

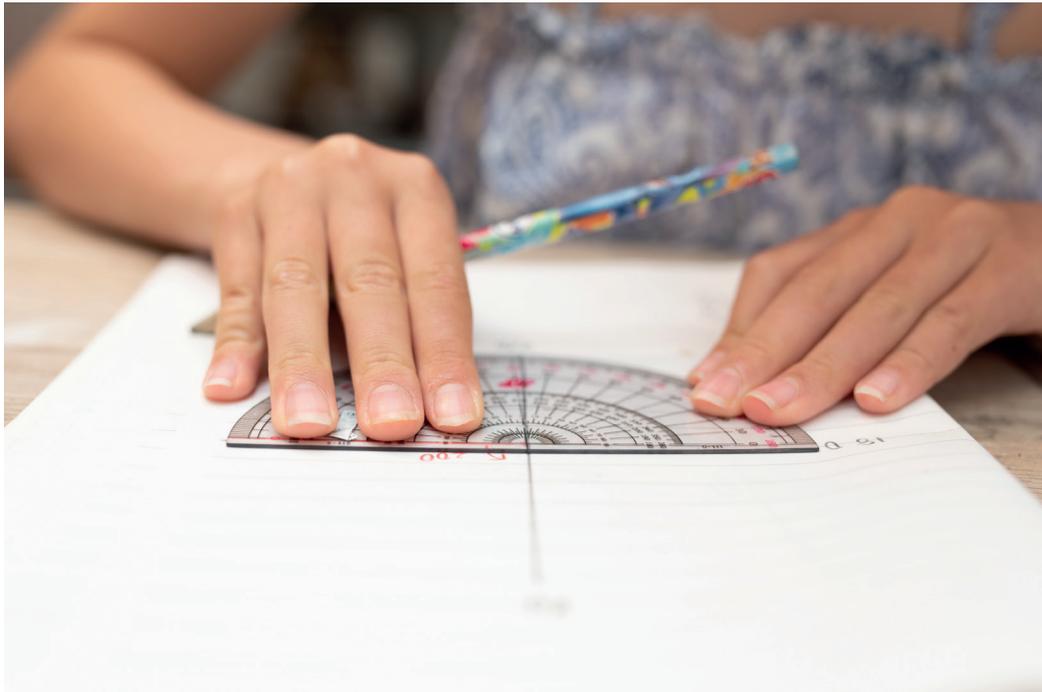


## III.54

### Form und Raum

# Winkelsätze und Winkelsummensatz – Übungen zum Erschließen und Anwenden

Ein Beitrag von Ann-Cathrin Bremer und Birgit Bremer



© RAABE 2023

© Hakase\_/iStock/Getty Images Plus

In dieser Unterrichtseinheit geht es um das Entdecken und Erschließen von Winkelsätzen und dem Winkelsummensatz im Dreieck. Ein Eingangstest, verschiedene Niveaustufen und Tipp-Karten helfen den Lernenden bei ihrem Lernprozess. Die Nutzung von *GeoGebra* unterstützt beim Erkunden der Themenbereiche. Zudem haben die Lernenden die Möglichkeit, auf *LearningApps* zurückzugreifen, was für Abwechslung während der Unterrichtseinheit sorgt.

---

#### KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	7/8
<b>Dauer:</b>	8 Unterrichtsstunden (Minimalplan 5)
<b>Inhalt:</b>	Winkelsätze, Winkelsummensatz
<b>Kompetenzen:</b>	mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), kommunizieren (K6)
<b>Medien:</b>	GeoGebra, LearningApps

---

GeoGebra

## Didaktisch-methodisches Konzept

Durch das Zeichnen und Ausmessen der drei Winkel verschiedener Dreiecke können die Lernenden innerhalb kürzester Zeit herausfinden, dass die Winkelsumme in einem Dreieck immer  $180^\circ$  beträgt. Schwieriger wird es jedoch, wenn die Lernenden dies mathematisch begründen sollen. Hierfür werden die Schülerinnen und Schüler zunächst die Winkelsätze und aufbauend darauf den Winkelsummensatz kennenlernen. Beim Erkunden unterstützt das Programm GeoGebra, wobei auch gleichzeitig die Medienkompetenz gefördert wird.

