



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Funktionen und ihre Graphen – Helfer im Alltag*

Das komplette Material finden Sie hier:

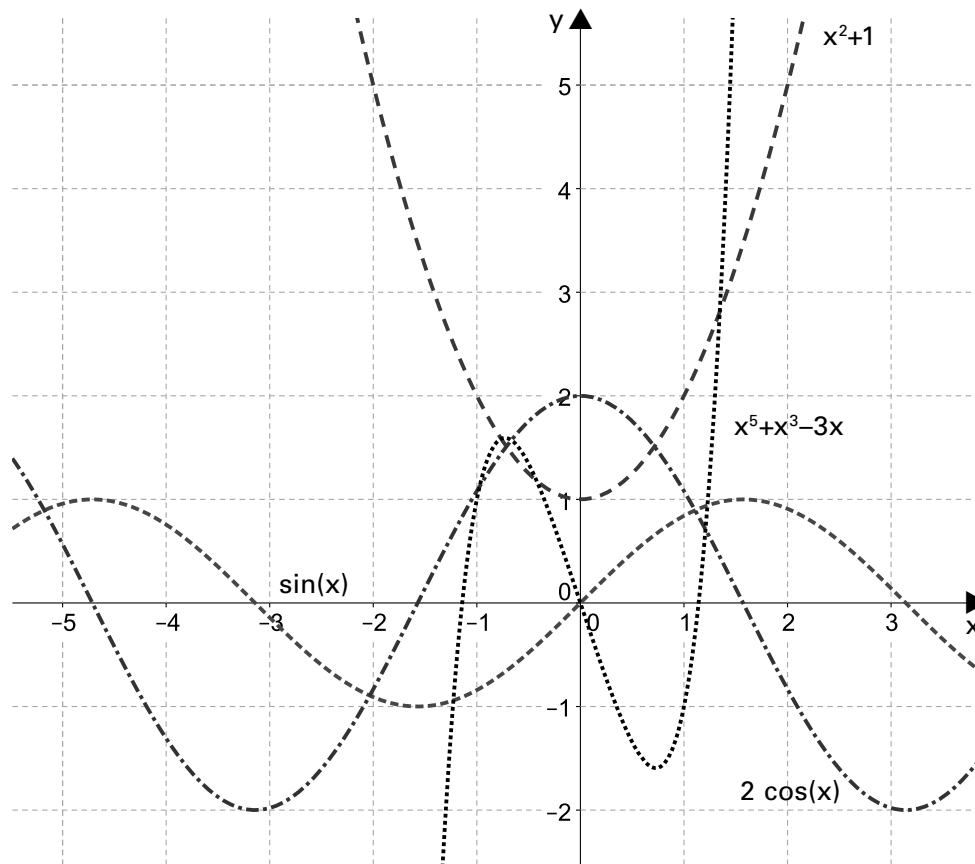
[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



## Funktionen und ihre Graphen – Helfer im Alltag

Florian Borges, Traunstein

II/A



**Klasse:** 11/12 (G8)

**Dauer:** 10–11 Stunden

**Inhalt:** Symmetrie des Graphen, Nullstellen, Polynomdivision, Grenzverhalten, Steigung, Ableitungsregeln, Extrempunkte, Wendepunkte, Krümmung, verschiedene Funktionstypen sowie Anwendungsbeispiele aus Wirtschaft, Medizin, Sport, Physik und Technik

**Ihr Plus:** ideal zur Vorbereitung auf das **Abitur**

Wiederholungsblatt und LEK auf  
**CD-ROM 55**

Ihre Schüler ermitteln Symmetrien an Funktionsgraphen, das Verhalten einer Funktion an den Grenzen des Definitionsbereichs sowie im Unendlichen, lokale und globale Extrema, Wendepunkte und Nullstellen. Sie erarbeiten sich die Besonderheiten bei verschiedenen Funktionsfamilien exemplarisch. Lebensnahe Anwendungen runden den Beitrag ab.

