

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



eDidact **OLZOG Verlag**

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte
Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 11
Teil: Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen (27 S.)

Produktinweis
Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus dem Programm „Kreative Ideenbörse Sekundarstufe“ des OLZOG Verlags. Der Verweis auf die Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.
Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie hier:

Seit über 10 Jahren entwickelt der OLZOG Verlag zusammen mit erfahrenen Pädagogen und Pädagoginnen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsvorläufe und Materialien.
Die Print-Ausgaben der „Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe“ können Sie auch bequem und regelmäßig per Post im Jahresabo bestellen.

Piktogramme
In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet.
Die Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie hier:

Nutzungsbedingungen
Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, in kleineren Exemplaren für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien zu ziehen, bzw. Ausdrücke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist untersagt.
Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie hier:

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:
School-Scout.de | e-mail: service@school-scout.de
© Post: OLZOG Verlag | c/o Klettner Medien Logistik GmbH & Co. KG
Juden- und Löwen-Str. 1 | 80699 Landshut
Tel.: 0 81 91 97 000 220 | Fax: 0 81 91 97 000 198
www.olzog.de | www.eDidact.de

Sekundarstufe

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- Die Schüler festigen und vertiefen durch produktives Üben die unverzichtbare Fertigkeit, die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung sicher und zügig zu bestimmen.
- Sie erhalten Gelegenheiten, auf unterschiedlichem Niveau zu üben und zu vertiefen.
- Sie erfahren, dass „Wie **muss** ich diese mathematische Aufgabe bearbeiten?“ eine unangemessene Frage ist. Möglichst viele Schüler sollten in der Lage sein, auch bei der Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung mindestens zwei Lösungswege anzugeben.

*Das Vermeiden unnötigen Rechnens
ist eine Komponente des Könnens.*

Zentrales Anliegen:

Gelegentlich wird die Meinung vertreten, es sei hinreichend, wenn Schüler die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung mithilfe eines Taschenrechners ermitteln können. Wird dabei nicht billigend in Kauf genommen, dass Schüler bei der Beschäftigung mit quadratischen Gleichungen keine **Freude an eigener Leistung** erleben können? Dabei handelt es sich hier um einen Inhalt, bei dem (in entsprechendem Unterricht) nicht nur an Mathematik besonders interessierte Schüler Anerkennung finden können, wenn sie einen rechnungsarmen Lösungsweg gefunden und dessen Vorteile auch vor der Klasse erfolgreich dargelegt haben. Neben einfachen Gleichungen gibt es auch solche, bei denen beträchtliches rechnerisches Geschick benötigt wird. Kurz: Die Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung kann **allen Schülern erfolgreiches selbstständiges Arbeiten** ermöglichen – scheitern muss nicht sein, denn der Ausweg „Mitternachtsformel“ steht immer offen. An einer allgemeinbildenden Schule darf das starre Abarbeiten einfacher Routineaufgaben nicht zum Ziel gesetzt werden. **Lust am eigenen Denken** kann im Mathematikunterricht entstehen, wenn es Schülern ermöglicht wird, sich mit einigen ausgewählten Inhalten so intensiv zu beschäftigen, dass nicht nur sicheres, sondern sogar vorteilhaftes Arbeiten möglich wird.

Voraussetzung dafür ist, dass zu einem solchen Inhalt gehörende Probleme nicht auf einem einzigen Routineweg abgearbeitet werden müssen, sondern unter mehreren Lösungswegen ein für die vorliegende besondere Situation angemessener ausgewählt werden kann. Die Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung hat diese Eigenschaft. Die Auswahl eines für eine konkret vorliegende Gleichung vorteilhaften Lösungsweges erfordert Anstrengung; eine erfolgreiche Auswahl hat deshalb besondere Anerkennung verdient. Damit die Schüler **Freude durch eigene Leistung** erleben können, sollten unterschiedliche Lösungswege für sie nicht nur nachvollziehbar, sondern sogar durchschaubar sein. Dann können die Lösungswege verständlich vorgestellt werden und es kann sich eine Diskussion über Vor- und Nachteile anschließen. Man kann immer wieder erleben, dass die geschickte Bestimmung der Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung zu einem fruchtbaren Wettbewerb innerhalb der ganzen Klasse anregen kann.

Einordnung:

Es gibt mehrere Methoden, die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung zu bestimmen. Wer mehrere Wege kennt, kann eine vorgelegte konkrete Gleichung analysieren, danach einen vorteilhaften Weg anwenden und die Wahl begründen.

