SCHOOL-SCOUT.DE

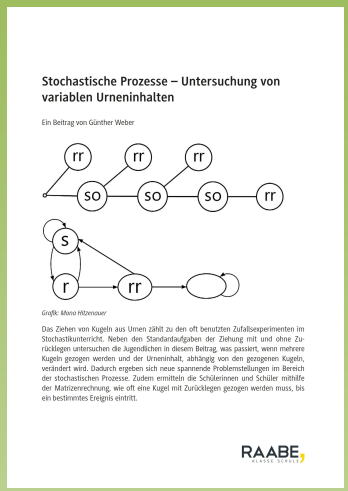
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Stochastische Prozesse

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Stochastische Prozesse – Untersuchung von variablen Urneninhalten

Ein Beitrag von Günther Weber

Grafik: Maria Hitzenauer

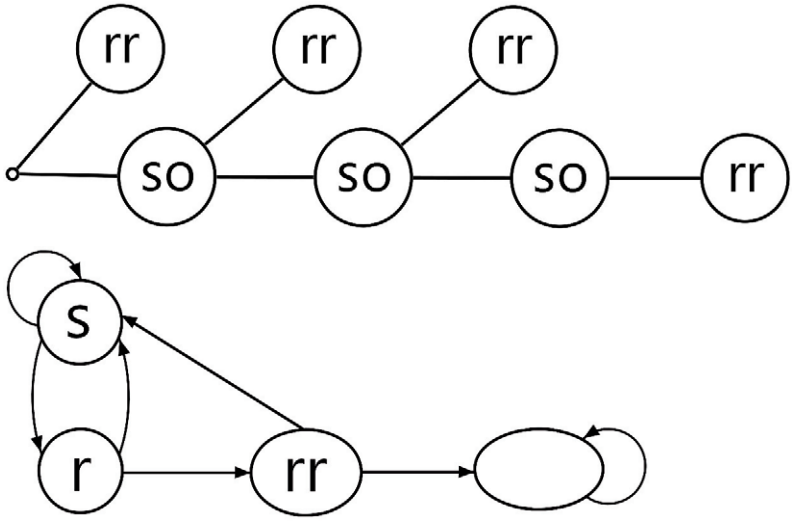
Das Ziehen von Kugeln aus Urnen zählt zu den oft benutzten Zufallsexperimenten im Stochastikunterricht. Neben den Standardaufgaben der Ziehung mit und ohne Zurücklegen untersuchen die Jugendlichen in diesem Beitrag, was passiert, wenn mehrere Kugeln gezogen werden und der Urneninhalt, abhängig von den gezogenen Kugeln, verändert wird. Dadurch ergeben sich neue spannende Problemstellungen im Bereich der stochastischen Prozesse. Zudem ermitteln die Schülerinnen und Schüler mithilfe der Matrizenrechnung, wie oft eine Kugel mit Zurücklegen gezogen werden muss, bis ein bestimmtes Ereignis eintritt.

RAABE, KLASSE SCHULE

© Copyright school-scout.de / e-learning-academy AG – Urheberrechtshinweis
Alle Inhalte dieser Material-Vorschau sind urheberrechtlich geschützt. Das Urheberrecht liegt, soweit nicht ausdrücklich anders gekennzeichnet, bei school-scout.de / e-learning-academy AG. Wer diese Vorschauseiten unerlaubt kopiert oder verbreitet, macht sich gem. §§ 106 ff UrhG strafbar.

Stochastische Prozesse – Untersuchung von variablen Urneninhalten

Ein Beitrag von Günther Weber



Grafik: Mona Hitzenauer

Das Ziehen von Kugeln aus Urnen zählt zu den oft benutzten Zufallsexperimenten im Stochastikunterricht. Neben den Standardaufgaben der Ziehung mit und ohne Zurücklegen untersuchen die Jugendlichen in diesem Beitrag, was passiert, wenn mehrere Kugeln gezogen werden und der Urneninhalt, abhängig von den gezogenen Kugeln, verändert wird. Dadurch ergeben sich neue spannende Problemstellungen im Bereich der stochastischen Prozesse. Zudem ermitteln die Schülerinnen und Schüler mithilfe der Matrizenrechnung, wie oft eine Kugel mit Zurücklegen gezogen werden muss, bis ein bestimmtes Ereignis eintritt.

RAABE, KLASSE SCHULE

Stochastische Prozesse – Untersuchung von variablen Urneninhalten

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber
Illustrationen von Mona Hitzenauer

Hinweise 1

M1 Aufgaben 3

Lösungen 7

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

beim Zufallsexperiment „Ziehen aus einer Urne“ mit und ohne Zurücklegen (bedingte) Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte mithilfe von Baumdiagrammen und Pfadregeln zu bestimmen. Werden die Baumdiagramme unübersichtlicher, so findet die Berechnung durch ein Übergangsdiagramm und eine Übergangsmatrix statt. Zudem untersuchen die Jugendlichen, was passiert, wenn die Anzahl der Kugeln in der Urne durch Zulegen weiterer Kugeln erhöht wird.

