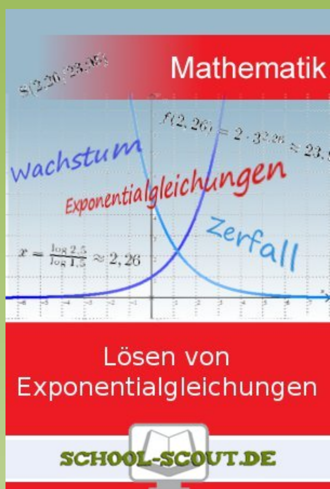
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Analysis - Grundlagen der Differentialrechnung: Lösen von Exponentialgleichungen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



e)$2 \cdot 4^{4x} = 12 \cdot 9^{3x} \Leftrightarrow 4^{4x} = \frac{12}{2} \cdot 9^{3x} \Leftrightarrow \log(4^{4x}) = \log(6 \cdot 9^{3x}) \Leftrightarrow$
$4x \cdot \log 4 = \log 6 + \log(9^{3x}) \Leftrightarrow 4x \cdot \log 4 = \log 6 + 3x \cdot \log 9 \Leftrightarrow$
$4x \cdot \log 4 - 3x \cdot \log 9 = \log 6 \Leftrightarrow$
$x \cdot (4 \log 4 - 3 \log 9) = \log 6 \Leftrightarrow x = \frac{\log 6}{4 \log 4 - 3 \log 9} \approx -1{,}71$

f) $\frac{1}{9} \cdot 4^{3x+2} = 4 \cdot 9^{5x-1} \Leftrightarrow \frac{1}{9} \cdot 4^{3x} \cdot 4^2 = 4 \cdot 9^{5x} \cdot \frac{1}{9} \Leftrightarrow 4 \cdot 4^{3x} = 9^{5x} \Leftrightarrow$
$\log(4 \cdot 4^{3x}) = \log(9^{5x}) \Leftrightarrow \log 4 + \log(4^{3x}) = \log(9^{5x}) \Leftrightarrow$
$\log 4 + 3x \cdot \log 4 = 5x \cdot \log 9 \Leftrightarrow \log 4 = 5x \cdot \log 9 - 3x \cdot \log 4 \Leftrightarrow$
$\log 4 = x \cdot (5 \log 9 - 3 \log 4) \Leftrightarrow x = \frac{\log 4}{5 \log 9 - 3 \log 4} \approx 0{,}20$

Aufg.3

a) Den Schnittpunkt der Funktionen f(x) und g(x) erhalten wir, in dem wir f(x)= g(x) setzen und die Gleichung nach x auflösen.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x = 5 \cdot 2^x \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x = \frac{\log 2{,}5}{\log 1{,}5} \approx 2{,}26$

Dies ist dann die x-Koordinate des gesuchten Schnittpunktes. Die y-Koordinate erhalten wir, in dem wir die x-Koordinate in eine der Funktionsgleichungen einsetzen:

z.B. $f(2{,}26) = 2 \cdot 3^{2{,}26} \approx 23{,}95$

Zur Kontrolle können wir die x-Koordinate auch noch in die Funktionsgleichung von g(x) einsetzen:

$g(2{,}26) = 5 \cdot 2^{2{,}26} \approx 23{,}95.$

Der gesuchte Schnittpunkt liegt also bei S(2,26/23,95).

b) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot 3^{x+1} = 5 \cdot 3^{4x} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x \approx -0{,}278$
Der gesuchte Schnittpunkt liegt bei S(-0.278/1,473)

c) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 121 \cdot 11^{x-1} = 6 \cdot 9^{x+\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 121 \cdot 11^x \cdot 11^-1 = 6 \cdot 9^x \cdot 9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$
$11 \cdot 11^x = 6 \cdot 9^x \cdot 3 \Leftrightarrow 11 \cdot 11^x = 18 \cdot 9^x \Leftrightarrow \log(11 \cdot 11^x) = \log(18 \cdot 9^x) \Leftrightarrow$
$\log 11 + x \cdot \log 11 = \log 18 + x \cdot \log 9 \Leftrightarrow x \cdot (\log 11 - \log 9) = \log 18 - \log 11 \Leftrightarrow$
$x = \frac{\log 18 - \log 11}{\log 11 - \log 9} \approx 2{,}4542$
Der gesuchte Schnittpunkt liegt bei S(2,4542/3955,3)

d) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x \approx -2{,}24$
Der gesuchte Schnittpunkt liegt also bei S(-2,24/0,004)

Aufg.4.1

a) $f(x) = 10 \cdot 0,5^x$ Da der Wachstumsfaktor kleiner als 1 ist, liegt hier ein exponentieller Zerfallsprozess vor .Gesucht ist also diejenige Zeit x, in der sich der Bestand von 10 (Anfangswert) auf 10:2 =5 halbiert hat. Wir können demnach folgende Gleichung aufstellen:
$10 \cdot 0,5^x = \frac{1}{2} \cdot 10 \Leftrightarrow 0,5^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$
Die Halbwertszeit beträgt demnach einen Tag.

b)$f(x) = 2 \cdot (\frac{5}{4})^x$ Da der Wachstumsfaktor größer als 1 ist, liegt hier ein exponentieller Wachstumsprozess vor .Gesucht ist also diejenige Zeit x, in der sich der Bestand von 2 (Anfangswert) auf $2 \cdot 2 = 4$ verdoppelt hat. Wir können demnach folgende Gleichung aufstellen:
$2 \cdot (\frac{5}{4})^x = 2 \cdot 2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{5}{4}} 2 = \log 2 - \log 1,25 \approx 3,15$
Die Verdopplunszeit beträgt demnach ungefähr 3,15 Tage.

c) Aus den Angaben ergibt sich folgende Funktionsgleichung:
$f(x) = 16 \cdot 0,95^x$ Mit der gleichen Methode wie unter a) erhalten wir die Halbwertszeit $x = \log_{0,95} 0,5 \approx 13,5$ Tage.

d) Aus den Angaben ergibt sich folgende Funktionsgleichung:
$f(x) = 400 \cdot 1,035^x$ Mit der gleichen Methode wie unter b) erhalten wir die Verdopplungszeit $x = \log_{1,035} 2 \approx 20,15$ Jahre.

e) Aus den Angaben ergibt sich folgende Funktionsgleichung:
$f(x) = 2a \cdot 0,45^x$Wir können demnach folgende Gleichung aufstellen:
$2a \cdot 0,45^x = \frac{1}{2} \cdot 2a \Leftrightarrow$
$0{,}45^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \log_{0,45} \frac{1}{2} \approx 0,87$
Die Halbwertszeit beträgt demnach ungefähr 0,87 Minuten.

f)Aus den Angaben ergibt sich folgende Funktionsgleichung:
$f(x) = \frac{1}{3}b \cdot 1,1^x$
Wir können demnach folgende Gleichung aufstellen: $\frac{1}{3}b \cdot 1,1^x = 2 \cdot \frac{1}{3}b \Leftrightarrow$
$1{,}1^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{1,1} 2 \approx 7,27$
Die Verdopplungszeit beträgt demnach ungefähr 7,27 Sekunden.