

I.A.32

Aufbau der Zahlbereiche

Wurzelrechnung – Rechenregeln anwenden und vernetzendes Denken fördern

Alessandro Totaro



© RAABE 2023

© LAMBERTO JESUS/iStock/Getty Images Plus

Mit dieser Einheit verdeutlichen Sie den Lernenden den Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren, üben die Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln ein und stellen *Quadratwurzeln* im Sachzusammenhang dar. Darüber hinaus lernt Ihre Klasse eine Methode kennen, um Wurzel-Längen mithilfe der Diagonalen von Rechtecken oder Quadraten zu berechnen. Dadurch werden die Themenbereiche Algebra und Geometrie miteinander verknüpft und so vernetzendes Denken gefördert. Methodische Abwechslung durch Tandemübung oder Laufkarten fördert die Motivation und soziale Kompetenzen. Differenzierung durch unterschiedliche Niveaustufen oder Tippkarten ermöglichen individuelles Lernen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 3)
Inhalt:	Wurzelziehen; Umkehraufgabe zur Quadrierung; Diagonallänge bei Quadraten; Teilweise Wurzelziehen; Kubikwurzel; Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Wurzeln
Kompetenzen:	Mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

Didaktisch-methodisches Konzept

Dieser Beitrag ermöglicht es den Lernenden, die Regeln zum Rechnen mit Wurzeln zu verstehen und zu verinnerlichen, indem sie diese in den Übungsphasen durch unterschiedliche Übungsformen (Einzelarbeit, spielerische Übungen, Tandemarbeit) trainieren und anwenden.

Durch den Miteinbezug der geometrischen Übungen werden die Themenbereiche Algebra und Geometrie miteinander verknüpft. Der Aufbau von vernetztem Denken in mathematischen Strukturen ist entscheidend, damit mathematische Begriffe verstanden und langfristig verinnerlicht werden.

Um was geht es inhaltlich?

Mit dieser Übungseinheit festigen die Lernenden ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten im Umgang mit den Regeln beim Rechnen mit Wurzeln. Die Basiskompetenzen sind dabei die geometrische Konstruktion von Wurzeln, die Addition und Subtraktion von Wurzeln, die Multiplikation und Division von Wurzeln sowie das teilweise Wurzelziehen.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Als **Einstieg** trainieren die Lernenden mithilfe des Arbeitsblatts „Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren“ (**M 1**) die Umkehroperation zum Quadrieren. Durch die Gegenoperation wird oft die Operation selbst klarer und abgrenzbar. Achten Sie hierbei auf die präzise und korrekte Notation der Aufgaben.

Durch das Arbeitsblatt „Wurzeln geometrisch mit Quadraten und Rechtecken herleiten“ (**M 2**) lernen die Schülerinnen und Schüler eine Methode kennen, um Wurzel-Längen mithilfe der Diagonalen von Rechtecken oder Quadraten zu berechnen.

Dieses Arbeitsblatt zeigt, dass die Verknüpfung von Algebra und Geometrie ein hohes didaktisches Potenzial hat. Oft wirkt es so, als ob es keine Verbindung zwischen der Algebra und der Geometrie geben würde. Jedoch ist der Satz von Pythagoras eine Brücke, um diese beiden Themengebiete zu verbinden. Je nachdem, welche Wurzel konstruiert werden soll, kann man ein Quadrat oder Rechteck zeichnen, sodass die Diagonale die gewünschte Länge besitzt.

Mit diesem Arbeitsblatt lernen die Schülerinnen und Schüler auch, dass es zu einem mathematischen Themengebiet wie die Wurzeln verschiedene Darstellungen in der Mathematik gibt. Man kann die $\sqrt{25}$ als Gegenoperation zu 5^2 sehen, oder man kann die $\sqrt{25}$ als Länge der Diagonalen eines Rechtecks mit den Seitenlängen 3 und 4 sehen. Dieser Zusammenhang weckt die Faszination für die Mathematik. Um diese Aufgaben mithilfe des Satzes von Pythagoras lösen zu können, sollte dieses Thema davor behandelt worden sein. Falls nicht, können Sie dieses Arbeitsblatt erst mal zurückstellen und dann im Laufe des Schuljahres wieder einsetzen, wenn Sie den Satz von Pythagoras einführen. Dadurch hätten Sie auch eine Wiederholung zum Thema Wurzeln eingebaut.

