

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Analysis: Stationäre Verteilung von Matrizen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



**Schritt 5: Lösungsmenge bestimmen**

Wir kennen nun die Abhängigkeiten der Variablen  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  untereinander.

Es gilt:  $x_1 = \frac{11}{7}x_2$  und  $x_3 = \frac{9}{7}x_2$ .

Nun **drücken** wir **eine Variable durch t aus**, um eine allgemeine **Lösungsmenge** zu erhalten.

In diesem Beispiel bietet es sich an  $x_2$  durch  $t$  auszudrücken:

Wenn gilt:  $x_2 = t$ , dann ist  $x_1 = \frac{11}{7}t$  und  $x_3 = \frac{9}{7}t$ .

So erhalten wir die Lösungsmenge  $L = (\frac{11}{7}t, t, \frac{9}{7}t)$ .

**Schritt 6: Fixvektor aufstellen**

Anhand der Lösungsmenge können wir den Vektor  $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{11}{7}t \\ t \\ \frac{9}{7}t \end{pmatrix}$  aufstellen. Für diesen Vektor

gilt:  $A \cdot \vec{x} = \vec{x}$ .

Dieser Vektor gibt an, wie viele Kunden im Verhältnis zur Kundenzahl von Superbuy zu den Supermärkten Fairprice und Topkauf gehen. Zu Fairprice gehen immer  $\frac{11}{7}$  mal so viele Kunden wie zu Superbuy und zu Topkauf gehen immer  $\frac{9}{7}$  mal so viele Kunden wie zu Superbuy.

Würden zu Superbuy genau 100 Kunden gehen, so hätte der Supermarkt Fairprice  $\frac{11}{7}$  mal so viele, also 157 Kunden. Der Supermarkt Topkauf hätte dann  $\frac{9}{7}$  mal so viele Kunden wie der Supermarkt Superbuy, also etwa 129 Kunden.

Wir wissen noch vom Anfang der Aufgabe, dass in der Kleinstadt Domrath insgesamt 1500 Personen jede Woche einkaufen gehen. Die Summe der Kunden aller drei Supermärkte muss also 1500 sein und die Kundenanteile im Verhältnis von  $\frac{11}{7} : 1 : \frac{9}{7}$  zueinander stehen.

Wir können also folgende Gleichung formulieren:  $1500 = \frac{11}{7}t + t + \frac{9}{7}t$ ,

ganz allgemein : *Anzahl der Objekte* =  $a \cdot t + t + b \cdot t$

Nun lösen wir die Gleichung :

$$1500 = \frac{11}{7}t + t + \frac{9}{7}t \Leftrightarrow 1500 = \frac{27}{7}t \Leftrightarrow t = \frac{3500}{9} \Leftrightarrow t \approx 388,88$$

Wenn wir  $t = 376,34$  in den Vektor  $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{11}{7}t \\ t \\ \frac{9}{7}t \end{pmatrix}$  einsetzen, erhalten wir :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{11 \cdot 3500}{7 \cdot 9} \\ \frac{3500}{9} \\ \frac{9 \cdot 3500}{7 \cdot 9} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 611 \\ 389 \\ 500 \end{pmatrix}$$

#### Schritt 7 : **Antwortsatz formulieren**

Es werden künftig etwa 611 Kunden zu Fairprice, 389 zu Superbuy und 500 zu Topkauf gehen.

## IV Aufgaben zur stationären Verteilung

1. In einer neu errichteten Polizeistation arbeiten 500 Polizisten. Alle vier Jahre können die Polizisten ihre Tätigkeit wechseln. So können entweder als Kriminalpolizisten, in der Verwaltung oder in der Mordkommission arbeiten.

Nach den ersten vier Jahren bleiben 60% der Kriminalpolizisten auch weiterhin in der Abteilung der Kriminalpolizei. 10% der Kriminalpolizisten gehen in die Verwaltung und 30% in die Mordkommission. In der Verwaltung behalten 50% der Polizisten ihren Posten, 20% gehen zur Kriminalpolizei und 30% zur Mordkommission. In der Mordkommission bleiben nur 40%, weitere 30% wechseln zur Kriminalpolizei und 30% in die Verwaltung.

- a ) Stellen Sie den Austauschprozess als Matrix dar:

$$\begin{array}{c} \text{Nach} \\ \begin{array}{c} K \\ V \\ M \end{array} \end{array} \left( \begin{array}{ccc} & \text{Von} & \\ & \begin{array}{ccc} K & V & M \end{array} & \\ \left( \begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right) & = & A \end{array} \right.$$

- b ) Zu Beginn arbeiten 300 Mitarbeiter als Kriminalpolizisten, 100 in der Verwaltung und 100 in der Mordkommission. Stellen Sie den Vektor  $\vec{w}$  auf:

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

- c ) Bestimmen Sie die stationäre Verteilung des Austauschprozesses. Orientieren Sie sich dabei an dem obigen Beispiel oder lösen Sie die Aufgabe anhand der Hilfestellungen.

## V Hilfestellungen zu den Aufgaben

Schritt 1: Gleichung der Form  $A \cdot \vec{x} = \vec{x}$  aufstellen

$$A \cdot \vec{x} = \vec{x} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Gleichung als lineares Gleichungssystem aufschreiben

$$\text{I} \quad x_1 + x_2 + x_3 = x_1$$

$$\text{II} \quad x_1 + x_2 + x_3 = x_2$$

$$\text{III} \quad x_1 + x_2 + x_3 = x_3$$

Schritt 3 : Die Gleichungen in die Form  $ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0$  umformen

$$\text{I} \quad x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \quad /-x_1$$

$$\text{II} \quad x_1 + x_2 + x_3 = x_2 \quad /-x_2$$

$$\text{III} \quad x_1 + x_2 + x_3 = x_3 \quad /-x_3$$

$$\text{I} \quad -x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$\text{II} \quad x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$\text{III} \quad x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

Schritt 4: **Das lineare Gleichungssystem lösen**

$$\text{I} \quad -x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$\text{II} \quad x_1 - x_2 + x_3 = 0 \quad /$$

$$\text{III} \quad x_1 + x_2 - x_3 = 0 \quad /$$

$$\begin{aligned}
 \text{I} \quad & -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\
 \text{II} \quad & 0x_1 - x_2 + x_3 \Leftrightarrow x_2 = x_3 \Leftrightarrow x_2 = x_3 \\
 \text{III} \quad & 0x_1 + x_2 - x_3 = 0 \Leftrightarrow x_2 = x_3 \Leftrightarrow x_2 = x_3 \\
 \text{I} \quad & -x_1 + x_2 + (x_2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2
 \end{aligned}$$

### Schritt 5: Lösungsmenge bestimmen

$$L = (t, t, t).$$

### Schritt 6: Fixvektor aufstellen

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} t \\ t \\ t \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Anzahl der Objekte} &= t + t + t \\
 &= t + t + t \Leftrightarrow t = t \Leftrightarrow t \approx
 \end{aligned}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} t \\ t \\ t \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} t \\ t \\ t \end{pmatrix}$$

### Schritt 7: Antwortsatz formulieren

Es werden künftig etwa            Polizisten bei der Kriminalpolizei,            Polizisten in der Verwaltung und            in der Mordkommission arbeiten.

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Analysis: Stationäre Verteilung von Matrizen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

