

SCHOOL-SCOUT.DE

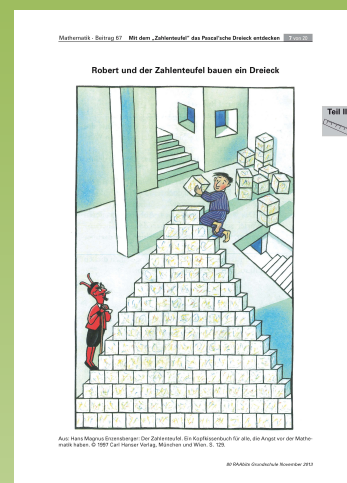
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Von dreieckigen, halbierten und gehopsten Zahlen

Das komplette Material finden Sie hier:

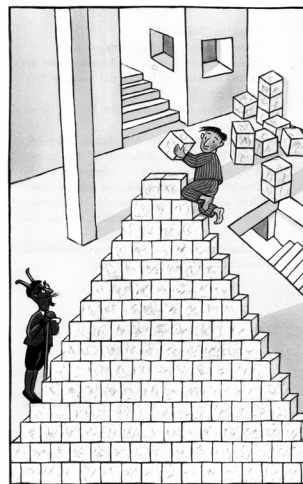
School-Scout.de



Von dreieckigen, halbierten und gehopsten Zahlen – mit dem „Zahlenteufel“ das Pascal’sche Dreieck entdecken

Ein Beitrag von Linda Dietert, Landau

„Mathe macht keinen Spaß, ist langweilig, total uncool!“ Haben Sie das schon einmal gehört? Dann wird es Zeit, dass Ihre Schüler den Zahlenteufel kennenlernen. Hans Magnus Enzensbergers Buch „Der Zahlenteufel“ zeigt auf unterhaltsame und gleichzeitig lehrreiche Weise, wie spannend Mathematik sein kann. Das Kapitel „Die siebente Nacht“ aus diesem Buch bildet die Grundlage für Entdeckungsaufgaben rund um Muster und Strukturen im Pascal’schen Dreieck.



Robert und der Zahlenteufel bauen ein Dreieck



Das Wichtigste auf einen Blick

<p>Aufbau der Unterrichtseinheit Die Unterrichtseinheit umfasst eine Sequenz mit folgenden Phasen:</p> <p>Einstieg: Wer ist dieser Teufel? – Das Buch „Der Zahlenteufel“ kennenlernen</p> <p>Hinführung: Ein Dreieck, das es in sich hat – das Pascal’sche Dreieck kennenlernen</p> <p>Erarbeitung: Dreieckige, halbierte und gehopste Zahlen – Muster und Strukturen im Pascal’schen Dreieck entdecken</p> <p>Abschluss: Zahlenteufel-Forscherrunde – Ergebnisse in einem Forscherheft sammeln, vorstellen und besprechen</p> <p>Dauer: 3 bis 4 Unterrichtsstunden</p>	<p>Klassen: 3 und 4</p> <p>Lernbereiche: Arithmetik, Zahlenraum bis eine Million, Muster und Strukturen</p> <p>Kompetenzen: mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten anwenden; mathematische Begriffe und Operationen vertiefen; selbstständig mathematische Muster und Strukturen (Zahlfolgen und -beziehungen) entdecken; Arbeitsergebnisse und -prozesse präsentieren; über Aufgaben und Lösungen kommunizieren</p> <p>Wichtig: Das Buch „Der Zahlenteufel“ sollte der Lehrkraft bekannt sein und es sollte mindestens ein Exemplar in der Klasse zur Verfügung stehen.</p>
---	--



Warum dieses Thema wichtig ist

Ob Busfahrplan, Tagesablauf oder Kleidung – überall im Alltag begegnen wir Mustern und Strukturen. Und auch in der Mathematik gibt es viele davon. Sie helfen uns, schneller und besser zu rechnen und uns in den Zahlenräumen zu orientieren. Aber bevor wir sie nutzen können, müssen wir sie erkennen. Auch das Pascal'sche Dreieck steckt voller Zahlenfolgen und Zahlbeziehungen, die es in dieser Unterrichtseinheit zu entdecken gilt. Die Schülerinnen und Schüler¹ trainieren dabei neben rechnerischen Fähigkeiten und Fertigkeiten genau hinzuschauen, logisch zu denken, Hypothesen zu bilden und durch Auszuprobieren zu überprüfen. Des Weiteren besprechen und beschreiben sie die Muster und Strukturen, die sie entdeckt haben, und üben so auch ihre kommunikativen Fähigkeiten.

