

SCHOOL-SCOUT.DE

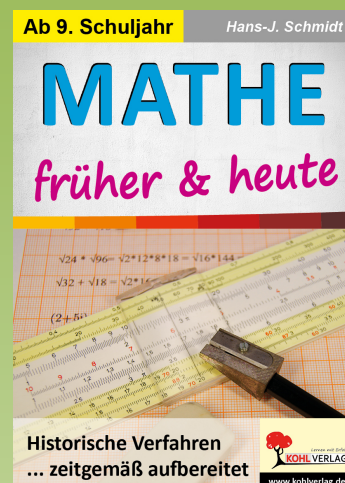
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathe früher & heute - 52 Rätsel der Woche

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Vorbemerkungen

Als ich im Jahre 1988 einmal eine unterregionale Fortbildungsveranstaltung zu den »Auswirkungen der neuen Grundschulrichtlinien auf den Mathematikunterricht in der Erprobungsstufe der Realschule« besuchte, wies die Referentin darauf hin, wie wichtig es doch sei, dem Mathematikunterricht etwas mehr »Pep« zu geben, indem man ihn mit Anekdoten würzt.

Sie hatte auch gleich ein passendes »Döneken« parat. Wie sich der geneigte Leser denken kann, war es die Geschichte von dem siebenjährigen Gauß, der seinen Lehrer Büttner im Jahre 1784 damit verblüffte, dass er innerhalb kürzester Zeit alle ganzen Zahlen von 1 bis 100 addiert hatte, indem er jeweils $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 + 98 = 101$... bildete.

Leider folgte dieser doch schon recht alten Begebenheit keine weitere. Sollte es denn in der Geschichte der Mathematik nicht etwas Besonderes geben, dass SchülerInnen motivieren könnte, sich intensiver mit Sachverhalten mathematischer Natur auseinanderzusetzen? Warum sollte es SchülerInnen nicht interessieren, dass Eratosthenes von Kyrene den Spitznamen »Beta« (Nummer Zwei) und »Pentathlos« (d. h. Fünfkampfathlet, also ein Sportler, der in mehreren Disziplinen gut, aber nirgends Spitze ist) hatte, denn er war Mathematiker, Geograph, Historiker, Philologe und Dichter.¹

Warum sollte man nicht erwähnen, dass Srinivasa Ramanujan (1887-1920) zwar ein unglaublich begabter Mathematiker war, dem es ohne ein mathematisches Studium gelang, verblüffend originelle Entdeckungen zu machen, der aber bei seinen täglichen Verrichtungen von der Hilflosigkeit eines Kindes war.²

Als er sich während seines Aufenthalts in Oxford mit dem englischen Mathematiker G. H. Hardy traf, entwickelte sich das folgende Gespräch:
 »Eben bin ich mit einem Taxi gekommen, dessen Nummer gänzlich uninteressant war, nämlich 1729.« - Ramanujan erwiderte: »Aber ganz im Gegenteil. Es ist die kleinste Zahl, die auf zwei verschiedene Weisen als Summe zweier Kuben ausgedrückt werden kann.«
 Lassen Sie ihre Schüler doch die Lösungen 1, 12 und 9, 10 herausfinden.

Auf der Suche nach entsprechenden Stoffbereichen entstanden im Laufe der Jahre Kopiervorlagen, die zwar nicht immer anekdotisch, aber überwiegend schülergerecht gestaltet und motivierend sind. Sie lassen sich problemlos in den normalen Unterricht einpassen, können der Binnendifferenzierung dienen, eignen sich gut für Vertretungsstunden, und, und, und ...

Viel Spaß und Erfolg beim Einsatz der Materialien.

