

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus: *Darstellungen rationaler Zahlen vernetzen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



# I.A.31

## Aufbau der Zahlbereiche

# Darstellungen rationaler Zahlen vernetzen – Facettenreich und kreativ üben

Nach einer Idee von Alexander Rieth



© RAABE 2023

© scanrail/Stock/Getty Images Plus

Rationale Zahlen können in der Mathematik unterschiedlich dargestellt werden. So können diese formal als Brüche, Dezimalzahlen und Prozentzahlen, aber auch in unterschiedlicher bildlicher Art und Weise beispielsweise im Kreisdiagramm oder auf dem Zahlenstrahl verdeutlicht werden. Damit die Lernenden für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen flexibel und angemessen auswählen und nutzen oder eine Darstellung in eine andere übertragen können, müssen diese gut miteinander vernetzt sein. Mithilfe von Kopfübungen, kreativen Spielen und *LearningApps* trägt dieser Beitrag in hohem Maße dazu bei, dass eine solche Verknüpfung in den Köpfen der Lernenden entsteht und gefestigt wird.

---

### KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	5/6
<b>Dauer:</b>	4 Unterrichtsstunden (Minimalplan: 2 Stunden)
<b>Inhalt:</b>	Brüche, Dezimalzahlen, Prozentangaben
<b>Kompetenzen:</b>	mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)
<b>Methoden:</b>	Quartett-Spiel; Kopfübungen; Stille Post

---



## Didaktisch-methodisches Konzept

Bereits vor über 50 Jahren formulierte der Psychologe Jérôme Bruner seine Theorien über die verschiedenen Darstellungsebenen. Dabei vollzieht sich die Denkentwicklung der Lernenden nicht auf zeitlich abgestuften Denkniveaus, sondern gleichzeitig auf verschiedenen Darstellungsebenen (Repräsentationsmodi), welche in starken Wechselbeziehungen zueinander stehen. Der heutige kompetenzorientierte Mathematikunterricht aller Klassenstufen sollte von einer konkret-anschaulichen Darstellung (konkret-enaktiv, zeichnerisch-ikonisch) allmählich zu einer abstrakten Darstellung (symbolisch) übergehen, mit dem Ziel, dass die Lernenden mit dem erworbenen konzeptuellen und prozeduralen Wissen immer noch stabile Grundvorstellungen verbinden können. Für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe wurde Bruners symbolische Repräsentation ausdifferenziert in symbolisch-numerische, symbolisch-algebraische und verbale Darstellungsformen. Bruners Ansatz, die Vernetzung der Darstellungsformen, gilt auch heute noch als didaktischer Ansatz, um inhaltliche Vorstellungen zu entwickeln, zu fördern und zu verinnerlichen.

### Um was geht es inhaltlich?

Inhaltlich beschäftigt sich dieser Beitrag mit der Umwandlung von Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentzahlen und deren jeweilige Darstellungsmöglichkeiten.

### Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Den **Einstieg** in die Unterrichtssequenz „Brüche, Dezimalzahlen und Prozentangaben ineinander umwandeln“ bildet das kooperative Spiel „Memory“ (**M 1**).

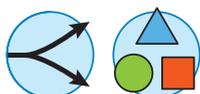
Zu Beginn des Spiels bekommen alle Lernenden je eine Memory-Karte. Die Lernenden dürfen sich zwar frei im Klassenzimmer bewegen, sie dürfen aber unter keinen Umständen miteinander sprechen und auch nicht versuchen, anderen durch Zeichen etwas mitzuteilen.

Ziel des Bruch-Memory-Spiels ist das Finden der zusammengehörenden Memory-Karten. Je nach Klassengröße können Sie eine Darstellungsebene teilweise oder ganz weglassen, sodass hier dann nur drei Karten zusammengehören. Das Spiel bietet sich an als kreative sowie übungintegrierte Gruppenfindung: Gibt es vier zusammengehörende Karten, haben Sie am Ende eine Vierer-Gruppe gebildet, gibt es drei zugehörige Karten, entsteht eine Dreier-Lerngruppe, in der im folgenden Unterrichtsverlauf weitergearbeitet werden kann. Es bietet sich an, die Karten zu laminieren, sodass Sie diese öfter nutzen können.

