



# SCHOOL-SCOUT.DE

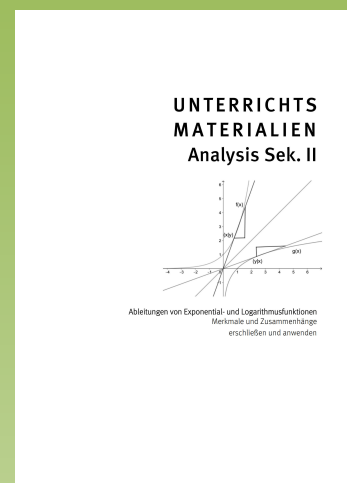
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Ableitungen von Exponential- und Logarithmusfunktionen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



### Kompetenzprofil

- Niveau: weiterführend
- Fachlicher Bezug: Ableitungsregeln
- Kommunikation: Einzelarbeit, Frontalunterricht
- Problemlösen: Herleiten, Zurückführen auf Bekanntes
- Modellierung: Wachstums- und Zerfallsprozess, Wachstums- oder Zerfallsgeschwindigkeit proportional zum Bestand
- Medien: –
- Methode: Steuerung von Denkstrategien überwiegend durch die Lehrkraft, Gewinnung von Lernresultaten durch die Schüler, Sicherung von Lernresultaten im Schüler-Schüler-Gespräch und im Schüler-Lehrer-Gespräch
- Inhalt in Stichworten: Merkmale von Exponentialfunktionen, Auszeichnung einer speziellen Exponentialfunktion. Ableitung einer speziellen Exponentialfunktion und Ausdehnung auf andere Exponentialfunktionen, Umkehrfunktionen und ihre Ableitung, Spezialisierung auf Umkehrung von Exponentialfunktionen.

**Autor:** Roland Schröder

### Lösungen

1. a)  $x = 0$  in  $f_a(x) = a^x$  eingesetzt:  $f_a(0) = a^0 = 1$  ergibt den Punkt  $(0|1)$ .

b)  $f_2(1) = 2^1 = 2$  ergibt den Punkt  $(1|2)$ .

$$f_4(-0,5) = 4^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \text{ ergibt den Punkt } (-0,5|0,5).$$

2.

x	$(x+1)^{\frac{1}{x}}$
0.01	2.7048
0.001	2.7169
0.0001	2.7181
0.00001	2.718

Vermutung  $a \approx 2,718$

## Ableitungen von Exponential- und Logarithmusfunktionen

### Herleitung und Übungen zur Ableitung der Exponentialfunktion

Folgende Begriffe und Schreibweisen werden synonym verwendet:

- Steigung eines Graphen einer Funktion  $f$  an jeder Stelle  $x_0$ ,
- Erste Ableitung einer Funktion  $f$  an jeder Stelle  $x_0$ ,
- Grenzwert des Differenzenquotienten Funktion  $f$  an jeder Stelle  $x_0$ ,
- $f'(x_0)$

$$- \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

- a) Zeige: Für alle Zahlen  $a$  gehen die Graphen von  $f_a(x) = a^x$  durch den Punkt  $(0|1)$ .  
b) Zeige: Der Graph von  $f_2(x) = 2^x$  schneidet die Gerade mit der Gleichung  $y = x + 1$  in den Punkten  $(0|1)$  und  $(1|2)$ .  
c) Zeige: Der Graph von  $f_4(x) = 4^x$  schneidet die Gerade mit der Gleichung  $y = x + 1$  in  $(0|1)$  und  $(-0,5|0,5)$ .
2. Gibt es eine Zahl  $a$ , sodass der Graph von  $f_a(x) = a^x$  und die Gerade mit der Gleichung  $y = x + 1$  nur den Punkt  $(0|1)$  gemeinsam haben?

*Anleitung:* Setze die Funktionsgleichungen gleich, löse nach  $a$  auf und wähle  $x$  in der Nähe von 0 zum Beispiel  $x = 0,01$ ;  $x = 0,001$ ;  $x = 0,0001$  und  $x = 0,00001$ . Formuliere eine Vermutung.

Die Vermutung aus Aufgabe 2 hat Leonhard Euler bewiesen. In der Gleichung  $a^x = x+1$  ersetzt man  $x = x = \frac{1}{n}$ , um die eulersche Schreibweise  $a = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  zu erhalten. Der Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  heißt (seit Euler)  $e$ , ist irrational (sogar transzendent) und hat die ungefähre Größe 2,781.

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Ableitungen von Exponential- und Logarithmusfunktionen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

