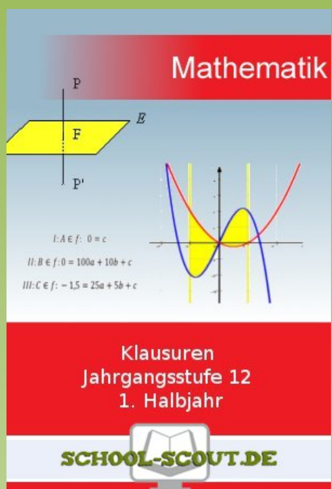
# Auszug aus:

*Klausuren Jahrgangsstufe 12, 1. Halbjahr*






| | |
|---|---|
| **Thema:** | **Klausuren Jahrgangsstufe 12 1. Halbjahr** |
| **TMD:** | |
| **Kurzvorstellung des Materials:** | Lehrer wünschen sich häufig Ideensammlungen für Klausuren im Kursunterricht. Dieses Material bietet 3 Klausurvorschläge für die 12. Klassenstufe. Die Aufgaben decken den gesamten Lehrstoff, der üblicherweise im ersten Halbjahr in den Themenfeldern Analysis und Analytische Geometrie behandelt wird, ab. Zu jeder Klausur gehört eine ausführliche und schülergerechte Musterlösung. |
| **Übersicht über die Teile** | 3 Klausuren zu den Themengebieten Analysis und Analytische Geometrie: Grundlagen der Integralrechnung, Flächenberechnung zwischen zwei Kurven, Modellierung von Funktionen, Kurvendiskussion, Extremwertaufgaben, Skalarprodukt, Normalenform von Ebenen, Winkel zwischen Geraden und Ebenen, Körperberechnung. Die Klausuren sind für eine Bearbeitungszeit von 90 Minuten ausgelegt. |
| **Information zum Dokument** | • Ca. 31 Seiten, Größe ca. 1,9 MByte |
| **SCHOOL-SCOUT – schnelle Hilfe per E-Mail** | SCHOOL-SCOUT ♦ Der persönliche Schulservice<br>Internet: http://www.School-Scout.de<br>E-Mail: info@School-Scout.de |

# Klausur Nr.1

*Analysis: Grundlagen der Integralrechnung*

Name: ………………………………………..

## Aufgabe 1

Berechnen Sie:

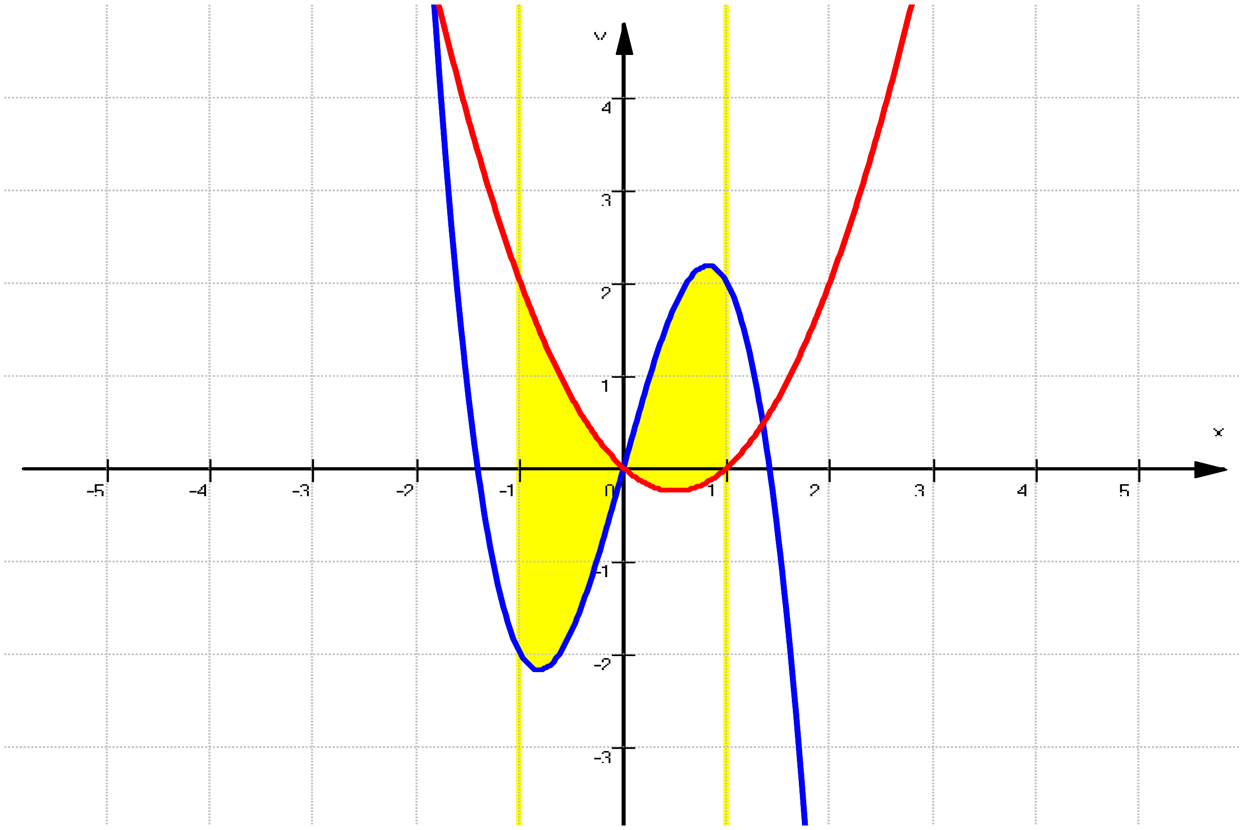
$a)\ \int_0^5 (3x^2 - 1)\,dx$ $b)\ \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2}\,dx$ $c)\ \int_1^4 6 \cdot \sqrt{x}\,dx$