Das Material **M 1** steht Ihnen ebenfalls als *LearningApp* zur Verfügung: <https://learningapps.org/watch?v=po53psj9n23>. Denkbar wäre daher auch, den Lernenden diese als Hausaufgabe bzw. Übung zu geben. Möchten Sie diese noch individuell auf die Bedürfnisse Ihrer Klasse anpassen, nutzen Sie folgenden Link: <https://learningapps.org/display?v=po53psj9n23>. Rufen Sie den Weblink auf und klicken links unten auf „ähnliche Kollektion erstellen“. In der Maske können Sie nach Belieben Veränderungen vornehmen und die abgeänderte App in Ihrem eigenen Account abspeichern. Bitte beachten Sie, dass sich dadurch der Zugangslink ändert.

Eine **spielerische Erarbeitung** des Darstellungswechsels zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozent bietet das mathematische Quartettspiel von **M 2**. Das Quartettspiel ist eines der beliebtesten und bekanntesten Kartenspiele. Wie man das Mathematik-Quartett spielt und welche Regeln zu beachten sind, wird in der „Quartett – Spielanleitung“ (**M 2**) erklärt. Dabei können Sie sowohl die einzelnen Darstellungsformen wiederholen als auch die verschiedenen Darstellungswechsel thematisieren bzw. neu einführen.

Bei den Quartettspiel-Karten haben Sie die Wahl zwischen zwei Niveaustufen, damit Sie auf die



unterschiedlichen Lernvoraussetzungen bzw. auf die Heterogenität Ihrer Lerngruppe entsprechend eingehen können. Das „Quartett – Basiswissen“ (**M 2a**) bildet dabei das Kartenspiel auf einfacherem Niveau, das „Quartett – Erweitertes Wissen“ (**M 2b**) das Kartenspiel auf schwererem Niveau. Auch hier bietet es sich an, die Karten zu laminieren, sodass Sie diese öfter nutzen können.

Alternativ steht Ihnen das Material **M 2a** als *LearningApp* zur Verfügung: <https://learningapps.org/watch?v=p03w9k67223>. Möchten Sie diese noch individuell auf die Bedürfnisse Ihrer Klasse anpassen, nutzen Sie folgenden Link: <https://learningapps.org/display?v=p03w9k67223>.



Zur **Ergebnissicherung** können Sie die Arbeitsblätter „Merkblatt – Basiswissen“ (**M 3a**) und „Merkblatt – Erweitertes Wissen“ (**M 3b**) nutzen, wobei die Lernenden, welche zuvor das Quartett zum Basiswissen (**M 2a**) gespielt haben, das Merkblatt „Merkblatt – Basiswissen“ (**M 3a**) erhalten würden, die Lernenden, welche zuvor das Quartett zum erweiterten Wissen (**M 2b**) gespielt haben, erhalten dementsprechend das „Merkblatt – Erweitertes Wissen“ (**M 3b**). Mit diesen Merkblättern werden die Lerninhalte langfristig systematisiert und gesichert. Die Lernenden bearbeiten die Aufgaben zunächst in Einzelarbeit. Danach vergleichen und diskutieren sie ihre Ergebnisse mit einer anderen Person. Alternativ bietet sich die Methode „Lerntempduett“ oder „Bushaltestelle“ an. Schließlich sollten die Merkblätter im Plenum besprochen werden.

Zur **Übung** können Sie das Arbeitsblatt „Kopfübungen zu Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentangaben“ (**M 4**) einsetzen. Dieses Material beinhaltet zehn Aufgaben, die von den Lernenden ohne Taschenrechner gelöst werden sollen. Ziel dieser Kopfübungen ist das Wachhalten von Basisfertigkeiten bzw. von Basiswissen. Die Kopfübungen bieten somit eine erste Lerngelegenheit und geben den Lernenden einen Überblick über ihr aktuelles Wissen, damit sie sich selbst einschätzen können, um zu entscheiden, welche Aufgaben sie in der nächsten Übungseinheit bearbeiten. In der Regel sollte die Durchführung der Kopfübungen nicht mehr als fünfzehn Minuten dauern. Die einzelnen Aufgaben können Sie den Lernenden entweder über die Dokumentenkamera oder den Overheadprojektor präsentieren.

Alternativ finden sich die Kopfübungen auch als PowerPoint-Präsentation im Zusatzmaterial zum Download wieder. Damit ergibt sich die Möglichkeit, dass Sie die Aufgaben auch nacheinander präsentieren. Geben Sie Ihrer Klasse je nach Aufgabenvolumen dementsprechend Zeit zur Bearbeitung. Die Lernenden bearbeiten alle Aufgaben in Einzelarbeit und notieren dafür einfach nur die Lösungen auf einem Extrablatt. Dabei dürfen keine schriftlichen Nebenrechnungen oder Skizzen erstellt werden.