In der **Übungsphase** üben die Schülerinnen und Schüler mittels des Arbeitsblatts „Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln“ (**M 3**) die verschiedenen Themenbereiche betreffend des Umgangs mit Quadratwurzeln. Hier geht es vor allem um die vier Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division.

Es wird systematisch jede Rechenart thematisiert und geübt. Zuerst die Addition und die Subtraktion von Wurzeln und danach die Multiplikation und Division von Wurzeln. Bevor komplexere bzw. gemischte Aufgaben zu allen Themenbereichen der Wurzelrechnung behandelt werden, sollten die Basisfertigkeiten im Umgang mit Wurzeln gefestigt werden. Sollte jemand nicht weiterkommen, so kann man sich eine Tippkarte (**M 10**) holen. Erst danach sollte die Lehrkraft um Rat gebeten werden. Der Einsatz von Tippkarten fördert die Selbstverantwortlichkeit des Lernens, außerdem können Sie auf diese Weise eine Differenzierung in Ihren Unterricht einbauen, um Lernende mit unterschiedlichen Lerntempos und Fähigkeiten gerecht zu werden. Durch den erfolgreichen Einsatz der Differenzierung wird zudem eine positive Haltung zum Fach Mathematik gefördert, denn Erfolgserlebnisse wirken sich auf die Haltung und Wahrnehmung des Faches aus.

Danach werden die Wurzelregeln mündlich im Tandem geübt. Dies erfolgt mithilfe des Tandembogens „Tandembogen – Kannst du mit Wurzeln im Kopf rechnen?“ (**M 4**). Hierbei ist es wichtig, dass die Lernenden dafür sensibilisiert werden, wie die Rechenregeln im Kopfrechnen verwendet werden. Durch diesen Tandembogen wird außerdem das mathematische Kommunizieren gestärkt, denn die Lernenden müssen begründen, wie sie zu ihrer Lösung gekommen sind. Zudem werden soziale Kompetenzen gestärkt. Oft können Lernende ihren Mitschülerinnen und Mitschülern wertvolle und hilfreiche Tipps geben und ein Thema in einfacher Schülersprache erläutern.

Das Übungsblatt „Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzelziehen“ (**M 5**) dient der Übung zur Anwendung des teilweisen Wurzelziehens. Hier wenden die Lernenden die Regeln an, indem sie den Radikanden als Produkt schreiben und dann aus der Quadratzahl die Wurzel ziehen. Dabei ist vor allem der sichere Umgang mit dem Einmaleins wichtig.

M 5 besteht aus zwei verschiedenen Arbeitsblättern – eines für Person A (**M 5a**) und eines für Person B (**M 5b**). Gedacht ist das Material so, dass beide Personen zunächst nur Aufgabe a bearbeiten und ihre Lösungsansätze besprechen. Danach lösen sie die weiteren Aufgabenbereiche und vergleichen ihre Lösung mit der Aufgabenstellung der anderen Person, denn die Lösung von Person A ist meist die Ausgangsaufgabe von Person B und umgekehrt. Sollten die Lernenden nicht auf die Lösung kommen, üben sie das Suchen von Fehlern. Die Lernenden überprüfen und helfen sich gegenseitig, falls es Schwierigkeiten beim Lösen einer Aufgabe gibt. Diese Methode fördert selbstverantwortliches und kooperatives Lernen.

Inhaltlich ist dieses Arbeitsblatt so aufgebaut, dass sowohl das teilweise Wurzelziehen als auch das Hereinbringen von Faktoren unter die Wurzel, sozusagen die Gegenoperation, trainiert wird.

