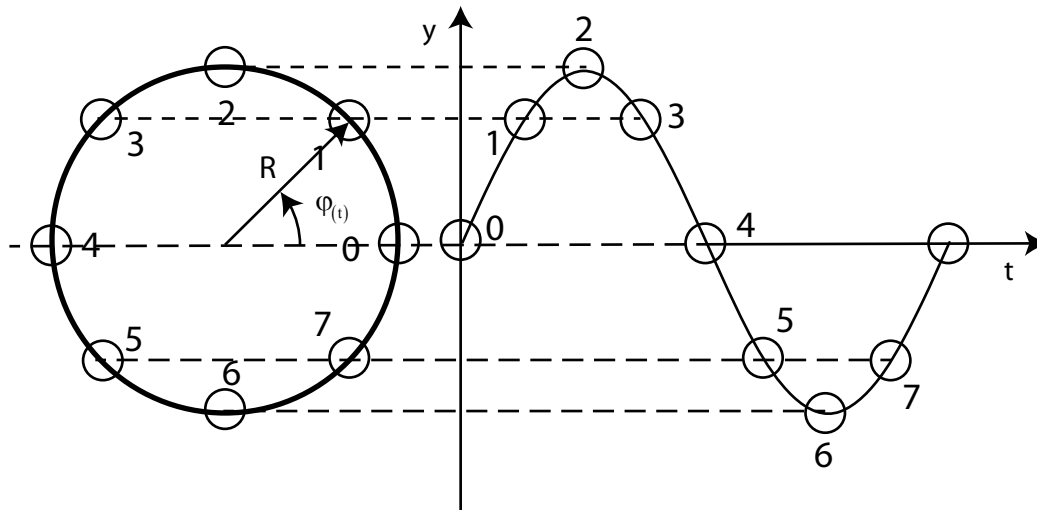


Schritt für Schritt erklärt – Sinus und Kosinus

Florian Borges, Traunstein



Die Sinusfunktion entsteht durch Projektion eines rotierenden Zeigers auf die y-Achse.

Klasse: 9 und 10

Dauer: 6 Stunden

Inhalt: Steigungsdreieck; Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck; trigonometrischer Pythagoras ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$); die Winkelfunktionen $\sin(x)$, $\cos(x)$ und $\tan(x)$ (Periodizität; Nullstellen; y-Achsen-Abschnitt); Sinus- und Kosinussatz für das nicht rechtwinklige Dreieck; Additionstheoreme; Aufgaben aus der Vermessungstechnik

Ihr Plus: Die Schüler leiten die Sinus- und Kosinussätze selbst her.

Die Winkelbeziehungen am rechtwinkligen Dreieck kennen Ihre Schüler schon. Bringen Sie eine Küchenuhr in den Unterricht mit. Führen Sie die Sinus- bzw. Kosinusfunktion als Projektion des gegen den Uhrzeigersinn rotierenden Uhrzeigers auf die y- bzw. x-Achse ein. So erweitern Sie die Kenntnisse Ihrer Schüler mithilfe eines anwendungsorientierten Beispiels. Den Sinus- und Kosinussatz für das nicht rechtwinklige Dreieck leiten die Schüler eigenständig her. Führen Sie die Additionstheoreme mithilfe einer Zeichnung ein. Ein Zuordnungspuzzle und Aufgaben aus der Vermessungstechnik runden den Beitrag ab.

I/C

Reihe 39 S 2	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Didaktisch-methodische Hinweise

Führen Sie den Sinus und Kosinus als **Seitenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck** ein (M 2). Wenn Sie dieses als Steigungsdreieck interpretieren (M 1), so ergibt sich, dass der Tangens des Winkels zwischen der Verlängerung der Hypotenuse und der x-Achse gerade der Steigung m der Geraden entspricht (M 2).

Auch der **trigonometrische Pythagoras** ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$) fällt hierbei ab (M 3).

Stellen Sie die Winkelfunktionen am Einheitskreis dar und erweitern Sie so deren Begrifflichkeiten auf Winkel $\alpha > 90^\circ$ (M 4). Die Graphen der Sinus- und Kosinusfunktion entstehen aus der Projektion einer Drehbewegung (M 5).

Den **Sinus- und Kosinussatz** leiten die Schüler selbstständig her. Sie gehen dabei nach einer Strategie vor, die sich schon häufig bewährt hat: Sie zerlegen das komplexe Problem in einfache Teilprobleme, die sie mit bekannten Mitteln lösen können. Hier zeichnen sie dazu im allgemeinen Dreieck eine Höhe ein. Die Beziehungen in den rechtwinkligen Teildreiecken liefern die Zusammenhänge (M 6). Zur Veranschaulichung der **Additionstheoreme** dient eine einfache Zeichnung (M 7). So werden die Gleichungen schnell deutlich.

Ein **Zuordnungspuzzle** (M 8) verdeutlicht den Einfluss von Parametern auf die trigonometrischen Funktionen. Als Anwendung insbesondere der Sinus- und Kosinussätze bieten sich Vermessungsaufgaben an (M 9). Anregungen hierzu liefert **RAAbits IV/A Einzelstunde 68**. Die Einzelstunde illustriert, wie sich mithilfe der Sinus- und Kosinussätze unzugängliche Größen leicht bestimmen lassen. Nutzen Sie diesen Bezug, um das ansonsten recht trockene Thema anwendungsorientiert zu vermitteln.

