

II.C.23

Stochastik

Wahrscheinlichkeit anhand des Dodekaeders – Würfelglück in *Dungeons & Dragons* und Co.

Nach einer Idee von Günther Weber

Mit Illustrationen von Mona Hitzeneauer



© Foto: Tim Ives/Netflix

Pen-&Paper-Rollenspiele wie *Dungeons & Dragons* erfreuen sich bei Jugendlichen großer Beliebtheit. Als das Spiel der „Nerds“ findet es diverse popkulturelle Verweise beispielsweise in den Serien *Stranger Things* oder *The Big Bang Theory*. Würfel sind hier beim Ausführen von Aktionen von entscheidender Bedeutung. Anders als bei Würfelspielen wie *Mensch ärgere Dich nicht* existieren dabei mehr und vielfältigere Würfel als nur der sechsseitige. Damit wird die Wahrscheinlichkeit für bestimmte Ereignisse noch interessanter. Dieser Beitrag motiviert daher mit einem hohen Grad an Schülerorientierung und vielfältigen Aufgaben im Speziellen mit Fokus auf den 12-seitigen Würfel, den Dodekaeder.

KOMPETENZPROFIL



Klassenstufe:	Sek. II
Dauer:	3 Unterrichtsstunden (Minimalplan 1)
Inhalt:	Mengenoperationen bei Ereignismengen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Übergangsdigramm und Übergangsmatrix, Bernoulli-Experiment, faires Spiel
Kompetenzen:	mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Didaktisch-methodisches Konzept

Um was geht es inhaltlich?

Dieser Beitrag erfordert die Mengenoperationen (Komplementär-, Vereinigungs- und Schnittmenge) auf vorher bestimmte Ereignismengen anzuwenden und diese zur Berechnung von bestimmten Wahrscheinlichkeiten zu nutzen. Ebenso verwenden die Lernenden die Pfadregeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in zwei- bzw. mehrstufigen Zufallsexperimenten bei einem Spiel. Wird die Anzahl der Versuche beim Spiel größer, so führen sie die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mithilfe einer Übergangsmatrix durch. Vergrößert sich die Anzahl der Laplace-Zufallsexperimente, so setzen die Jugendlichen die Formel von Bernoulli ein. Ebenso überprüfen sie bei einem Laplace-Zufallsexperiment, ob ein durchgeführtes Spiel fair ist.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Zum **Einstieg** in die Unterrichtseinheit können Sie Ihrer Klasse die *Dungeons-&-Dragons*-Spielszene aus der beliebten Serie *Stranger Things* Staffel 4 Folge 1 zeigen (Achtung: Für die Serie gilt FSK 16). Sie zeigt, wie die Gruppe der Jugendlichen aufgrund der Würfelwahrscheinlichkeit Risiken für den weiteren Spielverlauf abwägt. Mit diesem schülerorientierten, popkulturellen Verweis schaffen Sie Motivation und Neugier für den folgenden Lerninhalt. Die entsprechende Szene können Sie unter diesem Link abrufen: <https://raabe.click/StrangerThings>.

Alternativ oder zusätzlich zur Filmsequenz können Sie das Material „*Dungeons & Dragons, Stranger Things, Big Bang Theory* und das entscheidende Würfelglück“ (**M 1**) austeilen oder mithilfe eines OHPs oder einer Dokumentenkamera im Plenum besprechen. Es lässt sich als Informationstext und Bildimpuls verwenden.

In die **Erarbeitung** überleiten, nachdem Sie die Lernenden mit **M 1** aus ihrer Erfahrungswelt abgeholt haben, können Sie mithilfe des Informationstextes „Würfel bei Pen-&Paper-Rollenspielen“ (**M 2**). Dieser lenkt den Fokus auf den Erarbeitungsgegenstand: die Würfel. Die offene Aufgabenstellung bezweckt sowohl ein Abtesten des Vorwissens wie auch die Aktivierung aller Lernenden und fördert zudem die Kreativität. Da nicht vorausgesetzt werden kann, dass sich alle Lernenden mit dem Spiel *Dungeons & Dragons* auskennen, müssen die selbst ausgedachten Fragen nichts mit dem Spiel zu tun haben. Falls die Lernenden die Aufgaben doch vertieft auf *D & D* anwenden sollen, empfiehlt sich der Youtube-Kanal „Abenteurergilde“. Hier wird das Spiel kurz, übersichtlich und anschaulich erklärt. Wie die Würfel in dem Spiel *Dungeons & Dragons* eingesetzt werden, wird beispielsweise in dem Video erklärt, dass Sie über diesen Link aufrufen können: <https://raabe.click/DnD>. Auch Personen, die zuvor noch nie etwas mit *Dungeons & Dragons* zu tun hatten, bekommen so schnell ein grundlegendes Verständnis der Bedeutung der Würfel in diesem Spiel.

Zur Verbesserung des räumlichen Vorstellungsvermögens und zur Unterstützung der enaktiven Phase nach Brunner könnten Sie die entsprechenden Würfel als Anschauungsobjekte mitbringen. Diese können ganz einfach im Spielhandel oder online käuflich erworben werden. Ebenso könnten Sie *Pen-&Paper*-Rollenspiel-begeisterte Lernende bitten, Ihre Würfelsets mitzubringen, falls diese eigene besitzen.