1 Im weiteren Verlauf wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit nur „Schüler“ verwendet.

Teil II

Was Sie zu diesem Thema wissen sollten

Wer ist „der Zahlenteufel“?

Die Figur des Zahlenteufels und das gleichnamige Buch wurden von Hans Magnus Enzensberger kreiert.² Der Zahlenteufel zeigt dem Jungen Robert, der alles hasst, was mit Zahlen zu tun hat, wie unterhaltsam und spannend Mathematik sein kann. Das kleine rote Männchen besucht Robert in zwölf Nächten und zeigt ihm, wie man Brüche bildet, wie das Dezimalzahlensystem funktioniert, wie man Wurzeln zieht und vieles mehr. Dabei reist der Leser gemeinsam mit Robert Nacht für Nacht durch dessen Zahlen-Träume. So schafft es der Zahlenteufel, mit viel Witz und Fantasie, uns in die aufregende Welt der Mathematik zu entführen.

2 Vgl. Enzensberger, Hans Magnus: Der Zahlenteufel. Ein Kopfkissenbuch für alle, die Angst vor der Mathematik haben. Carl Hanser Verlag, München und Wien 1997.

Was ist das Pascal'sche Dreieck?

Das Pascal'sche Dreieck ist eine grafische Darstellung der Binomialkoeffizienten. Das Dreieck ist so aufgebaut, dass jede Zahl der Summe der beiden darüberstehenden Zahlen entspricht. Eine erste Darstellung eines solchen Dreiecks entstand bereits im 10. Jahrhundert. Blaise Pascal schrieb dann 1655 eine Abhandlung über dieses Dreieck, weshalb es als Pascal'sches Dreieck bekannt geworden ist. Das Dreieck bietet die Möglichkeit, beliebige Potenzen von Binomen schnell zu multiplizieren und beinhaltet Zahlenfolgen wie die Fibonacci-Folge, die natürlichen Zahlen, die Dreieckszahlen und die Tetraederzahlen. Ebenso entstehen Muster, wenn man Vielfache von beliebigen Zahlen markiert.

Welche Muster und Strukturen werden in dieser Unterrichtseinheit behandelt?

In dieser Unterrichtseinheit werden die Schüler auf verschiedene Muster und Strukturen im Pascal'schen Dreieck aufmerksam gemacht. So können sie die Muster der natürlichen und der geraden Zahlen sowie der Vielfachenmengen der Einmaleinsreihe entdecken, welche für ein schnelles und flexibles Rechnen notwendig sind. Diese bilden – bis auf die natürlichen Zahlen – Dreiecksmuster im Pascal'schen Dreieck. Auch die Strukturen der Dreieckszahlen und der Zweierpotenzen werden in dieser Unterrichtseinheit verdeutlicht. So bietet das Dreieck den Kindern einen Einblick in mathematisch wichtige Zahlenfolgen und deren Zusammenhänge.

Welche Bedeutung haben diese Muster und Strukturen?

Muster und Strukturen schaffen Ordnung und Sicherheit. So wissen wir, dass der Bus jede Stunde fährt, oder dass die Schule immer um 8 Uhr beginnt und um 13 Uhr zu Ende ist. Daran können wir uns orientieren. Auch in der Mathematik bieten Strukturen eine Orientierung, sie helfen, sich in einem Zahlenraum sicher zu bewegen und Operationen schneller und besser auszuführen.

Wie Sie das Thema vermitteln können

- Den Kontext der Einheit bildet das Buch „Der Zahlenteufel“. Dies ist für die Schüler motivierend, da alle Aufgaben und Aktivitäten von Robert und dem Zahlenteufel begleitet werden und in spannende Geschichten eingebunden sind, die die Hauptfiguren erleben.
- Anhand der Aufgaben zum Pascal'schen Dreieck entdecken die Schüler Zahlenfolgen und Zahlzusammenhänge. Sie üben und vertiefen mathematische Begriffe und Operationen.
- Das entdeckende Arbeiten, das hier praktiziert wird, motiviert die Schüler und fördert ihre Selbstständigkeit. Gleichzeitig wird ihre Kommunikationsfähigkeit gefördert, insbesondere dann, wenn unterschiedliche Lösungswege diskutiert werden.
- Die Schüler werden angeregt, ihre Entdeckungen im Dreieck nicht nur zu markieren, sondern auch zu verbalisieren und schriftlich festzuhalten. Dies vertieft das Verständnis für mathematische Zusammenhänge und fördert die sprachliche Kompetenz.
- Die Materialien eignen sich für den Einsatz in einer Lerntheke, einer Stationenarbeit oder für einen projektorientierten Unterricht. Jedes Arbeitsblatt kann auch einzeln als Grundlage bzw. Anregung für eine Unterrichtsstunde dienen.