Am Ende der Kopfübungen werden die Lösungen der Aufgaben nacheinander aufgedeckt. Die Korrektur der Lösungen wird von den Lernenden übernommen. Sie können sich überlegen, ob die Lernenden ihre Lösungsblätter untereinander austauschen, damit eine Fremdkorrektur stattfindet.

**Tip:** Lassen Sie sich die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben mitteilen bzw. welche Aufgaben am besten gekonnt wurden und welche eher weniger gut. Dadurch erhalten Sie einen Überblick über die Leistungsfähigkeit Ihrer Klasse.

Außerdem können Sie noch mal gezielt Aufgaben besprechen, die nicht so gut gekonnt wurden. Eine Besprechung der Aufgaben kann dann, je nach Zeitbedarf, ansatzweise bzw. exemplarisch geschehen. Eine Klärung aller auftretenden Probleme bzw. Fragen könnte den zeitlichen Rahmen übersteigen. Alternativ können Sie die Kopfübungen auch einsammeln, diese zu Hause korrigieren und können somit eine individuelle Rückmeldung geben.

Zur **vertiefenden Übung** dient das Arbeitsblatt „Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen“ (**M 5**). Das Konzept ermöglicht einen nachhaltigen Beitrag zu einem zeitgemäßen Üben im Mathematik-



unterricht, der den aktuellen Ansprüchen nach kognitiver Aktivierung und Kompetenzorientierung von Lernenden gerecht wird. Die vier Teilaufgaben haben zum Ziel, verschiedene Übungsaspekte (Fertigkeiten, Vorstellungen, Anwenden) zu fördern, die zudem auf die Heterogenität der Lernenden eingehen. Während die ersten beiden Teilaufgaben einfache Grund- und Umkehraufgaben sind, wird das Anspruchsniveau durch herausfordernde Begründungs- und Problemaufgaben erhöht. Das Übungsblatt kann sowohl in Lernsituationen als auch in Leistungssituationen eingesetzt werden.

Die maximale Bearbeitungszeit ist je nach Lerngruppe auf ca. 25 Minuten begrenzt und erfolgt in der Regel in Einzelarbeit. Setzen Sie die Aufgaben in Lernsituationen ein, dann bearbeiten die Lernenden nicht alle Teilaufgaben. In der Praxis hat sich eine Bearbeitung von zwei von vier Aufgaben bewährt. In Leistungssituationen sollten die Teilaufgaben in der gegebenen Reihenfolge (von leicht nach schwer) bearbeitet werden. Besprechen Sie vorab, wie die Lernenden die Aufgaben bearbeiten sollen.

Zur Besprechung bzw. Auswertung der Aufgaben ergeben sich wieder unterschiedliche Möglichkeiten:

1. Sie sammeln die Lösungen ein, korrigieren diese zu Hause und können somit eine individuelle Rückmeldung geben.
2. Auf Grundlage der Musterlösungen besprechen und gleichen die Lernenden innerhalb einer Kleingruppe ihre Ergebnisse miteinander ab.
3. Sie können auch die Musterlösungen an einem vertrauten Ort aushängen, sodass alle die Möglichkeit haben, individuell zu korrigieren.

**Tipp:** Wird eine Aufgabe aus dem mittleren und/oder schweren Niveau nicht bearbeitet, kann man diese gemeinsam im Anschluss mit den Schülerinnen und Schülern an der Tafel bearbeiten.

Zur **spielerischen Übung** können Sie das Spiel „Stille Post“ (**M 6**) nutzen. Hierbei ist es besonders wichtig, dass die Lernenden wissen, zwischen welchen Darstellungsformen jeweils gewechselt werden soll. Deshalb ist es wichtig, dass Sie die Spielanleitung (**M 6**) vorab gemeinsam mit der Klasse besprechen. Gegebenenfalls illustrieren Sie ein Beispiel an der Tafel bzw. über die Dokumentenkamera oder den Overheadprojektor. Die Größe der Gruppe kann aus 4 bzw. 5 Personen bestehen. Eine kleinere Gruppengröße ergibt keinen Sinn, da somit die letzte Person bereits einmal den Zettel hatte und daher weiß, was als frühere Lösung notiert wurde. **M 6a–d** bietet Ihnen Material für vier Spielrunden. Die Starttabellen der einzelnen Runden sollten Sie dabei zuvor schon voneinander trennen, damit die einzelnen Gruppenmitglieder nicht schon vor Beginn sehen, welche Startdarstellung die anderen Gruppenmitglieder haben.