¹ Kaiser-Nöbauer, Geschichte der Mathematik für den Schulunterricht
 Wien 1984, S. 19

² Dunham, Mathematik von A - Z
 Basel 1996, S. 313

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	3
Inhaltsverzeichnis	4
Geschichtliches im Überblick	5
So stellten die Ägypter Zahlen dar (1)	6
So stellten die Ägypter Zahlen dar (2)	8
So multiplizierten die Ägypter (1)	10
So multiplizierten die Ägypter (2)	12
So dividierten die Ägypter	14
Wie die Inder und Araber multiplizierten	16
Die geheimnisvollen Zahlen der Pythagoreer	18
Wie Eratosthenes die Primzahlen aussiebte	20
Wie erhält man vollkommene Zahlen?	24
Magische Quadrate	26
Die Zahlzeichen der Römer	28
Wie »per cento« zu % mutierte	30
Wie die Ägypter Hau-Rechnungen durchführten (1)	32
Wie die Ägypter Hau-Rechnungen durchführten (2)	34
So stellten die Babylonier Zahlen dar (1)	36
So stellten die Babylonier Zahlen dar (2)	38
Wie man im Mittelalter die Wurzel zog	40
Wie Heron die Wurzel zog	42
Als Pythagoras sich einmal langweilte	46
Wie ein US-Präsident den Satz des Pythagoras bewies	48
Wie die Ägypter rechte Winkel konstruierten	50
Wie Diophantos pythagoreische Zahlentripel erzeugte	52
Wie Archimedes π bestimmte	54
Wie der Bischof von Brixen π bestimmte	62
Wie C. F. Gauß π bestimmte	68
Wie C. F. Gauß das Osterdatum berechnete	74
Wie man zufällig auf π kommt	78
Wie der Prediger John Wallis π bestimmte	80
Die Kreiszahl π im Laufe von Jahrhunderten	82
Zur Quadratur des Kreises	86
Wie man den Flächeninhalt der Mönchen des Hippokrates berechnet	88
Wie Archimedes den Flächeninhalt der symmetrischen Streitaxt berechnete	90
Die unsymmetrische Streitaxt des Archimedes	92
Wie Eratosthenes den Umfang der Erde berechnete	94
Wie Thales die Höhe von Pyramiden bestimmte	98
Warum Archimedes von der Uni flog	100
Wie Vieta gemischt-quadratische Gleichungen löste	104
Wie Euler gemischt-quadratische Gleichungen löste	106
Wie Pascal sein arithmetisches Dreieck entwickelte	110










