



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Das Pizza-Problem - ein Einstieg in die Kreisberechnung*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



## Das Pizza-Problem – ein Einstieg in die Kreisberechnung

Kerstin Langer, Kiel



© Thinkstock/iStock, Choreograph

Mm, lecker!

I/D

**Klasse:** 10 (G9) / 9 (G8)

**Dauer:** 4–7 Unterrichtsstunden

**Inhalt:**

- Ein alltagsorientierter Zugang zur Kreisberechnung mit anschaulichen und handlungsorientierten Methoden
- ein Beispiel für ein mathematisches Näherungsverfahren
- Annäherung des Flächeninhalts eines Kreises mithilfe von n-Ecken: Der Kreis wird dabei in gleich große Kreisausschnitte zerlegt und neu zu einem Parallelogramm zusammengelegt, dessen Flächeninhaltsberechnung bekannt ist. Mit zunehmender Anzahl der Kreisteile wird die Fläche der überstehenden Rundungen kleiner, und der Flächeninhalt des Parallelogramms nähert sich immer mehr dem des Kreises an.

**Ihr Plus:** Binnendifferenzierung, Computerprogramm

Dieser Einstieg in die Kreisberechnung bietet einen anschaulichen Zugang zum Thema „Näherungsverfahren“. Die normalerweise eher abstrakte Betrachtungsweise solcher Verfahren wird hier durch ein Beispiel mit handlungsorientierten und schüleraktivierenden Methoden ergänzt. Die Aufgaben liegen in **unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden** vor und können so hervorragend für binnendifferenzierten Unterricht eingesetzt werden. Dabei sind sie so gestaltet, dass die Schüler auf vielen Strecken selbstständig arbeiten können. Die Aufgabenblätter bauen aufeinander auf, können aber auch unabhängig voneinander genutzt werden. Für die Phasen, in denen die Genauigkeit von Papier, Schere und Klebstoff nicht ausreichend ist, steht ein **Programm** zur Verfügung, das plattformunabhängig genutzt werden kann.

## Didaktisch-methodische Hinweise

### Fachwissenschaftliche Hinweise

Zur Annäherung des Flächeninhalts eines Kreises gibt es verschiedene Möglichkeiten. Hier wird folgende Annäherung über den Flächeninhalt von  $n$ -Ecken gewählt: Der Kreis wird zu Beginn in vier gleich große Kreisausschnitte zerlegt, die zu einer Art Parallelogramm mit überstehenden Kreisbögen neu zusammengelegt werden. Es ergeben sich ein inneres und ein äußeres Parallelogramm, mit deren Flächeninhalt der Flächeninhalt des Kreises eingeschachtelt werden kann. Mit jeder Verdoppelung der Anzahl der Kreisteile wird diese Einschachtelung genauer, da die Differenz der Flächeninhalte von innerem und äußerem Parallelogramm kleiner wird.

### Aufbau des Materials und didaktische Hinweise

Die Unterrichtseinheit basiert auf dem Einsatz von mehreren Arbeitsblättern mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad sowie einem plattformunabhängigen Programm.

Material **M 1** stellt den **Einstieg** in die Thematik dar, in dem die im Alltag häufig auftretende Frage nach dem günstigsten Produkt, in diesem Falle Pizzen, gestellt wird. Es stehen mehrere Standardpizzen von unterschiedlichem Durchmesser sowie die rechteckige Family-Pizza zur Verfügung. Diese schließt ein sofortiges Vergleichen der Pizzen anhand des Durchmessers aus und soll gleichzeitig einen ersten Hinweis auf den Flächeninhalt liefern. Die Aufgabenstellungen sind in drei Schwierigkeitsgrade unterteilt und steuern mehr oder weniger gelenkt auf die Berechnung des Flächeninhalts hin. Es bleibt das Problem offen, wie der Flächeninhalt eines Kreises bestimmt werden kann.

In Material **M 2** wird die Annäherung des Flächeninhalts eines Kreises thematisiert. In der Aufgabenstellung, die ebenfalls in drei Schwierigkeitsstufen vorliegt, wird mehr oder weniger ausführlich beschrieben, wie ein Kreis in Kreisausschnitte (Kreissektoren) zerlegt und neu zu einem Parallelogramm zusammengelegt wird. Dabei wird deutlich, dass sich die Differenz der sich jeweils ergebenden inneren und äußeren Parallelogramme mit zunehmender Anzahl von Kreisteilen verringert. Diese Methode bietet einen hervorragenden Einstieg in das Thema „Näherungsverfahren“, da das Pizzamodell die ganze Zeit über trägt.