Der Spielphase sollte sich eine Reflexionsphase anschließen, in welcher die einzelnen Gruppen die jeweiligen Darstellungswechsel analysieren. Folgende Leitfragen können dabei helfen: Was ist gelungen? Welche Darstellungsfehler wurden gemacht? Was kann ich in der nächsten Spielrunde besser machen?

**Tipp:** Sie können auch einzelne Darstellungswechselfehler auswählen und diese dann mit der Klasse im Plenum gemeinsam besprechen.

### Was muss bekannt sein?

Damit die Lernenden die Fähigkeit erlangen, flexibel zwischen den verschiedenen Darstellungsformen zu wechseln, müssen tragfähige und stabile Grundvorstellungen zum Zahlverständnis „Brüche“ und „Dezimalzahlen“ vorhanden sein. Eine weitere Voraussetzung für diese Unterrichtseinheit ist, dass die Lernenden rechnerische Fertigkeiten besitzen, Brüche in Prozentangaben und Dezimalzahlen umzuwandeln und umgekehrt.



## Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- gehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um (K 5), indem sie flexibel mit den ikonischen und symbolischen Darstellungen von Prozentzahl, Dezimalzahl und Bruchzahl arbeiten und zwischen diesen wechseln.
- kommunizieren (K 6), indem sie vor allem in den Spielen Dialoge und Diskussionen über das mathematische Thema „Prozent – Bruch – Dezimalzahl“ führen und sich dabei mit Texten und mündlichen Äußerungen anderer kritisch und sachbezogen auseinandersetzen.

## Erklärung zu Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
	einfaches Niveau	 mittleres Niveau	 schwieriges Niveau
	Download	 Alternative	 LearningApps

## Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt, Sp = Spiel, ppt = PowerPoint-Präsentation

Planung für 3–4 Stunden



### Einstieg

**M 1 (Ab)** Memory



### Spielerische Erarbeitung

**M 2 (Sp)** Quartett – Spielanleitung

**M 2a (Sp)** Quartett – Basiswissen

**M 2b (Sp)** Quartett – Erweitertes Wissen

### Ergebnissicherung

**M 3a (Ab)** Merkblatt – Basiswissen

**M 3b (Ab)** Merkblatt – Erweitertes Wissen



### Übung

**M 4 (Ab/ppt)** Kopfübungen – Brüche, Dezimalzahlen und Prozentzahlen

**M 5 (Ab)** Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen

**M 6 (Sp)** Stille Post – Anleitung

**M 6a–d (Sp)** Stille Post – Runde 1–4

### Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 23.

### Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

**M 4 (Ab/ppt)** Kopfübungen – Brüche, Dezimalzahlen und Prozentzahlen

**M 5 (Ab)** Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen

**M 6 (Sp)** Stille Post – Anleitung

**M 6a–d (Sp)** Stille Post – Runde 1–4



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus: *Darstellungen rationaler Zahlen vernetzen*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



I.A.31  
Aufbau der Zahlbereiche  
Darstellungen rationaler Zahlen vernetzen –  
Facettenreich und kreativ üben

Nach einer Idee von Alexander Blöchl



Konkrete Zahlen können in der Mathematik unterschiedlich dargestellt werden. So können die in Form von Brüchen, Dezimalzahlen und Prozentzahlen, aber auch in unterschiedlicher Darstellung mit den Hilfe digitaler Medien in Form von Balken, Ziffern und anderen Darstellungen vernetzt werden. Durch die Lernenden für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen (Tafel und Appareturen auswählen und nutzen oder eine Darstellung in eine andere übertragen können, können diese gut miteinander vernetzt sein. Mit Hilfe von Hilfsmitteln, Internet, Spielen und Lernprogrammen liegt dieser Beitrag in hohem Maße dazu bei, dass eine solche Vernetzung in den Köpfen der Lernenden entsteht und gefestigt wird.

**KOMPETENZPROFIL**

**Klassifizierung:** 5/6  
**Dauer:** 4 Unterrichtsstunden (Minuten) / ca. 2 Stunden  
**Inhalt:** Brüche, Dezimalzahlen, Prozentangaben  
**Kompetenzen:** mit symbolischen, verbalen und technischen Elementen die Mathematik anwenden, ISL, Kommunikation 100  
**Methoden:** Internet-Suche, Suchmaschinen, Web 2.0

 Learning Academy  
www.learning-academy.de