



SCHOOL-SCOUT.DE

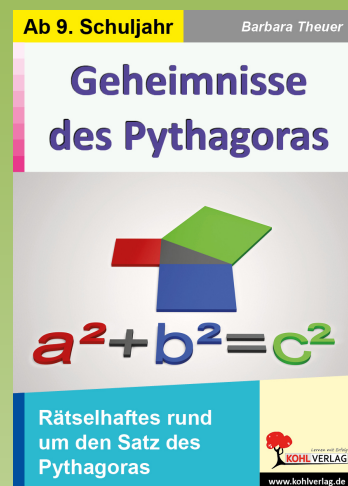
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Geheimnisse des Pythagoras

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Inhalt

	<u>Seite</u>
Vorwort	4
1 Dreiecke	5
2 Prüfung für Dreiecke (Blatt 1 und Blatt 2)	6 - 7
3 Eigenschaften von Dreiecken und Berechnungen im Kreuzzahlrätsel (Blatt 1 und Blatt 2)	8 - 9
4 Begriffe am rechtwinkligen Dreieck kreuz und quer (Blatt 1 und Blatt 2)	10 - 11
5 Der Satz des Pythagoras – Grundlagen	12
6 Biografisches zu Pythagoras – Ein Kreuzworträtsel (Blatt 1 und Blatt 2)	13 - 14
7 Beweise zum Satz des Pythagoras (Blatt 1 und Blatt 2)	15 - 16
8 Pythagoras lyrisch	17
9 Jetzt geht es an die Wurzeln – Bereitstellen von Rechenfertigkeiten	18
10 Aufgaben zum Satz des Pythagoras	19
11 Kreuzzahlrätsel zum Satz des Pythagoras	20
12 Pythagoreische Tripel	21
13 Weisheiten auf den Kopf gestellt – Lässt sich der Satz des Pythagoras umkehren?	22
14 Aufgaben zur Umkehrung des Satzes des Pythagoras	23
15 Anwendung des Satzes des Pythagoras bei Flächen und Körpern (Blatt 1 und Blatt 2)	24 - 25
16 Höhen- und Kathetensatz als Geschwister des Satzes des Pythagoras – Der Höhensatz	26
17 Höhen- und Kathetensatz als Geschwister des Satzes des Pythagoras – Der Kathetensatz (Blatt 1 und Blatt 2)	27 - 28
18 Der Satz des Thales (Blatt 1 und Blatt 2)	29 - 30
19 Problemlösen mit Zirkel, Zeichendreieck und Lineal (Blatt 1 und Blatt 2)	31 - 32
20 Lustige Figuren zur Satzgruppe des Pythagoras	33
21 Das große Aufgabenpuzzle zur Satzgruppe des Pythagoras (Blatt 1 – Blatt 3)	34 - 36
22 Anwendung der Berechnung rechtwinkliger Dreiecke in der Märchenpraxis (Blatt 1 und Blatt 2)	37 - 38
23 Berechnungen an der Cheopspyramide (Blatt 1 und Blatt 2)	39 - 40
24 Sinus und Kosinus – ein Ausblick für Wissbegierige	41 - 42
25 Der trigonometrische Pythagoras	43
26 Der Kosinussatz erweitert den Satz des Pythagoras (Blatt 1 und Blatt 2)	44 - 45
27 Die Behauptung von Fermat	46
28 Pythagoras trees (Blatt 1 und Blatt 2)	47 - 48
29 Lösungen	49 - 66

Vorwort

Die Kenntnis der Gesetze am rechtwinkligen Dreieck mit dem Lehrsatz des Pythagoras an erster Stelle und deren vielfältigen Anwendungen gehören zu den grundlegenden Bildungsinhalten des Mathematikunterrichts aller Schularten.

Vorliegendes Heft bietet zahlreiche Aufgaben zum Üben und Festigen des Lehrsatzes des Pythagoras, des Katheten- und Höhensatzes sowie deren Anwendungen beim Lösen innermathematischer Probleme, bei Konstruktionsaufgaben und bei praktischen Sachverhalten.

