

SCHOOL-SCOUT.DE

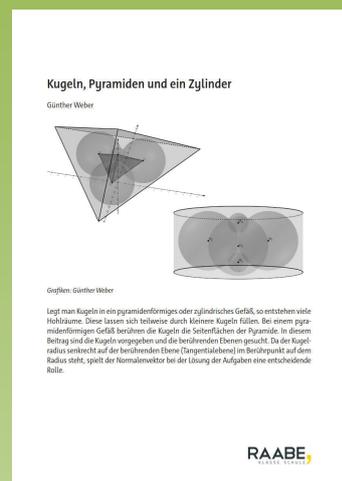
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kugeln, Pyramiden und ein Zylinder

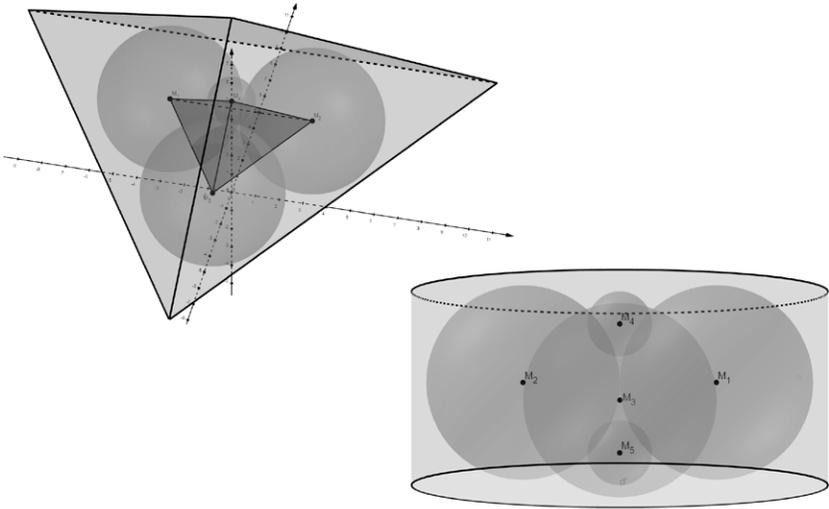
Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



Kugeln, Pyramiden und ein Zylinder

Günther Weber



Grafiken: Günther Weber

Legt man Kugeln in ein pyramidenförmiges oder zylindrisches Gefäß, so entstehen viele Hohlräume. Diese lassen sich teilweise durch kleinere Kugeln füllen. Bei einem pyramidenförmigen Gefäß berühren die Kugeln die Seitenflächen der Pyramide. In diesem Beitrag sind die Kugeln vorgegeben und die berührenden Ebenen gesucht. Da der Kugelradius senkrecht auf der berührenden Ebene (Tangentialebene) im Berührungspunkt auf dem Radius steht, spielt der Normalenvektor bei der Lösung der Aufgaben eine entscheidende Rolle.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Analytische Geometrie Sek. II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassenstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Günter Gerstbrein, Benjamin Schöll
Satz: Röser Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: Günther Weber
Illustrationen: Günther Weber, Mona Hitznauer
Lektorat: Mona Hitznauer
Korrektorat: Josef Mayer

Kugeln, Pyramiden und ein Zylinder

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Hinweise	1
Aufgaben	3
Lösungen	5

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihre bereits erworbenen Fähigkeiten in der analytischen Geometrie im räumlichen Koordinatensystem sicher anzuwenden. Sie bestimmen Mittelpunkte und Radien von Kugeln, den Berührungspunkt von Kugel und Ebene sowie die Gleichung berührender Ebenen.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab Arbeitsblatt

Info Informationsblatt

DA Datenauswertung



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Berührende Kugeln und Pyramiden	M1	Ab

Kompetenzprofil:

Inhalt: Kugel, Tangentialebene, Normalenvektor, Ebenengleichung (Parameterform, Koordinatenform, Hessesche Normalenform), Geradengleichung (Zwei-Punkte-Form, Punkt-Richtungs-Form), Schnittpunkt von Ebenen, Abstand von Punkten, Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck, Satz des Pythagoras, Spiegelung an einer Ebene, Pyramide, Zylinder

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Die Lernenden kennen die Zwei-Punkte-Form bzw. Punkt-Richtungs-Form der Geradengleichung sowie die (Hessesche-) Normal-, Koordinaten- und Parameterform der Ebenengleichung. Die Bestimmung des Schnittpunktes einer Geraden mit einer Ebene bereitet ihnen keine Probleme. Die Jugendlichen können mit den Methoden der analytischen Geometrie Abstandsberechnungen und Winkelberechnungen durchführen sowie Volumen von Pyramiden und Kegel bestimmen. Die Kugelgleichung muss nicht bekannt sein.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan des Landes Nordrhein-Westfalen

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GoSt_Mathematik.pdf (aufgerufen am 15.05.2023) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen, die der Beitrag gezielt fördert:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar,
- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar,
- bestimmen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen,
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
- untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung),
- stellen Ebenen in Normalenform dar,
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

In einigen Bundesländern finden sich auch Kompetenzerwartungen, die direkt Kugeln und Ebenen betreffen

<https://kultusministerium.hessen.de/sites/kultusministerium.hessen.de/files/2021-07/kcgo-m.pdf>

(abgerufen am 15.05.2023)

- Darstellen von Kugeln mit Vektor- und Koordinatengleichungen,
- Untersuchen der Lagebeziehungen zwischen Kugeln und Geraden sowie zwischen zwei Kugeln,

- Beschreiben realer Objekte mittels Kugeln,
- Untersuchen der Lagebeziehungen zwischen Kugeln und Ebenen,
- Bestimmen der Schnittmengen zwischen Kugeln und Ebenen.

Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zur Veranschaulichung der Aufgabenstellung und zur Überprüfung der Ergebnisse.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

Bei Aufgabe 2) entwickeln Sie insbesondere bei leistungsschwächeren Lerngruppen die Skizze zur Bestimmung des Radius gemeinsam mit den Lernenden. Bei Aufgabe 4) besteht die Möglichkeit, dass die Jugendlichen die Gleichung der Seitenflächenebene der Ebene, die durch drei Kugelmittelpunkte festgelegt ist, und die zugehörige parallele Tangentialebene gruppenweise bestimmen. Nach dem Zusammenführen der Ergebnisse kann dann wiederum gruppenweise die Berechnung der Schnittpunkte dreier Ebenen erfolgen. Nach einem erneuten Austausch berechnen die Schüler und Schülerinnen dann das Volumen.

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kugeln, Pyramiden und ein Zylinder

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)