### Um was geht es inhaltlich?

In dieser Unterrichtseinheit wiederholen die Lernenden zunächst das Thema Winkelarten und Parallelität. Im Anschluss daran erarbeiten sich die Schülerinnen und Schüler den Themenbereich der Winkelsätze und darauf aufbauend den Winkelsummensatz.

### Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

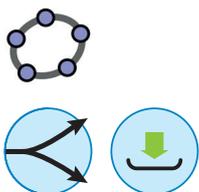
Mit der **Lernstandsdiagnose** „Winkelarten und parallele Geraden – Bin ich fit?“ ((**M 1**) einfaches Niveau; (**M 2**) mittleres Niveau) können die Lernenden zu Beginn der Unterrichtseinheit überprüfen, ob sie die Kompetenzen zu den Themenbereichen *Winkelarten und Parallelität* bereits mitbringen. Dies stellt die Grundlage für das Verständnis der neuen Themen *Winkelsätze und Winkelsummensatz* dar.

Der **Einstieg** erfolgt mithilfe des Arbeitsblatts „Dreiecke und deren Innenwinkelsumme“ (**M 3**). Hier messen die Lernenden zunächst Winkelgrößen und Seitenlängen. Sie stellen fest, dass bei einem gleichschenkligen Dreieck neben zwei Seiten auch zwei Winkel gleich groß sind. Zudem erkennen Sie, dass die Innenwinkelsumme in einem Dreieck immer  $180^\circ$  beträgt. An dieser Stelle können die Lernenden jedoch noch nicht begründen, warum die Innenwinkelsumme eines jeden Dreiecks  $180^\circ$  beträgt. Hierfür benötigen die Lernenden zunächst das Wissen über die Winkelsätze, da die Innenwinkelsumme hiermit später begründet wird.

Die **Erarbeitung** erfolgt daher zunächst mit dem Arbeitsblatt „Winkelsätze entdecken“ (**M 4**). Die Arbeitsblätter **M 3** (Zusatzaufgabe 1e) und **M 4** (Aufgaben 2–4) werden mithilfe von GeoGebra bearbeitet. Das Programm bzw. die Dateien können mit einem QR-Code oder alternativ mit dem Link abgerufen werden. Sowohl der QR-Code als auch der Link ist auf den jeweiligen Arbeitsblättern zu finden. Alternativ stehen Ihnen die GeoGebra-Dateien als Zusatzmaterial zum Download zur Verfügung. GeoGebra bietet den Vorteil, dass die Lernenden einzelne Elemente wie Geraden oder Winkel verändern können. Dies unterstützt das Entdecken mathematischer Eigenschaften, Gesetze oder Zusammenhänge.

Zur **Ergebnissicherung** dient die Übersicht „Merkblatt – Winkelsätze“ (**M 5**). Diese fasst das Wissen zu Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkel zusammen.

In einer weiteren **Erarbeitungsphase** wird das erlernte Wissen nun benötigt, um mithilfe des Arbeitsblatts „Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen“ (**M 6**) den Beweis für die Innenwinkelsumme erläutern zu können. Da das Beweisen der Innenwinkelsumme sehr anspruchsvoll ist, bearbeiten



die Lernenden dieses Arbeitsblatt in Partnerarbeit. Zudem können sie auf verschiedene „Tipp-Karten zu ‚Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen‘“ (M 7) zurückgreifen.

Als **Ergebnissicherung** dient das Material „Merkblatt – Winkelsumme im Dreieck“ (M 8).

