

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Grundlegende Kombinatorik - Variationen, Kombinationen und Permutationen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Grundlegende Kombinatorik – Variationen, Kombinationen und Permutationen

Ein Beitrag von Dr. Jürgen Franke



Wikimedia Commons (genügend geschützt)

In diesem Beitrag erfahren die Jugendlichen, wie man komplexe Probleme aus der Technik und dem Alltag mathematisch modellieren kann. Dabei lernen Sie die vier Untermodelle kennen und unterscheiden zwischen Variationen, Kombinationen und Permutationen. Der interdisziplinäre Unterricht stärkt die Motivation der Schülerinnen und Schüler und zeigt auf, welche enorm wichtige Rolle die Kombinatorik in technologischen Fragestellungen spielt.

RAABE
LEARNING

Grundlegende Kombinatorik – Variationen, Kombinationen und Permutationen

Ein Beitrag von Dr. Jürgen Franke



Wikimedia Commons [gemeinfrei gestellt]

In diesem Beitrag erfahren die Jugendlichen, wie man komplexe Probleme aus der Technik und dem Alltag mathematisch modellieren kann. Dabei lernen Sie die vier Urnenmodelle kennen und unterscheiden zwischen Variationen, Kombinationen und Permutationen. Der interdisziplinäre Unterricht stärkt die Motivation der Schülerinnen und Schüler und zeigt auf, welche enorm wichtige Rolle die Kombinatorik in technologischen Fragestellungen spielt.

Grundlegende Kombinatorik – Variationen, Kombinationen und Permutationen

Oberstufe (grundlegend)

von Dr. Jürgen Franke

Hinweise	1
M1 Ziehen mit Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge	2
M2 Ziehen ohne Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge	6
M3 Ziehen ohne Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge	9
M4 Permutationen mit mehreren gleichartigen Elementen	12
M5 Ziehen mit Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge	15
Lösungen	18

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die vier Urnenmodelle kennen, unterscheiden die Begrifflichkeiten der Kombinatorik und wenden ihr neues Wissen an anschaulichen Aufgaben aus dem Alltag und der Technik an. Die Jugendlichen erkennen mit diesem Beitrag, dass scheinbar einfache Probleme, wie das Verarbeiten eines Buchstabens mit dem Computer, bereits Wissen aus der Kombinatorik verlangen.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Ziehen mit Zurücklegen mit Reihenfolge	M1	AB
Ziehen ohne Zurücklegen mit Reihenfolge	M2	AB
Ziehen ohne Zurücklegen ohne Reihenfolge	M3	AB
Permutationen mit mehreren gleichartigen Elementen	M4	AB
Ziehen mit Zurücklegen ohne Reihenfolge	M5	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Variationen, Kombinationen, Permutationen, Ziehen mit und ohne Zurücklegen bzw. mit und ohne Reihenfolge, Permutationen gleichartiger Elemente

Medien: TR/CAS

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Die Lernenden kennen einfache und zusammengesetzte Zufallsexperimente, können Ergebnismengen und Ereigniswahrscheinlichkeiten bestimmen und sind sicher beim Zeichnen von Baumdiagrammen. Sie wenden Logarithmusgesetze an und kennen idealerweise die Summen- und Produktschreibweise mithilfe des Summen- bzw. Produktzeichens, um Herleitungen nachvollziehen zu können.

Lehrplanbezug

Im Kernlernplan https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GOSt_Mathematik.pdf finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente,
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln.

Die Lernenden nutzen im Verlauf des Beitrags zudem digitale Hilfsmittel bzw. Werkzeuge wie Computeralgebrasysteme (CAS) oder Tabellenkalkulationsprogramme, um Sachverhalte zu prüfen.

M1 Ziehen mit Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge

Wenn alle Ergebnisse eines Zufallsexperiments gleich wahrscheinlich sind (Laplace-Experiment), dann liegt Gleichverteilung vor. Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses erhält man dann durch Abzählen der zu ihm gehörenden Ergebnisse (Summenregel). Ein Ereignis kann aber auch durch den Ausgang mehrerer Einzelexperimente definiert werden.

Beispiel

Sie werfen eine Münze dreimal hintereinander. Dabei gibt es acht verschiedene Variationen¹ einer Reihenfolge aus Wappen (W) und Zahl (Z) für den Ausgang Ihres Zufallsexperiments: WWW, WWZ, WZW, WZZ, ZWW, ZWZ, ZZW, ZZZ.

Sie können diese acht Variationen als mögliche Ergebnisse ihres Zufallsexperiments „dreimal Münze werfen“ ansehen.

Die Ergebnismenge S lautet dann wie folgt:

$$S = \{WWW; WWZ; WZW; WZZ; ZWW; ZWZ; ZZW; ZZZ\}$$

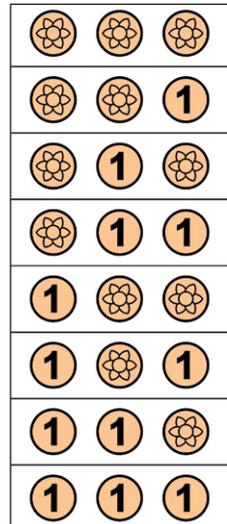
Alle acht Variationen sind gleich wahrscheinlich mit jeweils $\frac{1}{8}$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass z. B. beim zweiten Wurf die gleiche Seite erscheint wie beim ersten, berechnen Sie mithilfe der Ereignismenge $E = \{WWW, WWZ, ZZW, ZZZ\}$.

Als Produkt der Anzahl der Elemente in E und der Einzelwahrscheinlichkeit ergibt sich

$$P(E) = \frac{1}{8} \cdot 4 = \frac{1}{2}.$$

Für dieses Beispiel der Münzen könnten wir noch ein Baumdiagramm zeichnen. Wenn wir aber einen Würfel verwenden würden, oder sechsmal die Münze werfen, gäbe es schon so viele Variationen, dass ein Baumdiagramm sehr unübersichtlich werden würde.



Grafik: Dr. Jürgen Franke

¹ Wenn die Reihenfolge bei einer Auswahl beachtet wird (geordnet), spricht man von Variationen. Wenn die Reihenfolge nicht beachtet wird (ungeordnet), spricht man von Kombinationen.

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Grundlegende Kombinatorik - Variationen, Kombinationen und Permutationen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Grundlegende Kombinatorik – Variationen, Kombinationen und Permutationen

Ein Beitrag von Dr. Jürgen Franke



Wikimedia Commons (genügend geschützt)

In diesem Beitrag erfahren die Jugendlichen, wie man komplexe Probleme aus der Technik und dem Alltag mathematisch modellieren kann. Dabei lernen Sie die vier Untermodelle kennen und unterscheiden zwischen Variationen, Kombinationen und Permutationen. Der interdisziplinäre Unterricht stärkt die Motivation der Schülerinnen und Schüler und zeigt auf, welche enorm wichtige Rolle die Kombinatorik in technologischen Fragestellungen spielt.

RAABE
LEARNING