Geschichtliches im Überblick

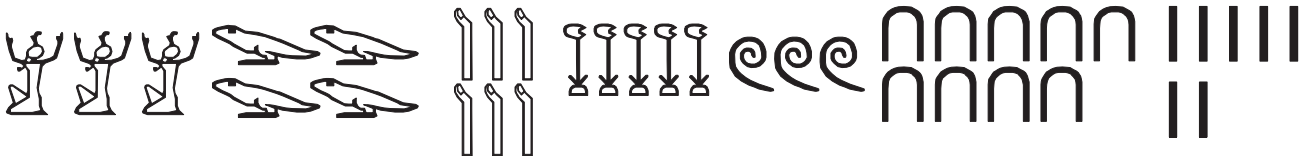
3000 v. Chr.	Die ersten Zahlzeichen in Hieroglyphenschrift.
2000 v. Chr.	Die Babylonier berechneten eine Kathete im rechtwinkligen Dreieck. Die Ägypter benutzten eine Näherungsformel für die Berechnung der Kreisfläche. Die Ägypter lösten lineare Gleichungen mit einer Variablen (Hau-Rechnung).
600 v. Chr.	Thales von Milet (624 - 547 v. Chr.) Neben der Mathematik beschäftigte sich Thales auch mit Philosophie und Astronomie. Er war der erste Mathematiker, der für seine Sätze Beweise angab. Er bestimmte die Höhe ägyptischer Pyramiden durch Messen des Schattens und sagte die Sonnenfinsternis vom 28.05.585 v. Chr. voraus.
540 v. Chr.	Pythagoras von Samos (um 580 - um 501 v. Chr.) Pythagoras war ein vielseitiger Gelehrter, der eine Art Naturreligion begründete. Seine Jünger, die er um sich scharte, glaubten, dass Gott die Welt nach Zahlen und Zahlenverhältnissen geordnet habe.
440 v. Chr.	Hippokrates von Chios Er berechnete den Flächeninhalt der Mönchchen.
300 v. Chr.	Euklid von Alexandria (um 365 - um 300 v. Chr.) Er schrieb das dreizehnbändige Werk »Elemente«, das das gesamte mathematische Wissen seiner Zeit darstellte. Neben der Bibel ist es das meistgedruckte Buch.
230 v. Chr.	Eratosthenes von Kyrene (um 276 - um 194 v. Chr.) Eratosthenes war nicht nur Mathematiker, sondern auch Sportler, Geograph, Historiker, Philologe und Dichter. Sein Spitzname lautete »Beta« (d. h. Nummer Zwei), weil er auf allen Bereichen gut war, aber nicht Spitze. Er berechnete ziemlich genau den Erdumfang. Bekannt ist er wegen seines Verfahrens zum Aussieben der Primzahlen. Er war Vorsteher der berühmten Bibliothek von Alexandria.
212 v. Chr.	Archimedes von Syrakus (287 - 212 v. Chr.) Er ist der vielseitigste und bedeutendste Mathematiker und Naturwissenschaftler der Antike. Er erfand physikalisch-technische Geräte wie den Hebel, die Winde, die sogenannte »archimedische Schnecke«, mit der man Wasser schöpfte, aber auch kriegstechnisches Gerät wie Wurfgeschleudern, Greifarme, Brennspiegel, das bei der Abwehr der Römer in seiner Heimatstadt Syrakus eingesetzt wurde. Als die Römer durch eine List die Stadt einnahmen, wurde Archimedes durch einen Legionär getötet.
75	Heron Er wirkte in Alexandria als Ingenieur, Mathematiker und Vermessungstechniker.
250	Diophantos von Alexandria Er ist der Vater der Algebra, weil er für mathematische Ausdrücke besondere Symbole benutzte.
1450	Nikolaus von Cues (1401 - 1464) Für ihn war Mathematik nur eine Nebensache. Er studierte Jura in Padua und erlangte 1424 den Titel eines Doktors der Rechte. Als er seinen allerersten Prozeß in Mainz verlor, war er so frustriert, dass er sich dem Studium der Theologie widmete. 1430 wurde er zum Priester geweiht. 18 Jahre später wurde er Kardinal von Brixen. Er bestimmte näherungsweise die Kreiszahl π .
1514	Albrecht Dürer (1471 - 1528) Der Maler schrieb für Zunftgenossen die »Unterweysung der Messung mit dem Zirkel und richtscheyt«.
1579	François Viète (1540 - 1603) Viète (lateinisch auch Vieta) wurde 1540 in Fontenay-le-Compte geboren. Er wurde 1571 Rechtsanwalt und 1573 Anwalt am Hofe König Heinrich IV.; nebenher beschäftigte er sich aber mit mathematischen Fragen. Er war der erste, der Buchstaben und Rechenzeichen verwandte, um Rechenausdrücke zu schreiben und formte diese nach den Regeln des Zahlenrechnens um.
1630	Marin Mersenne (1588 - 1648) führte eine weitverzweigte mathematische Korrespondenz.
1655	John Wallis (1616 - 1703) führte Vorarbeiten zur Infinitesimalrechnung durch.
1750	Leonhard Euler (1707 - 1783) Er wurde in Basel als Sohn eines Pfarrers geboren und studierte zunächst in Basel Theologie. Mehr und mehr widmete er sich der Mathematik. 1730 wurde er Professor für Physik und 1733 Professor für Mathematik an der Petersburger Akademie. Er schrieb in den 76 Jahren seines Schaffens das umfangreichste Werk, das je ein Mathematiker verfasst hat, obwohl er im Alter von 59 Jahren vollkommen erblindete.
1794	Adrien-Marie Legendre (1752 - 1833) vermutete, dass die Kreiszahl π transzendent sei.
1801	Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855) C. F. Gauß war der Sohn eines Gärtners und Maurers in Braunschweig. Schon in jungem Alter beeindruckte er seine Mitmenschen durch mathematische Fertigkeiten. Er war so etwas wie ein mathematisches Wunderkind und wurde daher entsprechend gefördert. Seine Mutter, die etwas besorgt wegen ihres Sohnes war, fragte daher den Mathematiker W. Bolyai, ob ihr Sohn in der Mathematik etwas leisten könne. Der antwortete ganz cool: »Er wird der größte Mathematiker Europas werden.«
1882	Ferdinand von Lindemann (1852 - 1939) Er bewies 1882, dass die Kreiszahl π transzendent ist.

