SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Abiturprüfungsaufgaben zu Analysis (Funktionen mit SIN, COS)

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

Abiturprüfung - Leistungskurs
Analysis Zeit 90 Minuten (1 von 3 Pflichtaufgaben)

1. Für jede reelle Zahl a mit a∃1 ist eine Funktion f_a gegeben durch y= f_a(x)=a+sin ax (x0R).

a) Wie muss der Parameter a gewählt werden, damit die Funktion Nullstellen besitzt ?

b) Bestimmen Sie für die Funktion f_a alle möglichen Extremstellen ! Weisen Sie nur für die kleinste
Positive Extremstelle x_E die Art des Extremums nach !
Berechnen Sie für diese Stelle x_E den Funktionswert f_a(x_E) !
Die Punkte E (x_E ; (x_E)) liegen auf einer Kurve. Geben Sie deren Gleichung an !

c) Die Tangente an den Graphen von f_a im Punkt (0 ; f_a(0)) schneit Die x – Achse in einem Punkt S.
Bestimmen Sie dessen Koordinaten !

d) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für die (2n)-te Ableitung der Funktion f_a gilt :

$f_a^{(2n)}(x) = (-1)^n * a^{2n} * \sin(ax)$ (n 0 N, n ∃1) !

e) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen f_1 und f_3 im Intervall 0 # x # 7 in ein und dasselbe
Koordinatensystem ! Begründen Sie, daß die Graphen f_1 und f_3 im angegebenen Intervall nur
Einen Punkt B (x_B ; 2) gemeinsam haben ! Die y – Achse und diese beiden Graphen begrenzen
Im angegebenen Intervall ein Flächenstück vollständig. Berechnen Sie dessen Inhalt !

f) Gegeben sei die Folge c_i mit i = 1; 2; 3; ...., wobei c_i der Wert der i – ten Ableitung der Funktion
f_1 an der Stelle x = = ist. Geben Sie die ersten Glieder der Folge c_i an !
Es sei s_i die zugehörige Partialsummenfolge mit

$s_i = c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_i$.

Geben Sie die ersten fünf Glieder der Partialsummenfolge (s_i) an ! Wie groß ist s_{1999} !

g) Gegeben ist eine Funktion g durch y = g(x) = 1+ √ (3) * cosx.
Berechnen Sie alle Schnittpunkte der Graphen von f_1 und g im Intervall 0 # x # 2π !

E-Mail: info@School-Scout.de ♦ Internet: http://www.School-Scout.de ♦ Fax: 02501/26048
Linckensstr. 187 ♦ 48165 Münster

Lösung:

a) a + sinax=0 sinax=-a hat nur Lösungen für | a | # 1, da aber a laut Aufgabe größer gleich 1 sein muss, gibt es nur für a = 1 Nullstellen.

b)

$$f_a'(x) = a \cdot \cos ax \qquad f'(x) = 0 \rightarrow a \cdot \cos ax = 0$$

$$a \cdot x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \qquad x_E = \frac{\pi}{2a} + \frac{k\pi}{a} \qquad k = 0 \rightarrow x_E = \frac{\pi}{2a}$$

$$f''(x) = -a^2 \cdot \sin ax \rightarrow f''\left[\frac{\pi}{2a}\right] = -a^2 < 0 \rightarrow Maximum$$

$$f\left[\frac{\pi}{2a}\right] = a + \sin\left[\frac{a\pi}{2a}\right] = a + 1 \qquad P_{Max}\left[\frac{\pi}{2a}; a + 1\right]$$

$$x = \frac{\pi}{2a}; y = a + 1 \qquad a = \frac{\pi}{2x} \rightarrow y = \frac{\pi}{2x} + 1$$

---

c) $f_a(0)=a$ f ‘ (0) = a y = mx+n m=a n=a y=ax+a

y=0 ax+a=0 x= - 1 S(-1;0)

---

d) Induktionsanfang : n=1 $f^{(2)}(x) = (-1)^1 * a^2 * \sin ax$ nach Formel
$f^{(2)}(x) = -a^2 * \sin ax$ per Hand abgeleitet, beides gleich ok.

Induktionsvoraussetzung : n=k $f^{(2k)}(x) = (-1)^k * a^{2k} * \sin ax$

Induktionsbehauptung : n=k+1 $f^{(2k+2)}(x) = (-1)^{k+1} * a^{2k+2} * \sin ax$

Induktionsbeweis : Induktionsbehauptung 2 mal ableiten, um damit die Behauptung zu erhalten

$f^{(2k)}`(x) = (-1)^k * a^{2k+2} * \cos ax$ $f^{(2k)}``(x) = (-1)^k * a^{2k+1} *(-a* \sin ax)$
$f^{(2k+2)}(x) = (-1)^{k+1} * a^{2k+2} * \sin ax$ ok.

E-Mail: info@School-Scout.de ♦ Internet: http://www.School-Scout.de ♦ Fax: 02501/26048
Linckensstr. 187 ♦ 48165 Münster

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Abiturprüfungsaufgaben zu Analysis (Funktionen mit SIN, COS)

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de