Um den Schwierigkeitsgrad zu erhöhen, sind auch Variablen eingebaut worden. Vor allem stärkere Lernende benötigen fordernde Aufgaben, damit diese nicht zu einfach sind und zur Langeweile im Unterricht führen. Es wäre empfehlenswert, wenn Sie jeweils Lernende mit unterschiedlichem Lernniveau als Tandempartner festlegen. Auf diese Weise profitieren beide: Die schwächere Person bekommt eine Erklärung in Schülersprache und die Stärkere festigt ihr Wissen, da man durch das Erklären einer Aufgabe die Thematik noch besser verinnerlicht.

Im Material „Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen“ (**M 6**) trainieren die Lernenden den Umgang mit Wurzeln differenziert auf drei Niveaustufen. Je höher das Niveau, desto höher die natürlichen Zahlen in den Aufgaben. Je höher die Zahl, desto schwieriger ist es, sie als Produkt zu schreiben, um daraus teilweise die Wurzel zu ziehen. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler sollten keine Probleme haben, auch bei größeren Zahlen das große Einmaleins anzuwenden, um diese entsprechend als Produkt zu notieren. Bei diesem Thema unterscheiden sich die Niveaus durch die Variablen. Je höher das Niveau, desto komplexer werden die Aufgabenstellungen.



Außerdem werden bei diesem Arbeitsblatt die beiden Themen Grundrechenarten beim Rechnen mit Wurzeln und Teilweises Wurzelziehen miteinander verbunden und gemischt geübt.

Das Thema des Arbeitsblattes „Laufkarten – Die Kubikwurzel berechnen“ (M 7) ist eine Übung zur Kubikwurzel. Hier erhält jede Person eine Laufkarte und läuft durch das Klassenzimmer, um Mitschülerinnen und Mitschüler entsprechend zum Thema „Ziehen einer Kubikwurzel“ im Kopfrechnen abzufragen. Die Laufkarten bringen Bewegung in Ihren Unterricht. Die Schülerinnen und Schüler üben hier, die Kubikwurzel im Kopf zu berechnen. Achten Sie darauf, immer wieder Methodenwechsel in Ihren Unterricht einzubauen. Vorteilhaft sind Methoden, bei denen sich die Schülerinnen und Schüler auch bewegen. Oft müssen die Schulklassen über mehrere Unterrichtsstunden konzentriert am Platz sitzen. Daher ist eine bewegende Unterrichtsmethode immer wieder sehr empfehlenswert.

Im Material „Wurzeln im Alltag – Berechnungen mithilfe der Wurzel“ (M 8) üben die Lernenden den Umgang mit Wurzeln in Sachaufgaben. Das mathematische Modellieren ist sehr wichtig, da hierdurch den Lernenden klar wird, wie das Thema im Alltag angewendet werden kann. Durch die innermathematische Ermittlung der Lösung lernen die Jugendlichen das Übersetzen zwischen der mathematischen und der realen Welt, da sie am Ende bei jeder Textaufgabe eine Antwort formulieren. Die Anwendung der Mathematik ist von enormer Bedeutung, da dadurch die Sinnhaftigkeit der Aufgabenstellungen deutlicher wird. Das mathematische Modellieren und Übersetzen von der mathematischen Welt in die reale Welt und umgekehrt ist hierbei eine entscheidende Kompetenz, die die Lernenden unbedingt stärken sollten.

Abschließend erfolgt eine **Lernerfolgskontrolle** mit dem Arbeitsblatt „Fit für den Test? – Übungen zum gesamten Themenbereich“ (M 9). Die Lernenden überprüfen anhand von gemischten Aufgabentypen, inwieweit sie das Thema „Rechnen mit Wurzeln“ verstanden haben. Hier werden nochmals alle Themenbereiche getestet: Wurzelziehen, Grundrechenarten mit Wurzeln, Teilweises Wurzelziehen und die Kubikwurzel. Diese Kontrolle ist wichtig, um zu prüfen, welche Kompetenzen erworben wurden und in welchem Kompetenzbereich es noch Förderungsbedarf gibt. Die Lernenden sollten in der Lage sein, selbstverantwortlich zu üben. Legen Sie die Tabelle zur Leistungsbeurteilung im Klassenzimmer aus, damit alle am Ende der Überprüfung ihren Leistungsstand ermitteln können.