So stellten die Ägypter Zahlen dar (1)

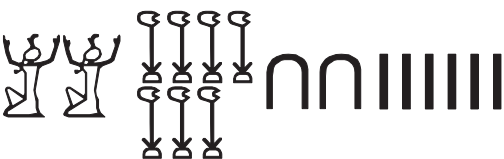
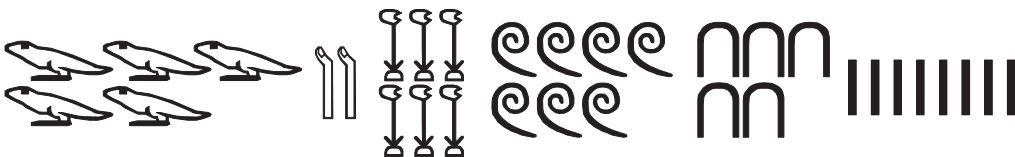
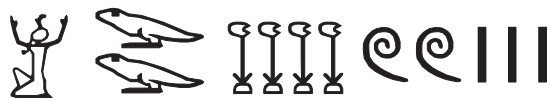
Meine Güte, kannst du froh sein, dass du nicht Schüler/in im alten Ägypten um 2 000 v. Chr. gewesen bist! Die Hausaufgaben in Mathe hätten dich umgebracht. Die Ägypter verwendeten nämlich für die Zahlen 1, 10, 100, ... eigene Zeichen. Durch Aneinanderreihen dieser Zeichen stellten sie Zahlen dar. Das war eher was für den Kunst- als für den Matheunterricht. So sahen die Zeichen aus:

1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
						
Merkstrich	Bügel	Meßschnur	Lotusblüte	Zeigefinger	Kaulquappe	Gott der Unendlichkeit








Die Zahl 3 465 397 stellte sich dann so oder ähnlich dar:



Jetzt bist du dran. »Übersetze« das Ägyptische in unsere neue Zeit.

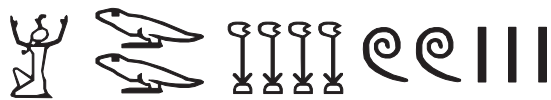


So stellten die Ägypter Zahlen dar (1)

1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
						
Merkstrich	Bügel	Meßschnur	Lotusblüte	Zeigefinger	Kaulquappe	Gott der Unendlichkeit



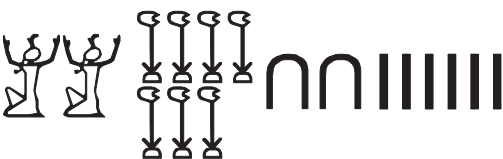
= 30 211



= 1 204 203



= 526 758



= 2 007 026



= 1 012 210



= 4 004 784










= 40 131



= 4 003

So stellten die Ägypter Zahlen dar (2)

1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
						
Merkstrich	Bügel	Meßschnur	Lotusblüte	Zeigefinger	Kaulquappe	Gott der Unendlichkeit

Schaffst du es, die folgenden Zahlen einem Ägypter zu übermitteln?