Die Anforderungen bei den Aufgabenstellungen reichen von einfachen Übungen und Konstruktionen bis zum Nachweisen, Begründen und Beweisen. Auch kreative Lösungsansätze, die mit Ausdauer und Zielstrebigkeit zur Problemlösung führen, sind gefragt. So wird auch die Frage aufgeworfen, ob der „Satz des Pythagoras“ im erweiterten Sinne auch für andere natürliche Exponenten, die größer als zwei sind, gilt und die knobelfreudigen Schüler werden dahin gelockt, an einer Begründung von Fermats Behauptung zu „basteln“. Auch gilt – für Vieles nutzbar – die Umkehrung des Satzes des Pythagoras, was die Schüler leicht einsehen. Die allgemeine Frage nach der Umkehrbarkeit von Wahrheiten und mathematischen Sätzen wird untersucht.

Historische und biographische Aspekte ergänzen allgemeinbildend die mathematischen Aufgaben, denn Pythagoras soll den Schülern nicht nur als Vater des berühmten, nach ihm benannten Lehrsatzes vorgestellt werden, sondern auch als allseitig forschender Gelehrter seiner Zeit.

Die letzten Kapitel geben Wissbegierigen schon einen kleinen Ausblick auf trigonometrische Begriffe wie Sinus und Kosinus und bereiten die Schüler darauf vor, dass eine Erweiterung des Satzes des Pythagoras für die Berechnung an allgemeinen Dreiecken nötig ist.

Das uralte Thema „Satz des Pythagoras“ wird – und das ist das Besondere an diesem Heft – in Rätsel, Puzzles, Märchen und mathematisch verästelte Bäume eingebunden, sodass die Schüler beim Bearbeiten der entsprechenden Aufgaben zu Zielstrebigkeit und Ausdauer beim Rechnen, Rätseln und Knobeln motiviert werden und Freude bei der Arbeit mit vorliegendem Material haben.

Viel Freude und Erfolg beim Einsatz der vorliegenden Kopiervorlagen wünschen Ihnen der Kohl-Verlag und



Barbara Theuer

Bedeutung der Symbole:



Einzelarbeit

EA



Partnerarbeit

PA



Rechne in deinem Heft/Ordner



Arbeiten in kleinen Gruppen



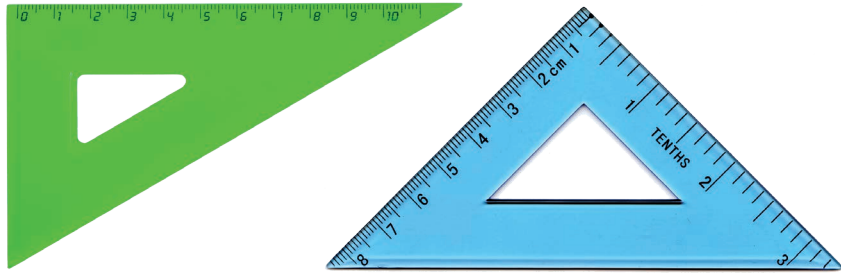
Arbeiten mit der ganzen Gruppe

1 Dreiecke

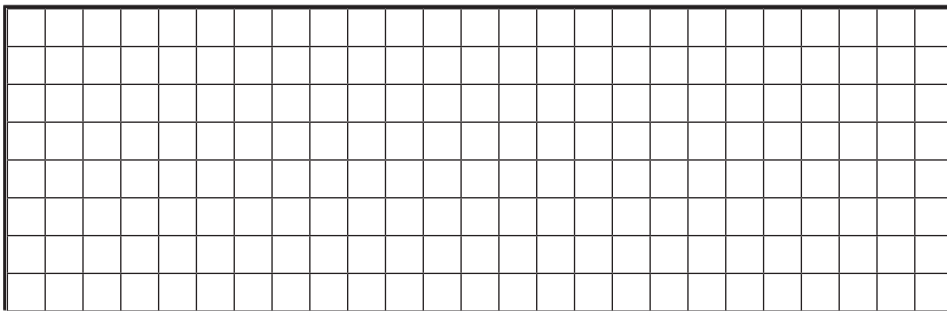
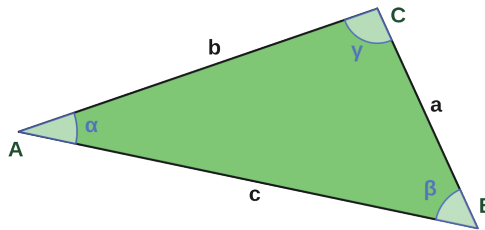


EA

Aufgabe 1: Schüler verwenden für den Mathematikunterricht folgende beide Arten von rechtwinkligen Dreiecken.



