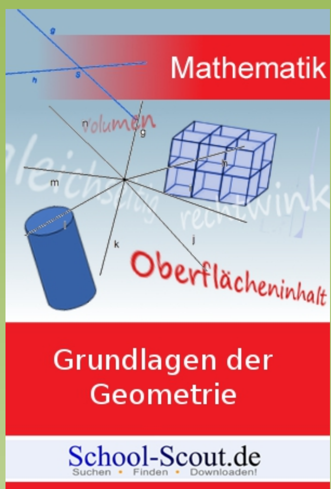
Auszug aus:

Grundwissen der Geometrie

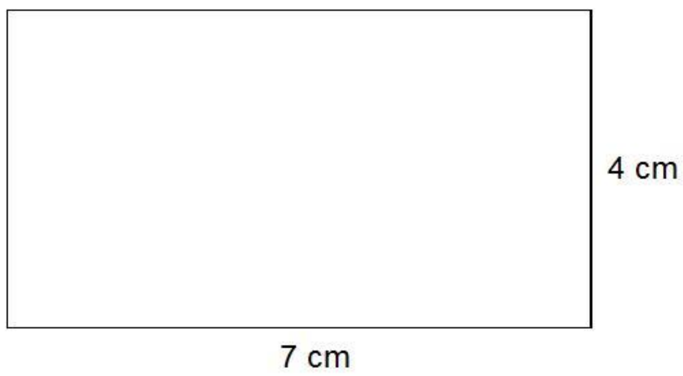


Flächeninhalte und Umfänge

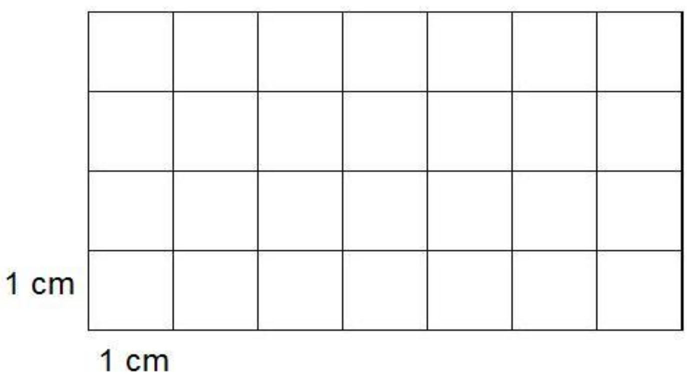
Nachdem zunächst die wichtigsten zweidimensionalen geometrischen Figuren vorgestellt worden sind, erfolgt nun die Einführung in die Berechnung der wichtigsten Größen, die innerhalb der Mathematik mit diesen Figuren zusammenhängen: ihre **Flächeninhalte** und die **Umfänge** ihrer Seiten.

Obwohl das Dreieck als einfachere geometrische Figur vor dem Viereck vorgestellt worden ist, eignet sich ein regelmäßiges Viereck (ein Rechteck) besonders gut, um die Grundlagen der Flächenberechnung zu erläutern.

Betrachten wir zunächst ein Rechteck mit vorgegebenen Seitenlängen:



Um zu verstehen, was hinter der Flächenberechnung steckt, unterteilen wir das obere Rechteck in kleinere Quadrate mit der Seitenlänge 1 cm:



E-Mail: info@School-Scout.de ⬩ Internet: http://www.School-Scout.de ⬩ Fax: 02501/26048
Linckensstr. 187 ⬩ 48165 Münster

Der Flächeninhalt eines Quadrates mit der Seitenlänge 1 cm entspricht laut Übereinkunft einem **Quadratzentimeter** (Schreibweise: cm^2). Da das zweite Rechteck aus 28 dieser Quadrate besteht beläuft sich seine Fläche auf 28 cm^2. Betrachtet man die Seitenlängen des ersten Quadrates stellt man fest, dass auch die Multiplikation einer kürzeren Seite (4 cm) mit einer längeren Seite (7 cm) 28 ergeben würde. Aus Zentimeter mal Zentimeter werden im Ergebnis Quadratzentimeter (cm^2). Daraus wird deutlich, dass die Formel für die Flächenberechnung eines Rechtecks wie folgt lauten muss:

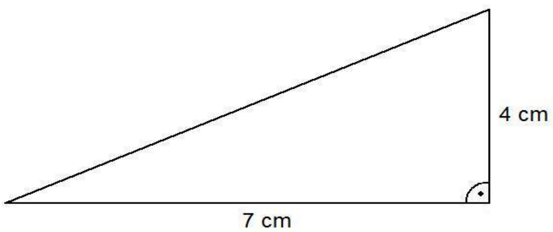
$A = a \cdot b$

Dabei entspricht A der Fläche (vom Lateinischen *aera* für Grundfläche), a einer Seite und b der anderen, von a unterschiedlich langen Seite des Rechtecks.

Da bei Quadraten alle vier Seiten gleich lang (a = b), lautet die Formel für diese Flächenberechnung

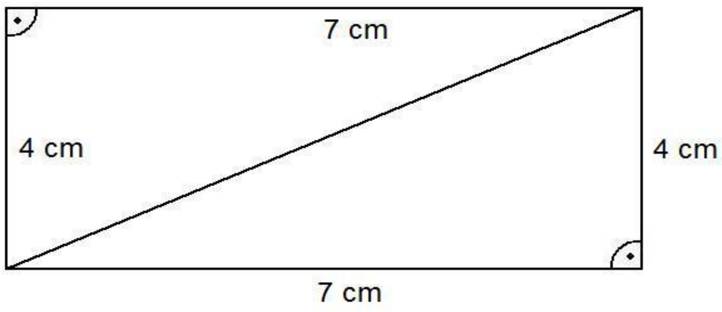
$A = a \cdot a$

Auch wenn die Berechnung von **Dreiecksflächen** im Vorgleich zu Quadraten oder Rechtecken nun auf den ersten Blick schwierig erschein, bedarf es lediglich eines oder mehrerer kleinerer Tricks, um weiter zu kommen. Betrachten wir zunächst ein rechtwinkliges Dreieck:



Die untere waagerechte Seite eines solchen Dreiecks heißt **Grundseite**, während die auf ihr senkrecht stehende Seite als **Höhe** des Dreiecks bezeichnet wird.