2 300654

752 003

44 629

111 111

9 999

3 000 034

123 667

1 406 002








225 301

1 000772

5 690

220 036

So stellten die Ägypter Zahlen dar (2)

1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
						
Merkstrich	Bügel	Meßschnur	Lotusblüte	Zeigefinger	Kaulquappe	Gott der Unendlichkeit

2 300654 


752 003 

44 629 

111 111 

9 999 


3 000 034 

123 667 

1 406 002 

225 301 

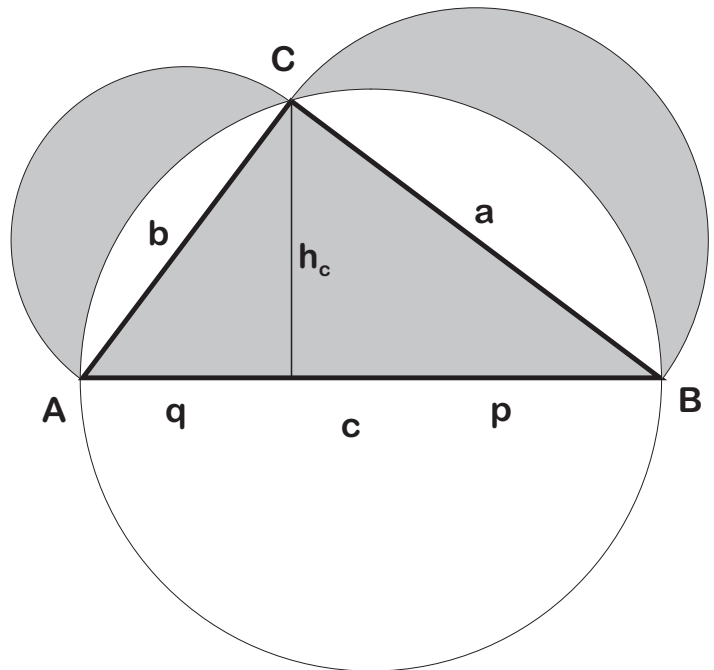
1 000772 

5 690 

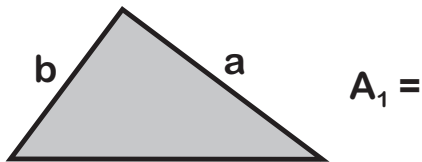
220 036 

Wie man den Flächeninhalt der Mündchen des Hippokrates berechnet

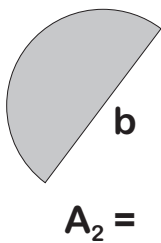
Hippokrates von Chios, der um 440 vor Christus lebte, hat folgende Behauptung aufgestellt:
Die Summe der Mündchen über den Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks ist gleich der Fläche des rechtwinkligen Dreiecks.



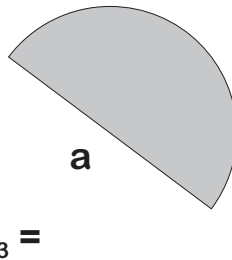
Er berechnet den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks:



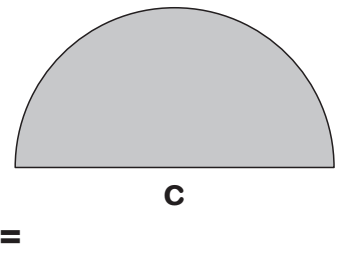
Er berechnete den Flächeninhalt des Halbkreises über b:



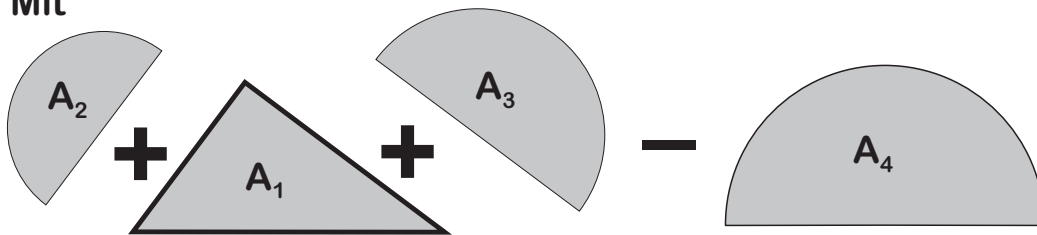
Er berechnete den Flächeninhalt des Halbkreises über a:



Er berechnete den Flächeninhalt des Halbkreises über c:



Mit



erhältst du den Flächeninhalt der Mündchen $A_5 = A_1 + A_2 + A_3 - A_4$

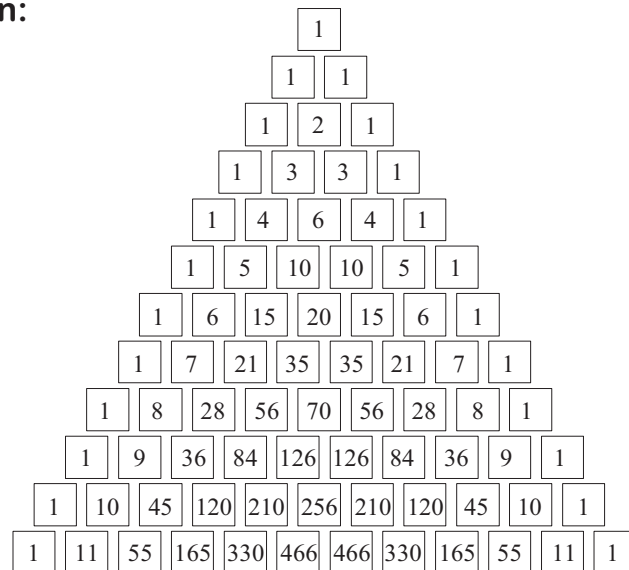
Zeige, dass gilt $A_5 = \frac{a \cdot b}{2}$

Wie Pascal sein arithmetisches Dreieck entwickelte

Blaise Pascal (19. 6. 1623 - 19. 8. 1662) war ein französischer Religionsphilosoph, Mathematiker und Physiker, der unter anderem an der Konstruktion einer Rechenmaschine arbeitete. In seinem Werk »Traité du triangle arithmétique«, das 1665 in Paris erschien, beschäftigte er sich mit der Kombinationslehre und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dabei entwickelte er sein »arithmetisches Dreieck«, das heute auch die Bezeichnung »Pascalsches Dreieck« trägt. Was hat es mit diesem Dreieck auf sich? Pascal wollte ohne großen Aufwand Binominalausdrücke wie $(a + b)^6$ berechnen. Er fing ganz klein an:

$$\begin{aligned}(a + b)^0 &= 1 \\(a + b)^1 &= 1a^1 + 1b^1 \\(a + b)^2 &= 1a^2 + 2a^1b^1 + 1b^2 \\(a + b)^3 &= 1a^3 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1b^3 \\(a + b)^4 &= 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4\end{aligned}$$

Er dachte sich das ganze Buchstabengedöhrne weg und betrachtete nur die Beizahlen. Dabei wurde er fündig. Du hoffentlich auch, denn du sollst das Schema weiterführen:



Fernerhin hatte Pascal bemerkt, dass die Hochzahlen bei a »peu à peu« um 1 abnahmen, während sie beim b zunahmen.

Jetzt war es für ihn eine Bagatelle, $(a + b)^6$ umzuwandeln in

$$1a^6 + 6a^5b^1 + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6a^1b^5 + 1b^6$$

Bist du jetzt in der Lage $(a + b)^8$ auszurechnen?

$$1a^8 + 8a^7b^1 + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8a^1b^7 + 1b^8$$

Zusatzaufgabe: Überlege bitte, wie man bei $(a - b)^8$ verfährt.

$$1a^8 - 8a^7b^1 + 28a^6b^2 - 56a^5b^3 + 70a^4b^4 - 56a^3b^5 + 28a^2b^6 - 8a^1b^7 + 1b^8$$

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathe früher & heute - 52 Rätsel der Woche

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