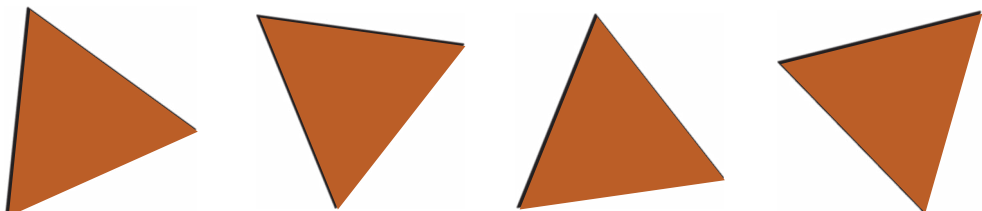
Mit welchem dieser beiden Dreiecke kannst du ohne Winkelmesser einen Winkel von 45 Grad zeichnen? Begründe deine Antwort und weise sie durch Rechnung nach. Benenne vorher die Dreiecke (1) und (2) in der üblichen Weise wie in unten angegebenem Beispiel.



EA

Aufgabe 2: Mathe - Tangram

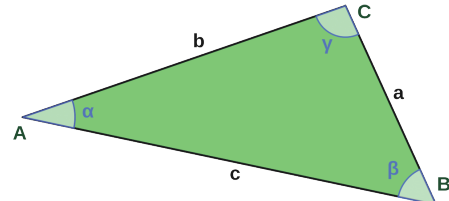
- Schneide die vier kongruenten Dreiecke aus und lege mit diesen Bausteinen ein Dreieck.
- Zeichne hier das Bild des entstandenen Dreiecks einschließlich der Teildreiecke.
- Begründe, dass sich bei Verwendung kongruenter gleichseitiger Dreiecke als Bausteine durch Zusammensetzen ebenfalls wieder ein gleichseitiges Dreieck ergibt.



Es genügt nicht, drei Bestimmungsstücke aus Winkeln und Seiten anzugeben, um ein Dreieck zu definieren bzw. eindeutig zu konstruieren. Es müssen folgende Sätze erfüllt werden:



- (1) Innenwinkelsatz
- (2) Seitenwinkelbeziehung
- (3) Dreiecksungleichung
- (4) Kongruenzsätze



Alle folgend verwendeten Symbole, Gleichungen und Ungleichungen beziehen sich auf ein Dreiecke mit der Benennung wie oben im Kasten.

1. Innenwinkelsatz

Die Summe der Innenwinkel beträgt in jedem Dreieck 180 Grad.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

2. Dreiecksungleichung

Jede Seite in einem beliebigen Dreieck ist höchstens so lang wie die Summe der beiden anderen Seiten.

$$c \leq a + b \quad b \leq a + c \quad \text{und} \quad a \leq b + c$$

3. Seiten-Winkel-Beziehung

In jedem Dreieck liegt der größeren von zwei Seiten auch der größere Winkel gegenüber.

Aus $a > b$ folgt $\alpha > \beta$,
 $a > c$ folgt $\alpha > \gamma$,
 und $b > c$ folgt $\beta > \gamma$

4. Kongruenzsätze

Zwei Dreiecke, die in ...

- ihren drei Seitenlängen **SSS**
- zwei Seitenlängen und in dem eingeschlossenen Winkel **SWS**
- einer Seitenlänge und in den dieser Seite anliegenden Winkeln übereinstimmen **WSW**
- zwei Seitenlängen und in jenem Winkel übereinstimmen, welcher der längeren Seite gegenüberliegt, sind kongruent. **SsW**



Aufgabe 1: (siehe Blatt 2):

Nicht jedes Tripel von Seiten und Winkeln beschreibt ein Dreieck. Einige der folgenden Tripel werden den Anforderungskriterien an Dreiecke nicht standhalten, weil elementare Gebote verletzt werden. Prüfe nachfolgende Angaben. Schreibe die Buchstaben zur Kennzeichnung der Tripel, welche Dreiecke nicht eindeutig beschreiben in den Papierkorb. Die „Abfallbuchstaben“ ergeben geschüttelt ein Lösungswort. Sämtliche Angaben beziehen sich auf Dreiecke mit der Bezeichnung wie oben im Kasten.