Vorkenntnisse

Die Schüler kennen den Satz des Pythagoras und den Sinus und Kosinus als Seitenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck.

Vorbereitung und Ablauf der Arbeit an der Lerntheke

Sie kopieren die Materialien M 4–M 8 in Klassenstärke. Ein Exemplar laminieren Sie jeweils. Dieses und die Kopien legen Sie stapelweise auf der Fensterbank aus. Die Schüler bearbeiten die Materialien einzeln in Stillarbeit. Bei Bedarf tauschen sie sich mit ihrem Banknachbarn aus. Anschließend besprechen Sie die Lösungen im Plenum. Eventuell tragen hierzu einzelne Schüler ihre Lösungen vor.

Ziele

Die Schüler

- verstehen Steigungsangaben mit Steigungsfaktor (auch in Prozent),
- kennen die für alle reellen Zahlen definierte Sinus- und die Kosinusfunktion und ihre Graphen,
- können den Einfluss von Parametern auf den Verlauf der Graphen richtig beschreiben,
- wenden den Sinus- und Kosinussatz bei Berechnungen am allgemeinen Dreieck an,
- wissen die Additionstheoreme auswendig und
- bewältigen Triangulationsaufgaben der Vermessungstechnik nicht nur zeichnerisch, sondern auch rechnerisch.

Reihe 39 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1	L 2, L 4	... wiederholen die Begriffe <i>Sinus</i> , <i>Kosinus</i> und <i>Tangens</i> (M 2),	I, II
K 6	L 1	... diskutieren und präsentieren ihre Lösungen (M 4–M 8),	I
K 1, K 3, K 5	L 2	... erarbeiten sich den Sinus- und Kosinussatz anhand von Zeichnungen und durch Argumentation (M 6),	II, III
K 1, K 3, K 4	L 2	... leiten zeichnerisch die Additionstheoreme her (M 7),	II, III
K 2	L 4	... berücksichtigen in einem Zuordnungspuzzle den Einfluss von Parametern auf die trigonometrischen Funktionen (M 8),	I, II
K 2	L 4	... wenden die erworbenen Kenntnisse in Sachaufgaben an (M 9).	I–III

I/C

Abkürzungen*Kompetenzen*

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Minimalplan

Je nach Kenntnisstand können Sie die Unterrichtseinheit mit den trigonometrischen Funktionen (**M 4**) beginnen. Die Schüler haben dann die Materialien **M 1–M 3** als Hausaufgabe bearbeitet. Bei knapper Zeit setzen Sie auch das Material **M 8** als Hausaufgabe ein.

Beachten Sie, dass die Materialien **M 1–M 3** (sowie auch die Materialien **M 4** und **M 5**) jeweils eine Einheit bilden.

Mediathek

<http://www.realmath.de/Neues/Klasse8/steigung/verkehrsschild.html>

<http://www.realmath.de/Neues/Klasse8/steigung/steigungsschild.html>

Reihe 39 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Einstieg: Die Winkelbeziehungen am rechtwinkligen Dreieck wiederholen (Klasse 9)

Material	Thema	Stunde
M 1	75 % Steigung – das Steigungsdreieck auswerten Das Steigungsdreieck richtig interpretieren	1.
M 2	Sinus, Kosinus, Tangens – weißt du ihre Definition noch? Die Definition von Sinus, Kosinus und Tangens wiederholen	HA
M 3	Sinus, Kosinus und Tangens – wiederholt Grundlagen! Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck durchführen	2.

I/C

Sinus und Kosinusfunktion entstehen aus der Projektion einer Kreisbewegung (Kl. 10)

Material	Thema	Stunde
M 4	Sinus und Kosinus am Einheitskreis Die Winkelfunktionen am Einheitskreis darstellen; elementare Werte der Winkelfunktionen auswendig lernen	3.
M 5	Sinus und Kosinus als Funktionen von x Die Sinus- und Kosinusfunktion zeichnen; Vergleich der Sinus- und der Kosinusfunktion (Periode, Schnittpunkte mit den Achsen)	

Den Sinus- und Kosinussatz und die Additionstheoreme kennenlernen

Material	Thema	Stunde
M 6	Das nicht rechtwinklige Dreieck – Sinus- und Kosinussatz Herleitung des Sinus- und Kosinussatzes; Satz von Pythagoras	4.
M 7	Sinus und Kosinus verknüpft – die Additionstheoreme Additionstheoreme; Zusammenfassung aller Formeln	5.
M 8	Was passt zusammen? – Ein Zuordnungspuzzle Dem Schaubild einer Funktion die Funktionsgleichung zuordnen	HA

Lernerfolgskontrolle

Material	Thema	Stunde
M 9 (LEK)	Aufgaben aus der Praxis – testen Sie Ihr Wissen! Anwendungsaufgaben (auch aus der Vermessungstechnik)	6.

HA $\hat{=}$ Hausaufgabe