Verlaufsübersicht

Die Schüler lernen das Pascal'sche Dreieck kennen und lösen zugehörige Aufgaben. Dabei entdecken sie mathematische Muster und Strukturen und vertiefen Begriffe und Operationen.

Material	Verlauf	Checkliste
M 1	Einstieg: Kennenlernen des Zahlenteufels anhand eines einführenden Textes zum Buch (LV, UG)	Buch „Der Zahlenteufel“ zeigen
M 1	Hinführung: Kennenlernen des Pascal'schen Dreiecks	Plakat, dicker Filzstift
M 2	- Lesen eines Textes; Zeichnen eines Dreiecks wie im Text beschrieben (UG) - eigenständiges oder gemeinsames Ausfüllen einer Blankoversion des Dreiecks (EA/PA/UG) - gemeinsames Markieren der natürlichen Zahlen im Dreieck (UG)	für die Einzelarbeit M 2 im Klassensatz kopieren; für die gemeinsame Arbeit Plakat oder Folie aus M 1 verwenden Buntstifte bzw. farbige Filz- oder Folienstifte
M 3	Erarbeitung: Selbstständiges Entdecken, Markieren und Beschreiben von Mustern und Strukturen im Pascal'schen Dreieck (EA/GA/PA):	Pascal'sches Dreieck aus M 3 für alle Schüler mehrmals kopieren; Arbeitsblätter M 4 bis M 9 im Klassensatz kopieren; Hilfskarten M 10 und Lösungen M 11 mehrmals auf festes Papier kopieren (ggf. laminieren); die Materialien und ggf. Taschenrechner auslegen oder austeilen
M 4	- gerade Zahlen	
M 5	- 5er-Reihe	
M 6	- weitere Einmaleinsreihen	
M 7, M 8	- Dreieckszahlen	
M 9	- Zweierpotenzen	
M 10, M 11	Abschluss: Anlegen eines Zahlenteufel-Forscherheftes; Vorstellen und Besprechen der Ergebnisse anhand des Forscherheftes	Schnellhefter, Heftstreifen o. Ä. im Klassensatz für das Forscherheft
Dauer: 3 bis 4 Unterrichtsstunden		

Hinweise zu den Materialien (M 1 bis M 11)

Teil II

Vorbereitung: Falls Sie eine Lerntheke oder Stationenarbeit planen, kopieren Sie die Arbeitsblätter M 1 bis M 9 in ausreichender Anzahl und legen Sie sie aus. Lassen Sie die Schüler einen Schnellhefter als Forscherbuch anlegen, in dem sie die bearbeiteten Aufgaben abheften können. Bereiten Sie außerdem die Hilfe-Karten aus M 10 und die Lösungen aus M 11 vor. Legen Sie mehrere Taschenrechner bereit.

Einstieg: In einem Sitzkreis wird den Schülern „Der Zahlenteufel“ von Hans Magnus Enzensberger vorgestellt. Sollte das Buch den Kindern noch nicht bekannt sein, können Sie den einführenden Text 1 aus **M 1** einsetzen. Lesen Sie ihn vor oder lesen Sie ihn gemeinsam mit den Schülern.

Als Hinführung tragen Sie anschließend Text 2 in **M 1** vor (zunächst bis zum letzten Abschnitt, gekennzeichnet mit einer punktierten Linie). Dabei zeichnen Sie gemeinsam mit den Schülern – so wie Robert und der Zahlenteufel – ein Dreieck auf ein Plakat.

Variante: Es ist auch denkbar, einführend mit der Farbfolie aus **M 1** zu arbeiten. Auf diesem Bild sieht man Robert und den Zahlenteufel beim Bau des Zahlendreiecks aus Würfeln. Bei der Bildbetrachtung und -beschreibung können Sie die Kinder dazu anregen, selbst ein Dreieck zu zeichnen oder Vermutungen anzustellen, was man mit diesem Dreieck machen könnte. Anschließend lesen Sie dann den letzten Abschnitt des Textes 2 in **M 1**.