A $a = 8 \text{ cm}, \beta = 110^\circ, \gamma = 30^\circ$

B $\alpha = 30^\circ, c = 5 \text{ cm}, \beta = 120^\circ$

C $a = 8 \text{ cm}, \beta = 120^\circ, c = 6 \text{ cm}$

D $a = 8 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}$

E $b = 12 \text{ cm}, \beta = 120^\circ, \gamma = 60^\circ$

F $a = 5 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$

H $b = 8 \text{ cm}, \alpha = 30^\circ, \gamma = 60^\circ$

J $a = 8 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, \gamma = 120^\circ$

L $a = 8 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm}$

N $a = 8 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}$

P $a = 1 \text{ cm}, b = 1 \text{ cm}, c = 1 \text{ cm}$

R $\beta = 90^\circ, \gamma = 45^\circ, a = 6 \text{ cm}$

T $a = 8 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, \gamma = 90^\circ$

V $a = 8 \text{ cm}, \beta = 45^\circ, \gamma = 75^\circ$

X $b = 8 \text{ cm}, \alpha = 50^\circ, \gamma = 40^\circ$

Y $\gamma = 30^\circ, c = 8 \text{ cm}, \beta = 70^\circ$

Z $\beta = 10^\circ, c = 10 \text{ cm}, a = 10 \text{ cm}$



G $a = 6 \text{ cm}, \beta = 55^\circ, c = 6 \text{ cm}$

I $c = 8 \text{ cm}, a = 12 \text{ cm}, \gamma = 90^\circ$

K $\alpha = 70^\circ, \beta = 12^\circ, \gamma = 99^\circ$

M $a = 9 \text{ cm}, b = 7 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}$

O $\beta = 120^\circ, b = 8 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$

Q $a = 8 \text{ cm}, b = 7 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$

S $c = 8 \text{ cm}, \beta = 120^\circ, a = 4 \text{ cm}$

U $a = 8 \text{ cm}, \alpha = 110^\circ, \gamma = 20^\circ$

W $\beta = 120^\circ, b = 5 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}$



Lösungswort: _____

Bildquellennachweis

Seite 4	© clipart.com
Seite 5	© mihalec & Juulijis - fotolia.com © Thomas Steiner - commons.wikimedia.org
Seite 6	© clipart.com © Thomas Steiner - commons.wikimedia.org
Seite 7	© clipart.com © piaskun_ - fotolia.com
Seite 8	© clipart.com
Seite 9	© clipart.com
Seite 10	© clipart.com
Seite 11	© MartinThoma - commons.wikimedia.org © mihalec & Juulijis - fotolia.com © clipart.com
Seite 13	© Wellcome Images - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 14	© commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 15	© Franz Metelec & chingowin - fotolia.com © clipart.com
Seite 16	© clipart.com
Seite 17	© Vadimsadovski - fotolia.com © Proferichardperez - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 18	© clipart.com
Seite 19	© Albert Ziganshin - fotolia.com
Seite 20	© Franz Metelec - fotolia.com
Seite 21	© chingowin - fotolia.com
Seite 22	© clipart.com
Seite 23	© Franz Metelec - fotolia.com
Seite 24	© clipart.com
Seite 25	© Drini & Klaus-Dieter Keller - commons.wikimedia.org © Albert Ziganshin - fotolia.com © clipart.com
Seite 26	© Curtis Newton - commons.wikimedia.org
Seite 27	© w:de:Benutzer:Gunther - commons.wikimedia.org
Seite 28	© clipart.com © fabrice roussetot - fotolia.com
Seite 29	© Ernst Wallis et al & DavoO - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 30	© MartinThoma - commons.wikimedia.org © fabrice roussetot - fotolia.com © clipart.com
Seite 31	© Michael Alexander - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 32	© Brews ohare - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 33	© Babara Theuer © svort - fotolia.com
Seite 34	© clipart.com
Seite 35	© w:de:Benutzer:Gunther, Pythagoras.svg & Curtis Newton - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 36	© LGPL. - commons.wikimedia.org © commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 37	© Klara Viskova - fotolia.com © clipart.com
Seite 38	© clipart.com
Seite 39	© Berthold Werner - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 40	© Franck Monnier & Dake - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 41	© PaterSigmund (Original by Cweiseke) & Bin im Garten - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 42	© clipart.com
Seite 43	© clipart.com © Quartl - commons.wikimedia.org © Franz Metelec - fotolia.com
Seite 44	© TheOtherJesse - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 45	© fabrice roussetot - fotolia.com © Petr K - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 46	© Franz Metelec & Vadimsadovski - fotolia.com © clipart.com
Seite 47	© Guillaume Jacquenot Gjacquenot & Hmilch - commons.wikimedia.org © clipart.com
Seite 48	© Hmilch - commons.wikimedia.org © clipart.com



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Geheimnisse des Pythagoras

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

