprechende Kapitel des Buches von Karin Landerl und Liane Kaufmann (2008). Das Handbuch Rechenschwäche (Fritz/Ricken/Schmidt 2009) bietet vier Beiträge zur Diagnostik ↑ arithmetischer Kompetenzen, darunter ein ausführliches Fallbeispiel.

Die Ideen für die diagnostischen Aufgaben, die Sie auf den nächsten Seiten finden, habe ich dem Bericht von Hans-Dieter Gerster und Rita Schultz (2004) entnommen. Gerster und Schultz haben in den 1990er-Jahren an der Pädagogischen Hochschule Freiburg die „Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht“ (so der Titel ihres Forschungsprojekts) untersucht. In der intensiven Arbeit mit 35 betroffenen Kindern stellten sie u. a. diagnostische Aufgabenstellungen zum Zahlverständnis zusammen, von denen ich vier ausgewählt habe.

Sie können die vier diagnostischen Aufgaben jederzeit und mit geringem Aufwand durchführen. Obwohl für eine Einzelsituation konzipiert, können Sie die Aufgaben auch in Ihren Unterricht einbauen. Sie finden bei jeder der vier Aufgaben Beobachtungs- und Auswertungshinweise, mit deren Hilfe Sie Aussagen zum Zahlverständnis der Kinder formulieren können. Aussagen zum Leistungsstand der Kinder sind aber nur sehr begrenzt möglich, weil es keine Normierung gibt. Sie können die Aufgaben verändern, erweitern, ergänzen, kombinieren usw. Vielleicht entstehen in Ihrer Arbeit Variationen oder ganz neue Aufgaben. Über entsprechende Rückmeldungen würde ich mich freuen.

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Rechnen statt Zählen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de