M 2: Nachdem Sie den Text 2 in **M 1** gelesen haben, erhält jedes Kind eine Kopie von **M 2**. Dieses Material enthält ein Blankoverversion des Pascal'schen Dreiecks, das nun in Einzelarbeit oder gemeinsam ausgefüllt werden soll. Leistungsstarke Schüler tun dies selbstständig, schwächere zusammen mit einem Partner und nehmen das Buch und den Taschenrechner zu Hilfe. Am Schluss können Sie noch gemeinsam die Folge der natürlichen Zahlen im Dreieck markieren. (Diese befindet sich jeweils rechts bzw. links neben der Einser-Reihe an den Seiten).

Erklären Sie anschließend die Bearbeitung der Arbeitsblätter **M 4** bis **M 9** sowie die Handhabung der Hilfs- und Lösungsmaterialien **M 10** und **M 11**. Weisen Sie die Kinder darauf hin, dass – bei unterschiedlichen Varianten, wie z. B. **M 7** und **M 8** – der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben an der Anzahl der Würfel zu erkennen ist.

M 3 enthält das Pascal'sche Dreieck mit Zahlen. Stellen Sie jedem Schüler mehrere Kopien davon zur Verfügung, da die Kinder das Dreieck bei der Bearbeitung unterschiedlicher Aufgaben benötigen und auch ausreichend Exemplare für verschiedene Lösungsversuche haben sollten. Weisen Sie die Schüler darauf hin, dass sie für jeden Themenbereich eine neue Kopie nutzen dürfen, wenn nötig auch mehrere.

M 4 („Gerade Zahlen“): Bei diesem Arbeitsblatt geht es um Zahlen, die sich durch 2 teilen lassen. Die Schüler lesen den hinführenden Textabschnitt, stellen Vermutungen an und markieren anschließend alle geraden Zahlen im Zahlendreieck. Die Lösung dieser Aufgabe finden Sie im „Zahlenteufel“ auf Seite 141. Kopieren Sie ggf. diese Seite für die Schüler zur Selbstkontrolle. Abschließend sind die Kinder aufgefordert, das entstandene Muster zu beschreiben.

Differenzierung: Wenn die Schüler noch nicht verstanden haben, wie man gerade Zahlen erkennt, können sie die entsprechenden Hilfe-Karten aus **M 10** und ggf. den Taschenrechner verwenden.

M 5 („5er-Reihe“): Bei diesem Arbeitsblatt geht es um das Einmaleins mit 5. Die Schüler lesen auch hier zunächst einen kleinen Textausschnitt aus dem Buch und markieren anschließend alle Zahlen, die sich im Zahlendreieck durch 5 teilen lassen. Die Lösung dieser Aufgabe finden Sie im „Zahlenteufel“ auf Seite 143. Kopieren Sie ggf. diese Seite für die Schüler zur Selbstkontrolle. Abschließend werden die Schüler wieder aufgefordert, das Muster, das sich ergibt, zu beschreiben.

M 6 („Weitere Einmaleinsreihen“): Auch weitere Vielfache der Einmaleinsreihen (mit 3, 4, 6, 7, 8 oder 9) lassen sich im Zahlendreieck entdecken. Die Schüler dürfen sich eine Zahl aussuchen und markieren anschließend alle Zahlen im Dreieck, die sich durch die ausgewählte Zahl teilen lassen. Auch hier sollen die Schüler das entstandene Muster beschreiben.

Differenzierung: Bei der Bearbeitung von **M 6** dürfen die Schüler je nach ihren individuellen Fähigkeiten selbst eine Zahl aussuchen. Es ist ihnen auch erlaubt, alle Zahlen auszuprobieren. Es ergibt sich also für jedes Kind eine Differenzierung durch die Aufgabenstellung.

Als weitere Differenzierung stehen sowohl für die Aufgaben in M 5, als auch für die in M 6 Hilfe-Karten in M 10 zur Verfügung.

M 7 („Dreieckszahlen“): Bevor M 7 bearbeitet wird, bietet es sich an, den Anfang des Kapitels „Die fünfte Nacht“ (S. 89 bis 93) vorzulesen bzw. die Schüler selbst lesen zu lassen.