Zur **Übung** der Winkelsätze und des Winkelsummensatzes stehen jeweils zwei Arbeitsblätter zur Verfügung, die sich im Niveau unterscheiden. Die Übungen „Winkelsätze anwenden“ ((M 9) einfaches bis mittleres Niveau; (M 10) mittleres bis schwieriges Niveau) knüpfen an das Arbeitsblatt M 4 an, sodass hier die Winkelsätze angewendet werden. Die Übungen „Winkelsummensatz anwenden“ ((M 11) einfaches bis mittleres Niveau; (M 12) mittleres bis schwieriges Niveau) greifen das Arbeitsblatt M 6 auf, sodass hier der Winkelsummensatz angewendet wird. Es ist möglich, die Übungen direkt im Anschluss an die Arbeitsblätter zur Erarbeitung der Themen einzusetzen. Darüber hinaus können aber auch erst beide Themen mithilfe von M 4 und M 6 erarbeitet werden und im Anschluss hintereinander eingeübt werden.

Die Medienkompetenz wird in M 9 (Aufgabe 2) und M 11 (Aufgabe 2) zudem mit *LearningApps* gefördert. Auch hier können die Lernenden entweder den QR-Code oder alternativ den Link nutzen, um auf die Angebote zurückzugreifen. Die Verwendung der *LearningApps* stellt immer eine weitere Möglichkeit dar, das heißt, dass alle Aufgaben theoretisch auch weiterhin auf dem Papier bearbeitet werden können.



Zur **Lernerfolgskontrolle** können die Lernenden „Bin ich fit? – Teste dich!“ (M 13) nutzen. Die Aufgaben enthalten drei Niveaustufen. Die erste Aufgabe bezieht sich auf die Winkelsätze, die zweite Aufgaben bezieht sich auf den Winkelsummensatz. Nach Kontrolle der Aufgaben erhalten die Lernenden mithilfe eines Punktschemas eine Einschätzung über ihren Leistungsstand. Es ist möglich, dass die Schülerinnen und Schüler zwischen den Niveaustufen wechseln, da es zu jeder Niveaustufe unterschiedliche Kompetenzen abfragt und somit eine andere Einschätzung erfolgt.

### Was muss bekannt sein?

Die Schülerinnen und Schüler sollten verschiedene Winkelarten und deren Winkelgrößen kennen. Darüber hinaus sollte die Bedeutung des mathematischen Begriffs „parallel“ bekannt sein. Um dies zu wiederholen, können die Arbeitsblätter M 1 und M 2 (*Winkelsätze und Winkelsummensatz*) genutzt werden. Zudem sollten die Lernenden in der Lage sein, Winkel zu messen und diese mit griechischen Buchstaben zu beschriften.

### Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- argumentieren mathematisch (K 1), indem sie die Innenwinkelsumme des Dreiecks mithilfe der Winkelsätze begründen
- argumentieren mathematisch (K 1), indem sie mathematische Aussagen überprüfen und anschließend begründen
- lösen Probleme mathematisch (K 2), indem sie geeignete Strategien auswählen, um fehlende Winkel an geschnittenen (parallelen) Geraden oder in Dreiecken zu berechnen
- kommunizieren (K 6), indem sie die Begründung des Winkelsummensatzes für Dreiecke sprachlich darstellen

## Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Lek = Lernerfolgskontrolle Mb = Merkblatt; Tk = Tippkarten  
Planung für 8 Stunden

### Lernstandsdiagnose



Thema: **Winkelarten und parallele Geraden**

M 1 (Ab) Winkelarten und parallele Geraden – Bin ich fit?

M 2 (Ab) Winkelarten und parallele Geraden – Bin ich fit?

### Einstieg



Thema: **Winkelsummensatz**

M 3 (Ab) Dreiecke und deren Innenwinkelsumme

### Erarbeitung I



Thema: **Winkelsätze**

M 4 (Ab) Winkelsätze entdecken

### Ergebnissicherung I

Thema: **Winkelsätze**

M 5 (Mb) Merkblatt – Winkelsätze

### Erarbeitung II

Thema: **Winkelsumme im Dreieck**

M 6 (Ab) Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen

M 7 (Tk) Tippkarten zu „Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen“

### Ergebnissicherung II

Thema: **Winkelsumme im Dreieck**

M 8 (Mb) Merkblatt – Winkelsumme im Dreieck

## Übung

**Thema:** **Winkelsätze und Winkelsumme**

<b>M 9 (Ab)</b>	Winkelsätze anwenden
<b>M 10 (Ab)</b>	Winkelsätze anwenden
<b>M 11 (Ab)</b>	Winkelsummensatz anwenden
<b>M 12 (Ab)</b>	Winkelsummensatz anwenden
<b>M 13 (Lek)</b>	Bin ich fit? – Teste dich!



## Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 20.

## Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für fünf Stunden mit den folgenden Materialien:

**Thema:** **Winkelsätze und Winkelsumme**

<b>M 3 (Ab)</b>	Dreiecke und deren Innenwinkelsumme
<b>M 4 (Ab)</b>	Winkelsätze entdecken
<b>M 5 (Mb)</b>	Merkblatt – Winkelsätze
<b>M 6 (Ab)</b>	Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen
<b>M 7 (Tk)</b>	Tippkarten zu „Innenwinkelsumme im Dreieck beweisen“
<b>M 8 (Mb)</b>	Merkblatt – Winkelsumme im Dreieck
<b>M 13 (Lek)</b>	Bin ich fit? – Teste dich!

## Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Zusatzaufgaben		Alternative		Selbsteinschätzung

## M 1



<https://raabe.click/>

[Winkel-messen](#)

## Winkelarten und parallele Geraden – Bin ich fit?

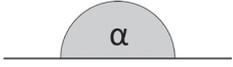
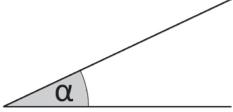
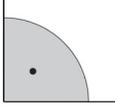
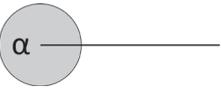
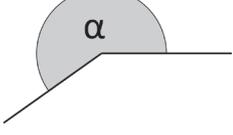
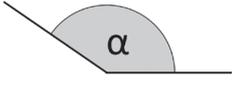
### Aufgabe 1

**Schneide** die Kärtchen aus.

**Ordne** die richtige Winkelart, Winkelgröße und die passende Abbildung einander zu.

**Überprüfe** deine Lösung.

**Klebe** die Kärtchen richtig geordnet in dein Heft oder auf ein Extrablatt.

Nullwinkel	$\alpha = 180^\circ$	
überstumpfer Winkel	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	
rechter Winkel	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	
spitzer Winkel	$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	
gestreckter Winkel	$\alpha = 0^\circ$	
stumpfer Winkel	$\alpha = 90^\circ$	
Vollwinkel	$\alpha = 360^\circ$	

© RAABE 2023

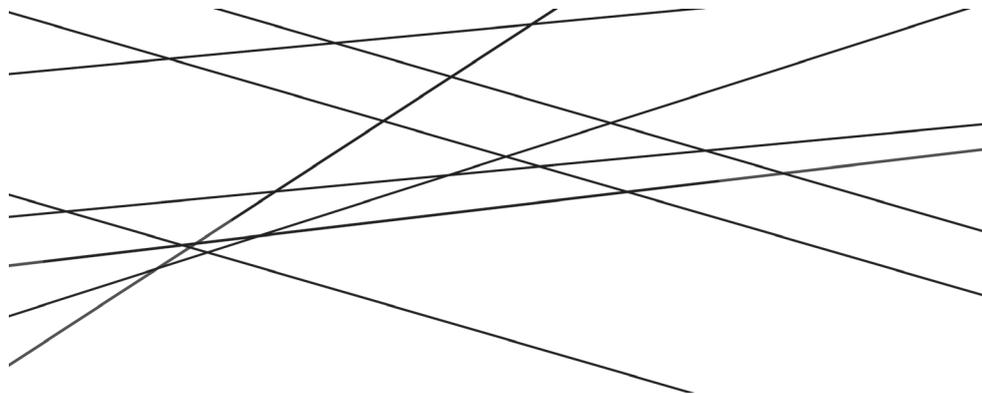


<https://raabe.click/>

[parallele-Geraden](#)

### Aufgabe 2

**Markiere** zueinander parallele Geraden mit derselben Farbe.



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Winkelsätze und Winkelsummensatz*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