Um nun die Fläche dieses Dreiecks berechnen zu können, stellt man sich ein weiteres Dreieck vor, das an das bereits vorhandene angefügt wird:



Wie wir im vorherigen Abschnitt erfahren haben, kann die Fläche der neuen Figur, des Rechtecks, wie folgt berechnet werden:

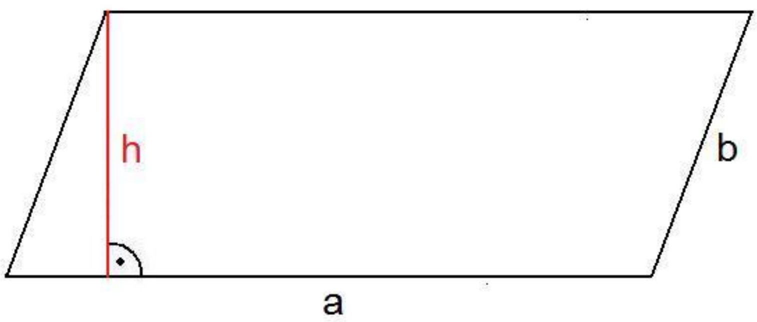
$A = 7\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 28\text{ cm}^2$

Da das ursprüngliche Dreieck, wie man deutlich sehen kann, die Hälfte des Rechtecks ausmacht, muss seine Fläche also 14 cm^2 betragen. Daraus ergibt sich für die Berechnung der Fläche eines solchen rechtwinkligen Dreiecks die folgende Formel:

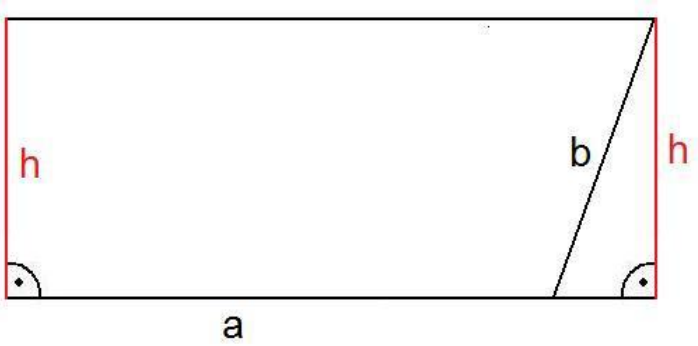
A = Grundseite · Höhe : 2, oder, mathematisch korrekt ausgedrückt:

$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Betrachten wir nun eine andere Figur, das Parallelogramm:



Auch in diesem Fall erscheint die Berechnung der Fläche zunächst schwierig. Doch wieder einmal kann man sich mit einem kleinen Trick behelfen. Man trennt das kleine Dreieck entlang der mit *h* gekennzeichneten Linie ab und setzt es an der rechten Seite des Parallelogramms wieder an:



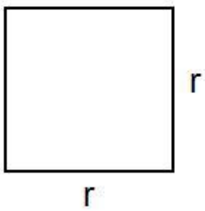
Nun kann man, wie schon bereits bei den vorherigen Figuren, die Fläche eines neu entstanden Rechtecks wie folgt berechnen:

$A = a \cdot h$

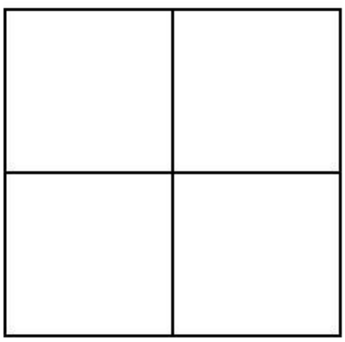
Diese kleinen Beispiele sollen verdeutlichen, dass nahezu jede zweidimensionale geometrische Figur so umgeformt werden kann, dass der Flächeninhalt mithilfe einfacher Formeln berechnet werden kann.

Etwas anders verhält es sich bei Kreisen. Da, wie man sich leicht vorstellen kann, dass die Größe eines Kreises zunimmt, wenn man seinen Radius erhöht und abnimmt, wenn man ihn verringert, sind alle Kreise ähnlich. Mit der Zunahme des Radius erhöht sich auch der Umfang des Kreises. Das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser eines Kreises ist immer gleich (konstant) und wird mit der Zahl π bezeichnet. Ihre ersten Stellen lauten: **3,14159…**, die Zahl selbst ist unendlich, hat also unendlich viele Nachkommastellen.

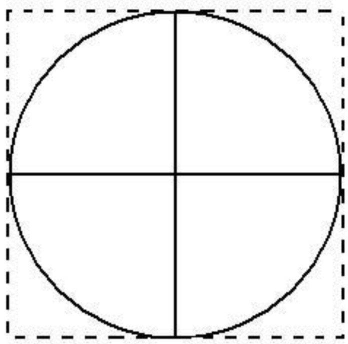
Aus dem Zusammenhang zwischen Umfang, Radius und π ergibt sich eine Formel für die Fläche eines Kreises, deren Herleitung die durch die folgenden Skizzen verständlicher gemacht werden soll:



$A = r^2$



$A = 4 \cdot r^2$



$A = \pi \cdot r^2$