Wollen Sie neben den stochastischen Fähigkeiten auch noch das geometrische Wissen stärken, die Handlungsorientierung hervorheben und das räumliche Vorstellungsvermögen vertiefen, bietet es sich an, die Lernenden die Würfel basteln zu lassen. Dabei müssen die Lernenden aus einem Würfelnetz den entsprechenden Würfel kreieren.



Das Material „Bastelvorlage Dodekaeder“ (**M 3a schwereres Niveau; M 3b leichteres Niveau**) bietet hierbei beispielhaft das Körpernetz eines Dodekaeders. Beim leichteren Niveau ist die Beschriftung hierbei schon vorgegeben, beim schwereren Niveau müssen die Lernenden selbst noch überlegen, welche Zahl auf welche Fläche muss. Als Zusatz- und Transferaufgabe können die Lernenden einen weiteren Würfel wählen und dessen Körpernetz selbst zeichnen. Hierbei kann differenziert werden, indem Leistungsschwächere sich an dem relativ einfachen Körpernetz des Tetraeders und Leistungsstärkere an dem Körpernetz des im Gegensatz dazu schwereren Trapezoeders oder des Ikosaeders versuchen.

Alternativ hierzu könnte die Erstellung der Würfel auch über GeoGebra erfolgen bzw. veranschaulicht werden. Beispielhaft stehen Ihnen hierzu die Dateien zum Dodekaeder, zum Tetraeder und zum Isokaeder als Zusatzmaterialien zum Download zur Verfügung.

Zur vertiefenden **Übung** können die Lernenden anschließend die vielfältigen Aufgaben des Aufgabenblatts „Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders“ (**M 4**) bearbeiten. Aufgabe 1 zu **M 4** steht Ihnen alternativ auch als *LearningApp* <https://learningapps.org/view22612443> zur Verfügung und kann von Lernschwächeren genutzt werden, da hier die Antworten vorgegeben sind und nur noch zugeordnet werden müssen. Möchten Sie die LearningApp modifizieren, rufen Sie den Weblink <https://learningapps.org/22612443> auf und klicken links unten auf „ähnliche App erstellen“. In der Maske können Sie nach Belieben Veränderungen vornehmen und die abgeänderte App in Ihrem eigenen Account abspeichern. Bitte beachten Sie, dass sich dadurch der Zuganglink ändert.

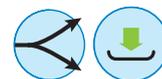
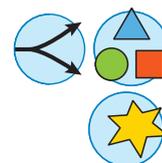
Bei Aufgabe 2 diskutieren die Lernenden idealerweise die Vor- und Nachteile der beiden Lösungswege nach der Bearbeitung im Unterrichtsgespräch. Die Lösung der Aufgabe soll hier mithilfe eines Baumdiagramms bzw. durch Angabe der Ereignismenge entstehen.

Bei Aufgabe 4 können die beiden komplexen Baumdiagramme bei einer bzw. zwei gestrichenen Ziffern gruppenweise bearbeitet werden. Als Zusatzaufgabe wählen Sie oder die Lernenden selbst andere Zahlen oder Operationen auf dem Bingodreieck und lassen wiederum die Wahrscheinlichkeiten für die gestrichenen Zahlen bestimmen. Ebenfalls kann dies bei Aufgabe 5 geschehen. Hier können Sie zur Differenzierung nach Leistung auch mithilfe der Übergangsmatrix ein Zahlentripel auf dem Bingodreieck herausfinden lassen, das die größte Gewinnwahrscheinlichkeit hat. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle 3 Zahlen gestrichen wurden, ist hier am größten. Bei den Aufgaben 6 und 7 lernt Ihre Klasse einen „Nicht“-Laplace-Dodekaeder kennen. Die Aufgaben können getrennt von den anderen Aufgaben, evtl. auch zu einem früheren oder späteren Zeitpunkt, bearbeitet werden.

Zur **Hilfestellung** können die Lernenden die Tippkarte „Spickzettel“ (**M 5**) nutzen. Neben ein paar Eigenschaften zum Dodekaeder, die den Lernenden beim geometrischen Einordnen des Würfels helfen, finden sich hier auch noch mal die Mengenoperationen übersichtlich und anschaulich in Venn-Diagrammen mit Erklärung dargestellt.

Was muss bekannt sein?

Aus dem Bereich der Stochastik beherrschen die Lernenden das Zeichnen von Baumdiagrammen und die Pfadregeln. Ebenso sollten sie die Formel von Bernoulli kennen und anwenden können. Die Jugendlichen sind mit dem Erwartungswert einer Zufallsvariablen vertraut und wissen, wann ein Spiel fair ist.



Diese Kompetenzen trainieren die Lernenden

Die Lernenden

- modellieren mathematisch (K 3), indem sie zu einem Würfelspiel passende stochastische Modelle auswählen.
- gehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um (K 5), indem sie zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln, Berechnungen ausführen und Hilfsmittel wie den Taschenrechner dabei problemangemessen einsetzen.