Reihe 18 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

## Didaktisch-methodische Hinweise

In festen Arbeitsgruppen beginnen Sie die Analyse von Funktionsgraphen mit nicht nur ästhetischen, sondern auch arbeitsökonomisch sinnvollen **Symmetriebetrachtungen** (**M 1**). Je nach Leistungsfähigkeit und Erfahrung Ihrer Lerngruppe verwenden Sie auch die Symmetriebetrachtungen bezüglich anderer Achsen bzw. Punkte als  $x = 0$  bzw.  $(0|0)$  als **Einstieg** (**M 2**). In diesem Fall ist mehr Zeit zu veranschlagen. Als erste besondere Punkte eines Graphen werden in Material **M 3** die Achsenschnittpunkte behandelt, was im Falle von Polynomfunktionen mit der Polynomdivision als Faktorisierungshilfe gut gelingt. Hierbei wird auch die schriftliche Division von natürlichen Zahlen wiederholt (**M 4**). Das Verhalten des Graphen an den Rändern des Definitionsbereichs sowie im Unendlichen folgt in Material **M 5**. Regeln zur Ableitung besonderer wie auch beliebiger Funktionen in Material **M 6** bereiten das systematische Suchen nach Monotoniebereichen vor. Extremwerte (**M 7**) und Krümmungsverhalten bzw. Wendepunkte (**M 8**) werden anschließend bestimmt.

Typische Eigenschaften verschiedener **Familien von Funktionen** erarbeiten sich Ihre Schüler in einem Lernzyklus aus drei Stationen (**M 9–M 11**). Dies sind in Material **M 9** die Polynom- (mit Schwerpunkt Faktorisieren und Symmetrie) und die gebrochenrationalen Funktionen (mit Polen und anderen Asymptoten). Mit Gewicht auf Periodizität und Streckung bzw. Verschiebung in Achsenrichtung folgen die trigonometrischen Funktionen in Material **M 10**. Schließlich werden lineares und exponentielles Wachstum in Material **M 11** verwendet, um e- und ln-Funktion als weitere Funktionenklasse oberster Priorität zu besprechen. Als Abschluss dient Material **M 12** mit seinen **Anwendungen** aus verschiedenen Lebensbereichen.

### Vorkenntnisse

Die Schüler kennen

- die Stauchung und Verschiebung von Graphen ( $a \cdot f(bx + c) + d$ ;  $a, b, c$  und  $d \in \mathbb{R}$ ),
- grundlegende Zusammenhänge zwischen Funktionsterm und -graph,
- die Begriffe „Sekanten- und Tangentensteigung“,
- das Thema Ableitung,
- Exponential- und Logarithmusfunktion (**M 11, M 12**),
- exponentielles Wachstum/exp. Zerfall, Halbwerts- und Verdoppelungszeit (**M 12**).

### Vorbereitung und Ablauf der Arbeit an der Lerntheke

Sie kopieren die Materialien **M 1–M 12** in Klassenstärke. Laminieren Sie jeweils ein Exemplar, das Sie mit den Kopien auf der Fensterbank auslegen. Teilen Sie Ihre Schüler in Arbeitsgruppen ein. Die Lernenden holen sich die Materialien jeweils in Gruppenstärke und fertigen bei **M 1–M 3** und **M 5–M 8** jeweils eine **Folie** mit den Lösungen an, die dann in der Folgestunde stichprobenartig im Plenum besprochen werden. Beim Lernzirkel (**M 9–M 11**) arbeiten die Gruppen parallel an verschiedenen Funktionsklassen. Das Material **M 12** bearbeitet jeder Schüler für sich allein.

### Ziele

Die Schüler

- erkennen die Symmetrie eines Graphen am Funktionsterm,
- entnehmen dem Funktionsterm das Grenzverhalten des Graphen an Definitionsrändern und im Unendlichen,

<b>Reihe 18</b> S 3	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

**Weitere Ziele**

- finden zielstrebig besondere Punkte des Graphen wie Nullstellen (etwa durch Polynomdivision), y-Abschnitt, Extrema und Wendestellen,
- vertiefen typische Eigenschaften verwandter Funktionen und
- lernen, sich in Anwendungsbezügen mit den behandelten Hilfsmitteln zurechtzufinden.

**Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz**

<b>Allg. mathematische Kompetenz</b>	<b>Leitidee</b>	<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> Die Schüler ...	<b>Anforderungsbereich</b>
K 2, K 5	L 4	... erkennen experimentell sowie algebraisch Zusammenhänge von Funktionen und deren Symmetrieeigenschaften ( <b>M 1, M 2</b> ),	II
K 2, K 5	L 4	... bestimmen unter Verwendung von Faktorisierung und Polynomdivision besondere Punkte eines Graphen ( <b>M 3</b> ),	I
K 1, K 5	L 1, L 4	... untersuchen das Grenzverhalten von Graphen an den Definitionsrändern sowie im Unendlichen ( <b>M 5</b> ),	I
K 2, K 5	L 4	... wiederholen Ableitungsregeln und untersuchen Graphen auf Extrempunkte sowie Wendepunkte ( <b>M 6–M 8</b> ),	III
K 3, K 5	L 4	... modellieren den Verlauf einer Straße anhand von Steigungs- sowie Krümmungstabellen ( <b>M 7, M 8</b> ),	III
K 2, K 5	L 4	... wenden Sätze und Kriterien aus <b>M 1–M 8</b> auf rationale/gebrochenrationale, trigonometrische sowie Exponential- und Logarithmusfunktionen an ( <b>M 9–M 11</b> ),	I, III
K 3, K 6	L 4	... wenden ihre Kenntnisse über exponentielles Wachstum sowie exponentiellen Zerfall in den Bereichen Wirtschaft, Medizin, Physik und Technik an ( <b>M 12</b> ).	II, III

**Abkürzungen**

*Kompetenzen*

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

*Leitideen*

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

*Anforderungsbereiche*

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

<b>Reihe 18</b> S 4	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

## Auf einen Blick

### Einstieg: Erkennen von Besonderheiten eines Funktionsgraphen

Material	Thema	Stunde
M 1	<b>Symmetrische Graphen sind schön!</b> Symmetrie zum Koordinatensystem	1.
M 2	<b>Punkt- und Achsensymmetrien bei Funktionsgraphen</b> Weitere Symmetrien	
M 3	<b>Graphenschnittpunkte mit den Koordinatenachsen</b> Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen (inkl. Polynomdivision)	2.
M 4	<b>Tippkarte zum Thema Polynomdivision (M 3)</b>	
M 5	<b>Verhalten des Graphen an den Definitionsrändern</b> Verhalten an den Definitionsrändern und im Unendlichen	3.
M 6	<b>Die Ableitungsregeln und die Tangentensteigung</b>	4.
M 7	<b>Auf und nieder! – Steigung und Extrempunkte</b> Steigung, Monotonieverhalten und Extrema	5.
M 8	<b>Radfahren kinderleicht! – Krümmung und Wendepunkte</b> Krümmung und Wendepunkte	6.

### Lernzirkel zu typischen Eigenschaften verschiedener Funktionsfamilien

Material	Thema	Stunde
M 9	<b>Polynom- und gebrochenrationale Funktionen</b> Eigenschaften der Funktionsfamilie	7.
M 10	<b>Trigonometrische Funktionen</b> Eigenschaften der Funktionsfamilie	8.
M 11	<b>Exponential- und Logarithmusfunktionen</b> Eigenschaften der Funktionsfamilie	9.

### Abschluss im Plenum

Material	Thema	Stunde
M 12	<b>Anwendungen</b> Anwendungsaufgaben aus den Bereichen Wirtschaft, Medizin, Sport, Physik und Technik	10. und 11.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 18.



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Funktionen und ihre Graphen – Helfer im Alltag*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

