Auszug aus:

Mathe-Leistungskurs-Klausur Stufe 13, Nr. 1

Inverse Diagonalmatrix: $$u1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{200} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{210} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{250} \end{pmatrix}$$

$$\text{Re}\,zeptur1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & \frac{9}{25} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{3} & \frac{6}{25} \\ \frac{1}{2} & \frac{4}{7} & \frac{3}{25} \end{pmatrix}$$

Die ersten beiden Spalten geben die gewünschten Rezepturen wieder. Um 1 Pfund Landwirtschaft zu produzieren benötigt man 1/5 Pfund, 2/5 Ellen und 1/2 Stunde Arbeitszeit. Für 1 Elle Industrie werden 1/3 Pfund, 1/3 Ellen und 4/7 Stunden benötigt.

e) Maximale Produktion

Voraussetzungen:

$$xv = \begin{pmatrix} 250 \\ m1 \end{pmatrix}$$

$$yv = \begin{pmatrix} m2 \\ 120 \end{pmatrix}$$

$$A1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Mit der Leontief Inverse $\begin{pmatrix} \frac{5}{3} & \frac{5}{6} \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ bekommt man multipliziert mit dem Konsum die Produktion heraus. → $\begin{pmatrix} 250 \\ m1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5*m2}{3} + 100 \\ m2 + 240 \end{pmatrix}$

In ein Gleichungssystem setzen und lösen. → m1 = 330, m2 = 90

Es müssen insgesamt 33o Ellen produziert werden. Für den Konsum an landwirtschaftlichen Gütern stehen 90 Pfund zur Verfügung.

f) Vergleich mit 2. Volkswirtschaft

Voraussetzungen:

$$A2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$b_2^T = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$yvergleich = \begin{pmatrix} 100 \\ 70 \end{pmatrix}$$

Um nun den Produktionsbedarf der beiden Vo-Wi vergleichen zu können, rechnet man die entsprechende Leontief Inverse multipliziert mit dem gemeinsamen Konsum.

$$LeontiefInverse2 = \begin{pmatrix} \frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{12}{5} \end{pmatrix}$$

$$xneuVoWi1 = \begin{pmatrix} 225 \\ 240 \end{pmatrix}$$

$$xneuVoWi2 = \begin{pmatrix} 216 \\ 248 \end{pmatrix}$$

Man kann keinen direkten Vergleich der Produktivität anstellen, da es kein größer-kleiner Verhältnis der beiden Produktionsbedarfe gibt. Man könnte noch die Arbeitsstunden hinzuziehen, die aus der Rezepturmatrix abzulesen sind.

g) 3. Volkswirtschaft

Die interne Direktbedarfsmatrix A der 3. Vo-Wi lautet:

$$A3 = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & s \\ \frac{2}{7} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$$

Damit bei dieser Volkswirtschaft noch etwas für den Konsum überbleibt, darf die Leontief-Inverse nicht zu berechnen sein. Zuerst berechnet man die Einheitsmatrix minus A3.

$$E - A3 = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -s \\ -\frac{2}{7} & \frac{5}{8} \end{pmatrix}$$

Nun darf a*d-b*c nicht 0 ergeben, sonst lässt sich die Leontief Inverse nicht berechnen.

→ s= 7/8

Der Bedarf an landwirtschaftlichen Gütern muss s < 7/8 sein, da sonst nichts für den Konsum bliebe.

h) Preismodell

(1) Die Formel q^T gibt die Kosten für 1 Pfund und 1 Elle wieder. Um nun die Kosten des Konsums zu berechnen liegt es nahe, diesen mit der Kostenformel q^T zu multiplizieren.

(2) q^T ist die Formel für die Kosten für 1 Pfund und 1 Elle. Diese Kosten setzen sich aus den Kosten für den externen und internen Bedarf zusammen. A ist der interne Bedarf. Multipliziert man diesen mit q^T erhält man die Kosten für den internen Bedarf. Gleiches geschieht mit dem externen Bedarf b^T. Multipliziert mit q^T erhalten wir die Kosten für den externen Bedarf. Diese beiden Kosten addiert geben die Kosten für 1 Pfund Landwirtschaft und 1 Elle Industrie wieder.