Die **Tippkarten** „Tippkarten zum Rechnen mit Wurzeln“ (M 10) können Sie im Klassenzimmer auslegen. Diese Info-Station bietet den Lernenden zu jeder Zeit eine Hilfe bei der Bearbeitung der Materialien. Diese individuelle Unterstützungsmöglichkeit ermöglicht es Ihnen, eine funktionierende Binnendifferenzierung einzuplanen.

Was muss bekannt sein?

Die Lernenden sollten die Grundrechenarten, das kleine Einmaleins und das große Einmaleins sowie den Satz von Pythagoras beherrschen. Außerdem sollten sie wissen, wie man eine natürliche Zahl als Produkt von zwei Faktoren darstellen kann, wobei einer der Faktoren eine Quadratzahl sein sollte.

Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden ...

- üben die Verwendung verschiedener mathematischer Darstellungen (K 4), um ein mathematisches Thema zu veranschaulichen. Dies erfolgt dadurch, dass sie die Quadratwurzeln geometrisch konstruieren und anschließend algebraisch berechnen.
- trainieren den Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik (K 5), indem sie die Regeln beim Rechnen mit Wurzeln anwenden.
- kommunizieren mathematisch (K 6), indem sie mithilfe der Partnerarbeitsblätter ihre Lösungen erklären und begründen.

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Einzelarbeit		Partnerarbeit		Wichtiges

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Ka = Karten; Lek = Lernerfolgskontrolle; Pa = Partnerarbeit
Planung für 8 Stunden

Einstieg

Thema:	Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren
M 1 (Ab)	Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren
M 2 (Ab)	Einstieg II – Wurzeln geometrisch mit Quadraten und Rechtecken herleiten

Übungen

Thema:	Grundaufgaben zum Rechnen mit Wurzeln
M 3 (Ab)	Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln
M 4 (Pa)	Tandembogen – Kannst du mit Wurzeln im Kopf rechnen?
M 5 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzeln ziehen
M 6 (Ab)	Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen
M 7 (Ka)	Laufkarten – Die Kubikwurzel berechnen
M 8 (Ab)	Wurzeln im Alltag – Berechnungen mithilfe der Wurzel

Lernerfolgskontrolle

Thema:	Wie gut ist das Thema verstanden?
M 9 (Lek)	Fit für den Test? – Übungen zum gesamten Themenbereich
M 10 (Ka)	Tippkarten zum Rechnen mit Wurzeln

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite **18**.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Ab)	Einstieg I – Wurzelziehen als Umkehraufgabe zum Quadrieren
M 3 (Ab)	Überblick – Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln mit Beispielen
M 5 (Pa)	Gemeinsam sind wir stark – Übungen zum teilweisen Wurzeln ziehen
M 6 (Ab)	Differenzierte Aufgabenfelder – Mit Wurzeln rechnen



SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus: *Wurzelrechnung*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



1.A.32

Aufbau der Zahlbereiche

Wurzelrechnung – Rechenregeln anwenden und vernetzendes Denken fördern

Alexandro Salas



Mit dieser Einheit vertiefen Sie die Lernenden die Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren, üben die Rechenregeln beim Umgang mit Wurzeln und lassen Quadrieren und die Substanzierung der Zahlenstrahl, um die Basis der Rechenregeln, um die Teilung und die Division von Brüchen und die Division von Brüchen zu verstehen. Dadurch werden die Transferfähigkeiten der Schüler und Schülerinnen gefördert und es werden die Denkprozesse, methodische Überlegung, zum Transferieren von Sachverhalten, die die Methoden und soziale Kompetenzen, Differenzierung durch unterschiedliche Herausforderungen oder Reparaturmöglichkeiten gefördert.

INHALTSZUSAMMENFASSUNG

Klassifizierung: 7/8
Quart: 8 (Zahlenstrahl und -strahl)
Werkzeuge: Umformregeln für Quadrieren, Diagramm für die Division, Teilweise Wurzelziehen, Kubieren, Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von Wurzeln
Komplexität: Mathematische Denkstrategien verwenden (z.B. mit Zahlenstrahl, Formeln und technischer Elementen der Mathematik umgehen) (SCL, mathematisch-kommunikative Fähigkeiten)