© RAABE 2022

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
Ab Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1	Ab

Kompetenzprofil:

Inhalt: Baumdiagramm, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung, Erwartungswert, faires Spiel, Übergangsdiagramm und -matrix, Monotonie, Simulation

Medien: GTR/CAS, Tabellenkalkulation

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

© RAABE 2022

Erklärung zu den Symbolen

einfaches Niveau | mittleres Niveau | schwieriges Niveau

Hinweise

Simulationen im Unterricht

Simulationen können Sie als Ersatz für ein reales Zufallsexperiment verwenden, das in der Schule gar nicht oder nur mit einem hohen Zeitaufwand durchführbar wäre. Mit Simulationen, z. B. mithilfe von Zufallszahlen in einem Tabellenkalkulationsprogramm, können Zufallsversuche hinreichend oft und unabhängig voneinander realisiert werden.

Vorteile einer Simulation sind:

- Es lassen sich auch Probleme lösen, deren vollständige Lösung im Unterricht ansonsten kaum möglich wäre.
- Es lassen sich Vermutungen und Hinweise aus theoretischen Ergebnissen gewinnen.
- Die Motivation wird gefördert. Dies gilt besonders, wenn die Jugendlichen Probleme bearbeiten, deren Lösung ungewiss oder überraschend ist.

Weitere Aussagen zu Simulationen im Stochastikunterricht findet man unter *https://madipedia.de/wiki/Simulationen_im_Stochastikunterricht*.

Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse kennt die Pfadregeln und die Lernenden können bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen. Ebenso können die Jugendlichen die Gleichung linearer Funktionen aufstellen.

Die Schülerinnen und Schüler kennen den Begriff der Zufallsvariable und können ihn bei einer Binomialverteilung anwenden. Sie sind bereits mit Übergangsdiagrammen in Berührung gekommen und können aus dem Übergangsdiagramm eine Übergangsmatrix aufstellen. Die Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor stellt für die Lernenden kein Problem dar. Im günstigen Fall sind ausreichende Kenntnisse eines Tabellenkalkulationsprogramms, hier *Excel*, vorhanden.

© RAABE 2022

Lehrplanbezug

In den Kernlernplänen des Landes NRW (*https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SII/m/KLP_GOSt_Mathematik.pdf*) sind im Inhaltsfeld Stochastik unter anderem folgende Kompetenzerwartungen aufgeführt:
Die Schülerinnen und Schüler…

- simulieren Zufallsexperimente,
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen,
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln,
- bestimmen den Erwartungswert von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen,
- verwenden Bernoulli-Ketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen,
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände).

Die Inhaltsfelder Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik sollen laut Kernlehrplan zudem nicht isoliert nebeneinander, sondern konzeptionell vernetzt, z. B. durch übergreifende Konzepte wie den funktionalen Zusammenhang, betrachtet werden. So werden im Beitrag mithilfe berechneter Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen Gleichungen aufgestellt und gelöst. Ebenso wird die Monotonie einer Funktion betrachtet, die die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses abhängig von einem Parameter untersucht.

© RAABE 2022

Hinweise zu den Aufgaben

Bei **Aufgabe 1g)** kann zur Veranschaulichung der Aufgabenstellungen ein Kartenspiel oder eine Tabellenkalkulation eingesetzt werden. Bei **Aufgabenteil 1g v)** kann als Differenzierung zusätzlich noch die Wahrscheinlichkeit zu den simulierten Ergebnissen bestimmt werden. Bei **Aufgabe 2** veranschaulichen Sie die einzelnen Aufgabenstellungen vor Beginn der Lösung mithilfe von 3 roten und 3 schwarzen Karten.

SCHOOL-SCOUT.DE

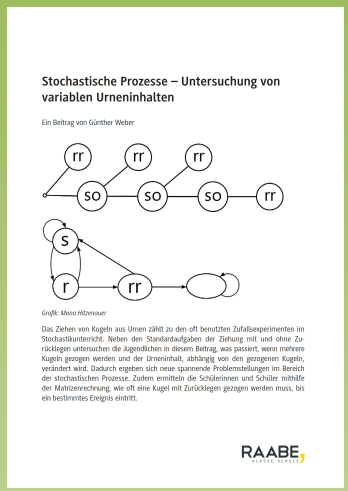
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Stochastische Prozesse

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Stochastische Prozesse – Untersuchung von variablen Urneninhalten

Ein Beitrag von Günther Weber

Grafik: Maria Hitzenauer

Das Ziehen von Kugeln aus Urnen zählt zu den oft benutzten Zufallsexperimenten im Stochastikunterricht. Neben den Standardaufgaben der Ziehung mit und ohne Zurücklegen untersuchen die Jugendlichen in diesem Beitrag, was passiert, wenn mehrere Kugeln gezogen werden und der Urneninhalt, abhängig von den gezogenen Kugeln, verändert wird. Dadurch ergeben sich neue spannende Problemstellungen im Bereich der stochastischen Prozesse. Zudem ermitteln die Schülerinnen und Schüler mithilfe der Matrizenrechnung, wie oft eine Kugel mit Zurücklegen gezogen werden muss, bis ein bestimmtes Ereignis eintritt.

RAABE, KLASSE SCHULE

© Copyright school-scout.de / e-learning-academy AG – Urheberrechtshinweis
Alle Inhalte dieser Material-Vorschau sind urheberrechtlich geschützt. Das Urheberrecht liegt, soweit nicht ausdrücklich anders gekennzeichnet, bei school-scout.de / e-learning-academy AG. Wer diese Vorschauseiten unerlaubt kopiert oder verbreitet, macht sich gem. §§ 106 ff UrhG strafbar.