Material **M 3** bezieht sich auf ein Programm, das dann greift, wenn die Grenzen des Papiermodells erreicht sind. Es können sowohl verschiedene Radien als auch eine verschiedene Anzahl von Kreisteilen ausgewählt werden. In dem Programm werden die Zerlegung des Kreises sowie das zusammengelegte Parallelogramm angezeigt. Das innere und äußere Parallelogramm kann jeweils eingeblendet werden, ihre Flächeninhalte werden auf fünf Nachkommastellen genau berechnet.

In Material **M 4** wird eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreises gesucht. Dazu werden geeignete Größen, von denen der Flächeninhalt abhängig sein könnte, zueinander in Beziehung gesetzt. Geeignete Größen sind Radius und Durchmesser, die jedoch noch quadriert werden müssen. Es wird jeweils der Quotient aus dem angenäherten Flächeninhalt und einer dieser Größen für verschieden große Kreise berechnet. Der Quotient aus dem Flächeninhalt und dem Quadrat des Radius bzw. des Durchmessers erweist sich als konstant.

In Material **M 5** wird die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises aufgestellt. Damit kann nun endlich das Pizzaproblem gelöst werden. So bildet diese letzte Aufgabe einen runden Abschluss dieses Einstiegs, da der Kreis zum Einstiegsproblem geschlossen wird.

## Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1 K 2 K 3 K 5 K 6	L 2	... nutzen das Grundprinzip des Messens, ... wählen Einheiten von Größen situationsangemessen aus, ... berechnen Flächeninhalte von zusammengesetzten Figuren,	I–III
	L 3	... erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt, ... operieren gedanklich mit Flächen, ... analysieren und klassifizieren geometrische Objekte in der Ebene, ... beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,	
	L 4	... erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen sie dar.	

I/D

**Abkürzungen***Kompetenzen*

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

*Leitideen*

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

*Anforderungsbereiche*

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

## Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
Einstieg (Fo)	<b>Pizza-Problem: Welche Pizza ist jeweils am günstigsten?</b> Farbfolie, die die einzelnen Pizzen und ihre Preise zeigt	1.
M 1	<b>Das Pizza-Problem: Welche Pizza ist jeweils am günstigsten?</b> Vorstellung der Pizzen mit ihren Preisen und Fragestellung nach der günstigsten Pizza Diese Frage trägt die gesamte hier vorgestellte Einheit.	
M 2	<b>Den Flächeninhalt einer Pizza experimentell bestimmen</b> Einschachtelung des Flächeninhalts des Kreises durch Zerlegen und erneutes Zusammenlegen zu einer Art „Parallelogramm“ Betrachtung der Flächeninhalte von äußerem und innerem Parallelogramm	2.
M 3	<b>Animierte Annäherung des Flächeninhalts einer Pizza</b> Programm zur Kreiszerlegung und zum Zusammenlegen in eine Art „Parallelogramm“ Die Flächeninhalte von innerem und äußerem Parallelogramm werden angegeben.	3.
M 4	<b>Den Flächeninhalt eines Kreises berechnen</b> Finden eines Zusammenhangs von relevanten Größen zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreises	4.
M 5	<b>Die Lösung des Pizzaproblems!</b> Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreises und darauf basierende Lösung des Pizzaproblems	5.

### Minimalplan

Wenn die Zeit knapp sein sollte, kann an mehreren Stellen eingespart werden:

Die Aufgaben mit dem niedrigen Schwierigkeitsgrad lenken zielgerichtet auf das Ergebnis hin und sind für viele Schüler in kürzester Zeit zu bewältigen. Beachten Sie allerdings, dass Sie Ihren Schülern damit die Möglichkeit nehmen, von selbst auf Lösungsideen zu kommen.

Das Ausschneiden und Zusammenlegen der Kreisteile sollte als **Hausaufgabe** erfolgen.

Ebenfalls können Ihre Schüler das Eintragen der Werte aus dem Programm als Hausaufgabe erledigen, wenn Sie ihnen dieses über das Internet zur Verfügung stellen. Ihre Schüler können auch nur mit dem Programm arbeiten und den „Bastelteil“ überspringen.

Das Ermitteln der Werte für die Tabellen kann arbeitsteilig erfolgen.



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Das Pizza-Problem - ein Einstieg in die Kreisberechnung*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

