SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

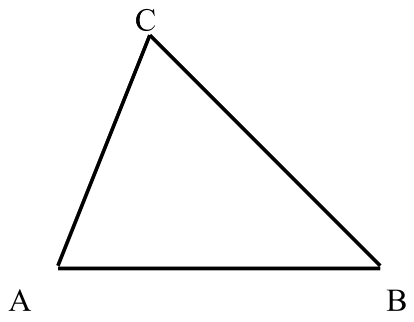
Vektoren II: Beweise mit Vektoren

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de]

Tipps und Hilfestellungen

Schritt 1: Fertigen Sie eine **Skizze** an:



Zeichnen Sie die drei Winkelhalbierenden und den Mittelpunkt I ein. Desweiteren ist es hilfreich in das Dreieck einen Kreis mit dem Radius $r=\overline{Is_c}=\overline{Is_b}=\overline{Is_a}$ einzuzeichnen. s_c sei der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit der Seite c.

Schritt 2**: Formulieren Sie die Behauptung**

$\vec{S}=...=...=...$

Schritt 3: **Drücken Sie die Voraussetzungen mithilfe von Vektoren aus**

Stellen Sie zwei Geradengleichungen der Form $\vec{x}=\vec{s}+t\cdot\vec{r}$ ($\vec{s}$: Spannvektor und $\vec{r}$: Richtungsvektor) auf:

$\vec{x}=\vec{A}+t\cdot...$

$\vec{x}=...$

Schritt 4: **Versuchen Sie nun die Behauptung zu beweisen**

Stellen Sie hierzu die beiden Richtungsvektoren als Linearkombination der Vektoren $\vec{BA}$ (oder $\vec{AB}$) und $\vec{AC}$ dar:

$\vec{As}_a=\frac{1}{c}\cdot\vec{AB}+...$

$\vec{Bs}_b=...$

Nun setzen Sie die beiden Geradengleichungen miteinander gleich, um den Schnittpunkt I berechnen zu können:

$\vec{A}+t\cdot\ldots=\vec{B}+u\cdot\ldots.$

Formen Sie nun die Gleichung in folgende Form um :

$(\ldots)\cdot BA=(\ldots)\cdot AC$

Die Teile in der Klammer setzen sie nun gleich 0 und lösen nach t und u auf.

$(\ldots)=0\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow\ldots=u$

$(\ldots)=0\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow\ldots=t$

Das Lösen dieses Gleichungssystems führt zu $t=\frac{bc}{a+b+c}$ und $u=\frac{ac}{a+b+c}$

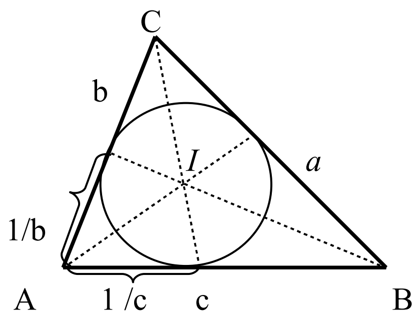
Nun müssen Sie nur noch t und u in die beiden Geradengleichungen einsetzen und die Gleichung folgendermaßen umformen:

$$I=\vec{A}+\frac{bc}{a+b+c}\cdot(\frac{1}{c}\cdot\ldots+\ldots)\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow\frac{1}{a+b+c}\cdot(a\cdot\vec{A}+b\cdot\vec{B}+c\cdot\vec{C})$$

Nachrechnen zeigt, dass dies für alle drei Geradengleichungen der Winkelhalbierenden gilt. Somit wäre bewiesen, dass sich die drei Winkelhalbierenden im Punkt $I=\frac{1}{a+b+c}\cdot(a\cdot\vec{A}+b\cdot\vec{B}+c\cdot\vec{C})$ schneiden.

Lösungen:

Die Skizze sollte folgendermaßen aussehen:



Die Behauptung lautet: $\vec{S}=\vec{s}_a+t\cdot\vec{r}_a=\vec{s}_b+u\cdot\vec{r}_b=\vec{s}_c+v\cdot\vec{r}_c$

Die zwei Geradengleichungen der Form $\vec{x}=\vec{s}+t\cdot\vec{r}$ ($\vec{s}$: Spannvektor und $\vec{r}$: Richtungsvektor) lauten:

$$\vec{x}=\vec{A}+t\cdot\vec{As}_a$$

$$\vec{x}=\vec{B}+u\cdot\vec{As}_b$$

Die beiden Richtungsvektoren lassen sich folgendermaßen als Linearkombination der Vektoren $\vec{BA}$ (oder $\vec{AB}$) und $\vec{AC}$ darstellen:

$$\vec{As}_a=\frac{1}{c}\cdot\vec{AB}+\frac{1}{b}\cdot\vec{AC}$$

$$\vec{Bs}_b=\frac{1}{c}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{a}\cdot\vec{BC}=\frac{1}{c}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{a}\vec{BA}+\frac{1}{a}\vec{AC}$$

Nun muss man die beiden Geradengleichungen miteinander gleich setzen:

$$\vec{A}+t\cdot(\frac{1}{c}\cdot\vec{AB}+\frac{1}{b}\cdot\vec{AC})=\vec{B}+u\cdot(\frac{1}{c}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{a}\cdot\vec{BA}+\frac{1}{a}\vec{AC})$$

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Vektoren II: Beweise mit Vektoren

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de