## Aufgabe 2

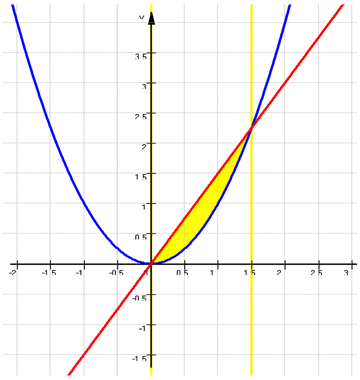
Gegeben sind die Graphen der beiden Funktionen $f$ (blau) und $g$ (rot) mit

$f(x) = -2x^3 + 4x$ und $g(x) = x^2 - x.$

Berechnen Sie die Größe der schraffierten Fläche !



**Aufgabe 3**



Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = x^2$ sowie eine allgemeine Ursprungsgerade mit der Gleichung $g(x) = mx$. Zur Veranschaulichung ist Ihnen der Sachverhalt mit einer beliebigen Ursprungsgeraden skizziert.

Welche Ursprungsgerade schließt mit der Funktion $f$ eine Fläche mit dem Inhalt $A = \frac{9}{2}$ FE ein?

**Aufgabe 4**

Die Fahrspuren eines 3 km langen Autbahnabschnittes werden von einem 10 m breiten und 1,5 m tiefen parabelförmigen Graben getrennt.

a) Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung für den Verlauf des Grabens.

b) Nach einem Regenfall steht in dem Graben eine Wasserlache von 54 cm Höhe. Wieviel Liter Wasser befinden sich in dem Graben?

## Musterlösung zu Klausur Nr.1

**Aufgabe 1**

Wir berechnen die zugehörigen Stammfunktionen mit Hilfe der allgemeinen Stammfunktion für Potenzfunktionen:

$$\int k \cdot x^n dx = \frac{k}{n+1} x^{n+1} + c$$

a) $\int_0^5 (3x^2 - 1)\, dx = \ [x^3 - x]_0^5 = 5^3 - 5 = 125 - 5 = 120$

b) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2} dx = \ \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} x^{-2}\, dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} = -2 - (-4) = 2$

c) $\int_1^4 6 \cdot \sqrt{x}\, dx = \int_1^4 6 \cdot x^{\frac{1}{2}} dx = \left[6 \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right]_1^4 = \left[4 \cdot x \cdot \sqrt{x}\right]_1^4 = 16 \cdot 2 - 4 = 28$, da gilt:

$4 \cdot x^{\frac{3}{2}} = 4 \cdot x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 4 \cdot x \cdot \sqrt{x}.$

**Aufgabe 2**

Es gilt, die von beiden Kurven eingeschlossene Fläche über dem Intervall $x \in [-1; 1]$ zu berechnen. Sie erkennen an der Graphik, dass sich beide Funktionen im Ursprung schneiden, so dass Sie zwei Teilintegrale zu berechnen haben.

Zur Berechnung des linken Flächenstücks berücksichtigen wir, dass die rote Kurve $g$ oberhalb der blauen Kurve $f$ verläuft. Im rechten Flächenstück ist die Anordnung auf Grund des Schnittpunktes genau anders herum.

Die Gesamtfläche lässt sich damit berechnen durch:

$$A = \int_{-1}^{0} \big(g(x) - f(x)\big) dx + \int_{0}^{1} \big(f(x) - g(x)\big) dx.$$

Wir berechnen die beiden Teilintegrale getrennt:

$$A_1 = \int_{-1}^{0} \big(g(x) - f(x)\big) dx = \int_{-1}^{0} (x^2 - x + 2x^3 - 4x) dx = \int_{-1}^{0} (2x^3 + x^2 - 5x) dx$$

$$\Leftrightarrow \ A_1 = \left[\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2\right]_{-1}^{0} = 0 - \left(\frac{1}{2}(-1)^4 + \frac{1}{3}(-1)^3 - \frac{5}{2}(-1)^2\right) =$$