Mithilfe von M 7 erarbeiten die Kinder dann nicht nur die Zahlenfolge der Dreieckszahlen, sondern auch Beziehungen, die zu ihnen bestehen. So kann man Dreieckszahlen als Treppenzahlen darstellen (als Summe von aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen).

Differenzierung: Auch M 8 behandelt die Dreieckszahlen, ist jedoch einfacher als M 7. Um auch leistungsschwächeren Kindern gerecht zu werden, geht dieses Arbeitsblatt kleinschrittiger vor und spart die Beziehungen zu den Treppenzahlen aus.

Als weitere Differenzierung stehen für die Aufgaben zu den Dreieckszahlen Hilfe-Karten in M 10 zur Verfügung.

M 9 („Zweierpotenzen“): Hier geht es um Zweierpotenzen, wobei die Potenzen an sich nicht thematisiert werden. Jedoch lässt sich feststellen, dass Zweierpotenzen entstehen, wenn man alle Zahlen einer Reihe des Zahlendreiecks addiert (z. B.: 1. Reihe: 1; 2. Reihe: 2; 3. Reihe: 4; 4. Reihe: 8 usw.). Die Schüler erarbeiten anhand von M 9, dass man diese Zahlenfolge durch Verdoppeln erhält.

M 10 bietet Hilfe-Karten mit Fragen, Tipps und Impulsen zu den Arbeitsblättern M 4 bis M 8. Die Karten stellen ein Differenzierungsangebot dar, das die Schüler nutzen können, wenn sie Schwierigkeiten haben, die Aufgaben zu bearbeiten. Kopieren Sie die Hilfe-Karten ggf. mehrmals auf festem Karton, schneiden Sie sie aus und falten Sie sie mittig, ggf. laminieren Sie sie auch.

Tipp: Die Hilfe-Karten können Sie in verschlossenen Umschlägen anbieten. Sortieren Sie die Karten und legen Sie alle Karten, die zu einem Arbeitsblatt gehören, zusammen in einen Umschlag, auf den Sie den Titel des entsprechenden Arbeitsblattes schreiben.

M 11 enthält Lösungen für die Arbeitsblätter. Kopieren Sie auch diese Karten auf festes Papier und/oder laminieren Sie sie vor dem Ausschneiden. Kopieren Sie die Lösungen für M 4 und M 5 aus dem „Zahlenteufel“ (S. 141, 143) oder versehen Sie die entsprechenden Seiten des Buches mit einem Klebezettel, sodass die Schüler sie selbstständig nachschlagen können.

Hinweis: Beachten Sie, dass M 11 nicht für alle Aufgaben Lösungen enthält. Einige Fragen wurden bewusst offen gestaltet und es gibt mehrere Lösungsmöglichkeiten. Diese sollten Sie im Abschlussgespräch aufgreifen.

Tipp: Beschriften Sie die Lösungskarten auf der Rückseite mit dem Titel des zugehörigen Arbeitsblattes und heften Sie die Karten verdeckt an die Tafel.

Abschluss: Lassen Sie die Schüler ihre bearbeiteten Arbeitsblätter als Zahlenteufel-Forscherbuch zusammenheften, z. B. in einem Schnellhefter. Anhand der Forscherbücher stellen die Kinder ihre Ergebnisse vor und diskutieren ggf. auch unterschiedliche Lösungswege.

Materialübersicht

- M 1 Den Zahlenteufel und das Pascal'sche Dreieck kennenlernen (Text/Farbfolie) ☺
- M 2 Da fehlt noch was! – Ein leeres Zahlendreieck (Arbeitsblatt)
- M 3 Ein Dreieck, das es in sich hat! – Das Pascal'sche Dreieck (Arbeitsblatt)
- M 4 Immer durch 2 – die geraden Zahlen entdecken (Arbeitsblatt)
- M 5 Immer durch 5 – die 5er-Reihe (Arbeitsblatt)
- M 6 Immer durch ... – weitere Einmaleinsreihen (Arbeitsblatt)
- M 7 1, 3, 6, ... – die Dreieckszahlen sind ganz schön knifflig (Arbeitsblatt)
- M 8 1, 3, 6, ... – die Dreieckszahlen leicht gemacht (Arbeitsblatt)
- M 9 Gehopste Zahlen – die Zweierpotenzen (Arbeitsblatt)
- M 10 Das bringt dich auf eine Idee! – Hilfe-Karten
- M 11 Alles richtig gemacht? – Lösungskarten

Teil II



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Von dreieckigen, halbierten und gehopsten Zahlen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