1.14	Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen
Vorüberlegungen	
<p>Lässt es die Situation der Klasse zu, tiefer in quadratische Gleichungen einzudringen, kann aus dem vorliegenden Material ausgewählt werden. Auch schwächere Schüler können erfolgreich sein, besonders befähigte können sich erproben, denn es finden sich Aufgaben zu jedem sinnvollen Schwierigkeitsgrad. Die Zahlen sind alle so gewählt, dass Taschenrechner entbehrlich sind. Aus dem sehr reichhaltigen Aufgabenmaterial kann eine sinnvolle Auswahl getroffen werden. Ausführliche Lösungen erlauben ein selbstständiges Arbeiten der Schüler.</p> <p>Durch die jeweils spezifischen Ansätze erfüllt das vorliegende Übungsmaterial eine wesentliche pädagogische Forderung: Es ermöglicht produktives Üben.</p> <p>Die einzelnen Inhalte im Überblick:</p> <p>Arbeitsblatt 1: Reinquadratische Gleichungen Besonders aufschlussreich sind reinquadratische Gleichungen: Hier werden grundlegende Ideen deutlich. (Arbeitsblätter siehe M1 und M2; Lösungen siehe M3)</p> <p>Arbeitsblatt 2: Quadratische Ergänzung Das bei der Bearbeitung einer reinquadratischen Gleichung erworbene Wissen genügt, um nach einer quadratischen Ergänzung die Lösungsmengen quadratischer Gleichungen zu bestimmen. (Arbeitsblätter siehe M4 und M5; Lösungen siehe M6)</p> <p>Arbeitsblatt 3: Gleichungen in Produktform Die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung lässt sich besonders vorteilhaft ermitteln, wenn die Gleichung in Produktform angegeben ist. (Arbeitsblätter siehe M7 und M8; Lösungen siehe M9)</p> <p>Arbeitsblatt 4: Formeln Für eine Formel können die Normalform $ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ oder die normierte Normalform $x^2 + px + q = 0$ zugrunde gelegt werden. Jede hat Vorteile und Nachteile gegenüber der anderen. (Arbeitsblätter siehe M10 und M11; Lösungen siehe M12 und M13)</p> <p>Arbeitsblatt 5: Übungen Hier findet man Aufgaben von unterschiedlichem Anspruchsniveau. Bei einigen genügt oft ein Blick, andere sind echte Herausforderungen. Lernende benötigen Material, mit dem sie üben, jeweils einen rechnungsarmen Weg zu wählen. Weiter gibt es hier ein Arbeitsblatt zu Substitutionen. (Arbeitsblätter siehe M14 bis M19; Lösungen siehe M20 bis M25)</p>	

Reinquadratische Gleichungen I

Eine Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ mit festen reellen Zahlen a , b und c und $a \neq 0$ heißt eine *quadratische* Gleichung mit der Variablen x . Man nennt a und b die Koeffizienten und c das Absolutglied.

Ist $b = 0$, dann handelt es sich um eine *reinquadratische* Gleichung.

Soll $b \neq 0$ hervorgehoben werden, sprechen wir von einer *gemischtquadratischen* Gleichung.

Fundamentale Aussagen

Es gibt keine reelle Zahl, deren Quadrat negativ ist.

Zwei Zahlen, die den gleichen Betrag, aber unterschiedliche Vorzeichen haben, haben das gleiche Quadrat.

Beispiel: $(-3)^2 = 9$ und $(+3)^2 = 9$

Vorgegeben sei die **reinquadratische Gleichung** $x^2 = r$ bezüglich der Grundmenge **R**.

Für die Lösungsmenge können drei Fälle unterschieden werden:

Ist $r > 0$, dann ergibt sich die Lösungsmenge $L = \{-\sqrt{r}; +\sqrt{r}\}$.

Ist $r = 0$, dann ergibt sich die Lösungsmenge $L = \{0\}$.

Ist $r < 0$, dann ergibt sich die Lösungsmenge $L = \{ \}$.

Beispiel 1:

Grundmenge sei **R**. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $x^2 - 3 = 0$

b) $x^2 = 0$

c) $x^2 + 4 = 0$

Lösung:

a) $x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 3$

$L = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

b) $x^2 = 0$

$L = \{0\}$

c) $x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$

$L = \{ \}$

Aufgabe 1:

Grundmenge sei **R**. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

a) $x^2 - 64 = 0$

b) $x^2 - 25 = 144$

c) $x^2 - 25 = -16$

d) $2x^2 - 54 = 0$

e) $(x - 3)(x + 3) = 16$

f) $3,5x^2 = 0$

g) $4x^2 + 4 = 0$

h) $13x^2 + 6 = 6$

i) $3x^2 - 36 = 2x^2 + 36$

j) $2x^2 - 16 = 3x^2 + 9$

k) $(x - 12)(x + 12) = 25$

l) $25 - x^2 = x^2 - 25$

m) $(x + 4)(x - 4) = 345$

n) $x^2 = (x + 4)^2$

1.14	Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen														
M2	Arbeitsblatt 1 (2)														
Reinquadratische Gleichungen II															
<p>Eine fundamentale Aussage Für alle Zahlen u und v gilt: Ist $u^2 = v^2$, so ist $u = v$ oder $u = -v$. Die Aussage „Es ist $u = v$ oder $u = -v$“ heißt disjunktive Aussage. Sie wird aus zwei Teilaussagen mithilfe des Bindeworts „oder“ gebildet. Dabei handelt es sich um das „einschließende Oder“, das bedeutet, dass die Aussage wahr ist, wenn mindestens eine der Teilaussagen wahr ist. Im Besonderen ist die Aussage auch dann wahr, wenn beide Teilaussagen wahr sind.</p> <p>Eine Folgerung Die Gleichung $x^2 = r$ und die <i>disjunktive Aussageform</i> $x = -\sqrt{r}$ oder $x = +\sqrt{r}$ sind gleichwertig.</p>															
<p>Beispiel 2: Grundmenge sei \mathbf{R}. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $(x - 2)^2 = 36$.</p> <p><u>Lösung:</u> $(x - 2)^2 = 36$ Gleichwertig ist: $x - 2 = -6$ oder $x - 2 = 6$. 1. Möglichkeit: $x - 2 = -6$ bringt ein erstes Lösungselement $x_1 = -4$ 2. Möglichkeit: $x - 2 = 6$ bringt ein weiteres Lösungselement $x_2 = 8$ Lösungsmenge: $L = \{-4; 8\}$</p> <p><u>Andere Schreibweise:</u> $(x - 2)^2 = 36$ $x - 2 = \pm 6$ $x_1 = +6 + 2 = 8$ $x_2 = -6 + 2 = -4$ Lösungsmenge: $L = \{-4; 8\}$</p>															
<p>Aufgabe 2: Grundmenge sei \mathbf{R}. Bestimme die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">a) $(x - 7)^2 = 100$</td> <td style="width: 50%;">b) $(x + 8)^2 = 64$</td> </tr> <tr> <td>c) $(x + 5)^2 = 0$</td> <td>d) $(x + 12)^2 + 4 = 0$</td> </tr> <tr> <td>e) $(7 - x)^2 = 49$</td> <td>f) $(2 - x)^2 = 8$</td> </tr> <tr> <td>g) $(3x + 5)^2 = 27$</td> <td>h) $(2x + 3)^2 = 2,25$</td> </tr> <tr> <td>i) $x^2 - 8x + 16 = 0$</td> <td>j) $x^2 + 10x + 25 = 16$</td> </tr> <tr> <td>k) $(3x + 12)^2 = (5x + 20)^2$</td> <td>l) $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$</td> </tr> <tr> <td>m) entweder $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$</td> <td>n) $(x - 3)^2 = 1$ und $x^2 = 4$</td> </tr> </table>		a) $(x - 7)^2 = 100$	b) $(x + 8)^2 = 64$	c) $(x + 5)^2 = 0$	d) $(x + 12)^2 + 4 = 0$	e) $(7 - x)^2 = 49$	f) $(2 - x)^2 = 8$	g) $(3x + 5)^2 = 27$	h) $(2x + 3)^2 = 2,25$	i) $x^2 - 8x + 16 = 0$	j) $x^2 + 10x + 25 = 16$	k) $(3x + 12)^2 = (5x + 20)^2$	l) $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$	m) entweder $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$	n) $(x - 3)^2 = 1$ und $x^2 = 4$
a) $(x - 7)^2 = 100$	b) $(x + 8)^2 = 64$														
c) $(x + 5)^2 = 0$	d) $(x + 12)^2 + 4 = 0$														
e) $(7 - x)^2 = 49$	f) $(2 - x)^2 = 8$														
g) $(3x + 5)^2 = 27$	h) $(2x + 3)^2 = 2,25$														
i) $x^2 - 8x + 16 = 0$	j) $x^2 + 10x + 25 = 16$														
k) $(3x + 12)^2 = (5x + 20)^2$	l) $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$														
m) entweder $(x - 3)^2 = 1$ oder $x^2 = 4$	n) $(x - 3)^2 = 1$ und $x^2 = 4$														

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



eDidact **OLZOG Verlag**

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte
Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 11
Teil: Diagnose-, Übungs- und Vertiefungsmaterial zu quadratischen Gleichungen (27 S.)

Produktinweis
Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus dem Programm „Kreative Ideenbörse Sekundarstufe“ des OLZOG Verlags. Der Verweis auf die Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.
Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie hier:

Seit über 10 Jahren entwickelt der OLZOG Verlag zusammen mit erfahrenen Pädagogen und Pädagoginnen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsvorläufe und Materialien.
Die Print-Ausgaben der „Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe“ können Sie auch bequem und regelmäßig per Post im Jahresabo bestellen.

Piktogramme
In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet.
Die Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie hier:

Nutzungsbedingungen
Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, in kleineren Exemplaren für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien zu ziehen, bzw. Ausdrücke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist untersagt.
Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie hier:

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:
School-Scout.de | e-mail: service@school-scout.de
© Post: OLZOG Verlag | c/o Klettner Medien Logistik GmbH & Co. KG
Juden- und Söldner-Str. 1 | 80699 Landshut
Tel.: 0 81 91 97 000 220 | Fax: 0 81 91 97 000 198
www.olzog.de | www.eDidact.de

Sekundarstufe