Mediathek

Internetadressen

- ▶ https://www.youtube.com/watch?v=_OENI3Lgyt
Die *Dungeons-&-Dragons*-Spielszene aus der beliebten Serie *Stranger Things* Staffel 4 Folge 1 kann als schülerorientierter Einstieg genutzt werden. Sie zeigt, wie die Gruppe der Jugendlichen aufgrund der Würfelwahrscheinlichkeit Risiken für den weiteren Spielverlauf abwägt.
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=N9LuqfFhmW8>
Offizieller deutscher Trailer zum Film „Dungeons and Dragons: Ehre unter Dieben“ (2023), welcher als weiterer popkultureller Verweis auf *Dungeons & Dragons* zur Schülerorientierung dienen kann.
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=FCySo0ioCZY>
Vom Kanal „Abenteurer Gilde“ wird hier kurz, übersichtlich und anschaulich erklärt, wie Würfel in dem Spiel *Dungeons & Dragons* eingesetzt werden. Auch Personen, die zuvor noch nie etwas mit *Dungeons & Dragons* zu tun hatten, bekommen so schnell ein grundlegendes Verständnis der Bedeutung der Würfel in diesem Spiel.
- ▶ <http://www.mathematische-basteleien.de/pentagondodekaeder.htm>
Das Dodekaeder, seine Eigenschaften und weitere Körper, die mit diesem im Zusammenhang stehen, werden auf dieser Seite dargestellt.

[letzter Abruf: 05.08.2022]

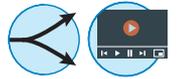
Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Bi = Bildimpuls; Tk = Tippkarte; Tx = Text

Planung für 2–3 Stunden

Einstieg

M 1 (Bi) *Dungeons & Dragons, Stranger Things, Big Bang Theory* und das entscheidende Würfelglück



Benötigt:

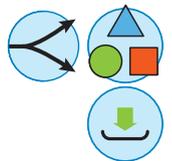
- Ggf. Computer/Beamer/Whiteboard für Videos
- OH-Projektor bzw. Dokumentenkamera/Beamer/Whiteboard
- Folienkopie bzw. digitale Fassung von **M 1**

Erarbeitung/Ergebnissicherung

M 2 (Ab, Tx) Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen

M 3a (Ab) Bastelvorlage Dodekaeder

M 3b (Ab) Bastelvorlage Dodekaeder



Benötigt:

- Ggf. Würfel (W4, W6, W8, W10, W12, W20, W100)
- Schere, Kleber, Papier
- Ggf. GeoGebra-Dateien und Handy/Computer/Notebook

Übung

M 4 (Ab) Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders

M 5 (Tk) Spickzettel



Benötigt:

- Ggf. Handy/Computer/Notebook
- Ggf. Würfel zur Anschauung
- Taschenrechner

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 23.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für eine Stunde mit den folgenden Materialien:



M 1 (Bi)

Dungeons & Dragons, Stranger Things, Big Bang Theory und das entscheidende Würfelglück

M 2 (Ab, Tx)

Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen

M 4 (Ab)

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders
gezielt ausgewählte Aufgaben/Aufgaben als Hausaufgabe



Benötigt:

- Ggf. Handy/Computer/Notebook/Beamer/Whiteboard für Videos und *LearningApps*
- OH-Projektor bzw. Dokumentenkamera/Beamer/Whiteboard
- Folienkopie bzw. digitale Fassung von **M 1**
- Ggf. Würfel zur Anschauung
- Taschenrechner

Erklärung zu den Symbolen

Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
Zusatzaufgaben	Alternative	<i>LearningApps</i>

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Stochastik: Wahrscheinlichkeit anhand des Dodekaeders

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



II.C.23

Stochastik

Wahrscheinlichkeit anhand des Dodekaeders –
Würfelglück in *Dungeons & Dragons* und Co.

Nach einer Idee von Gerdner Weber
Mit Illustrationen von Maria Hirsinger



Das in Figuren beibehalten und *Dungeons & Dragons* enthalten sich bei jeder dritten großen Würfeln. Als das Spiel für „D&D“ heißt es direkt pro Kultur die Verweise beizubehalten in den Seiten 204 der Regeln von der 4. Auflage. Dieser Artikel wird für den Kaufpreis von 10 Euro von einer beliebigen Bestellung, wobei die bei der Kaufpreis von 10 Euro nicht werden. Dieser Artikel wird nicht und ein möglicher Wert ist nur der jeweilige. Der Wert wird die Wahrscheinlichkeit für bestimmte Ereignisse nach *Dungeons & Dragons*. Dieser Artikel wird nicht dabei mit einem hohen Maß an Unterstützung und möglichen Aufgaben in Spielen mit Fokus auf den 12. Jahrgang, den Dodekaeder.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 9
Basis: 2
Inhalt: Mengenproben bei Ereignissen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit und Ereignisregeln, binomiales Experiment, Bernoulli-Wahrscheinlichkeit (Binomialverteilung), Mittelwert und Varianz (Gesetze der Wahrscheinlichkeit)