



**SCHOOL-SCOUT.DE**

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Formale Sprachen und endliche Automaten*

Das komplette Material finden Sie hier:

[Download bei School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



## Vorwort

Dieser Lösungsband bietet Lösungen und Kommentare zu dem gleichnamigen Arbeitsbuch für Schülerinnen und Schüler.

Dieses Arbeitsbuch stellt eine Unterrichtsreihe zu formalen Sprachen und endlichen Automaten dar. Für den Einsatz dieses Buches sind keinerlei Vorkenntnisse aus diesem Bereich notwendig. Es wurde viel Wert darauf gelegt, anhand zahlreicher Aufgaben und Übungen, den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu bieten, wesentliche Aspekte selbst zu erarbeiten. Außerdem wird immer wieder Bezug zu Alltagssituationen hergestellt, um diese Themen der theoretischen Informatik greifbar zu machen.

Alle Materialien wurden bereits im Unterricht eingesetzt und aufgrund praktischer Erfahrungen ergänzt und ausgebessert. Ein Lehrerband mit Kommentaren und Lösungen ist bereits erhältlich.

Bei der Gestaltung wurde sich an den Vorgaben zum Zentralabitur NRW<sup>1</sup> (Bereich III) für einen Grundkurs orientiert. Allerdings finden sich zusätzlich Vertiefungen zu nichtdeterministischen endlichen Automaten und Kellerautomaten, da die Erfahrung zeigt, dass man diese durchaus in einem Grundkurs behandeln kann.

Alle verwendeten Graphiken wurden selbst und größtenteils mithilfe von JFLAP<sup>2</sup> erstellt. Dies erleichtert es den Schülerinnen und Schülern, die verwendeten Beispiele selbst am Rechner nachzuvollziehen.

Anregungen und Verbesserungsvorschläge sind herzlich unter [appel@ceci.de](mailto:appel@ceci.de) willkommen.

Dr. D. Appel

Düsseldorf, den 15. August 2013

---

<sup>1</sup><http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/abitur-gost/getfile.php?file=3216>

<sup>2</sup><http://www.jflap.org/>

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Formale Sprachen</b>	<b>3</b>
1.1	Grundbegriffe und erste Beispiele . . . . .	3
1.2	Syntaxdiagramme . . . . .	4
1.2.1	Einführende Beispiele . . . . .	4
1.2.2	Syntaxdiagramme mit Bezug auf andere . . . . .	5
1.3	Grammatiken . . . . .	6
1.3.1	Einführung . . . . .	6
1.3.2	Produktionsregeln und das leere Wort . . . . .	7
1.3.3	Reguläre Grammatiken . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Endliche Automaten</b>	<b>11</b>
2.1	Einführende Beispiele . . . . .	11
2.2	Formale Definition . . . . .	12
2.3	Endliche Automaten ohne Endzustand . . . . .	12
2.4	Deterministische vs Nichtdeterministische Automaten . . . . .	13
2.5	Nichtdeterministische endliche Automaten und Sprachen . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Reguläre Grammatiken und endliche Automaten</b>	<b>16</b>
3.1	Von einem Automaten zu einer Grammatik . . . . .	16
3.2	Von einer Grammatik zu einem Automaten . . . . .	19
3.3	Grenzen von endlichen Automaten . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Übungsaufgaben</b>	<b>21</b>
4.1	Vater, Sohn und Tochter . . . . .	21
4.2	Teilbarkeitstests . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Vertiefungen zur Automatentheorie</b>	<b>26</b>
5.1	Kellerautomaten . . . . .	26
5.1.1	Motivation . . . . .	26
5.1.2	Formale Notation . . . . .	26
5.2	Umwandlung eines NEA in einen DEA . . . . .	29

# 1 Formale Sprachen

## 1.1 Grundbegriffe und erste Beispiele

**Aufgabe 1.** Ein denkbare Beispiel wäre „Geldbetrag“, mit etwa diesen syntaktisch korrekten Ausdrücken:

$$0,99\text{€} \quad 7,50\text{€} \quad 1000,07\text{€}$$

Syntaktisch nicht korrekt wären zum Beispiel:

$$,99\text{€} \quad 7,0\text{€} \quad 10,00,07\text{€}$$

**Aufgabe 2.** Es liegen die folgenden Alphabete zugrunde:

$$\begin{aligned}\Sigma_{\text{Uhr}} &= \{:,0,1,\dots,9\} \\ \Sigma_{\text{Auto}} &= \{A,B,\dots,Z,-, ,0,1,\dots,9\} \\ \Sigma_{\text{Term}} &= \{0,1,\dots,9,(,),+,-, :, \cdot\} \\ \Sigma_{\text{Geld}} &= \{0,1,\dots,9, , ,\text{€}\}\end{aligned}$$

Dabei ist im letzten Alphabet auch das Zeichen „Komma“ enthalten.

**Aufgabe 3.** Eine mögliche Beschreibung der Sprache „Uhrzeit“:

$$\{uv : xy \in \Sigma_{\text{Uhr}}^* \mid u \in \{\varepsilon, 1\} \text{ und } v \in \{0,1,\dots,9\} \text{ oder } u = 2 \text{ und } y \in \{0,1,2,3\}, \\ x \in \{0,1,\dots,5\} \text{ und } y \in \{0,1,\dots,9\}\}$$

Eine mögliche Beschreibung der Sprache „Autokennzeichen“:

$$\{u-v \quad xy \in \Sigma_{\text{Auto}}^* \mid u, v \in \{A,B,\dots,Z\}^*, \\ 1 \leq |u| \leq 3, \\ 1 \leq |v| \leq 2, \\ x \in \{1,2,\dots,9\}, \\ y \in \{0,1,2,\dots,9\}^*, \\ |y| \leq 3\}$$

Ein typisches Problem bei dieser Sprache ist, zu beschreiben, dass führende Nullen bei der Erkennungsnummer verboten sind.

Die weiteren Probleme, die hier auftreten können sind natürlich sehr vielfältig. Es sollte jedoch klar werden, dass solche Beschreibungen tendenziell eher kompliziert sind. Leistungsstarken Schülern könnte man nun die Gelegenheit geben, sich an der Sprache „geklammerter Term“ zu probieren. Dabei wird aber schnell klar, dass diese Sprache extrem kompliziert zu beschreiben ist.

Zu beachten ist bei der Sprache „Autokennzeichen“ noch, dass auch das Leerzeichen als ein Zeichen zu sehen ist.

**Zusatzaufgabe 1.** Eine mögliche Beschreibung der Sprache „Geldbetrag“:

$$\{uv, w\text{€} \in \Sigma_{\text{Geld}}^* \mid u = \varepsilon \text{ und } v \in \{0,1,\dots,9\} \text{ oder } u \in \{1,2,\dots,9\} \text{ und } v \in \{0,1,\dots,9\}^*, \\ w \in \{0,1,\dots,9\}^*, \\ |w| = 2\}$$



**SCHOOL-SCOUT.DE**

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Formale Sprachen und endliche Automaten*

Das komplette Material finden Sie hier:

[Download bei School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

