

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Spielerische Untersuchung von Zufallsexperimenten*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](https://www.school-scout.de)



## Ergebnisse und Ereignisse – spielerische Untersuchung von Zufallsexperimenten

Ein Beitrag von Dr. Jürgen Franke



Foto: Dr. Jürgen Franke

Spielerisch lernen die Schülerinnen und Schüler in diesem Beitrag wichtige Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennen. Sie unterscheiden Laplace-Experimente von Nicht-Laplace-Experimenten und Häufigkeiten von Wahrscheinlichkeiten. Sie stellen mehrstufige Zufallsexperimente anhand von Baumdiagrammen dar und berechnen Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln. Die vorliegende Einheit sorgt durch den Einsatz von Einzel- und Gruppenspielen für eine Auflockerung des Themas und motiviert die Lernenden auf diese Weise zusätzlich. Abschließend bringen Sie den jugendlichen bedingte Wahrscheinlichkeiten in aktuellen und alltäglichen Beispielen näher.

RAABE  
LEHRMATERIALIEN

# Ergebnisse und Ereignisse – spielerische Untersuchung von Zufallsexperimenten

Ein Beitrag von Dr. Jürgen Franke



*Foto: Dr. Jürgen Franke*

Spielerisch lernen die Schülerinnen und Schüler in diesem Beitrag wichtige Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennen. Sie unterscheiden Laplace-Experimente von Nicht-Laplace-Experimenten und Häufigkeiten von Wahrscheinlichkeiten. Sie stellen mehrstufige Zufallsexperimente anhand von Baumdiagrammen dar und berechnen Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln. Die vorliegende Einheit sorgt durch den Einsatz von Einzel- und Gruppenspielen für eine Auflockerung des Themas und motiviert die Lernenden auf diese Weise zusätzlich. Abschließend bringen Sie den Jugendlichen bedingte Wahrscheinlichkeiten in aktuellen und alltäglichen Beispielen näher.

# Ergebnisse und Ereignisse – spielerische Untersuchung von Zufallsexperimenten

## Mittelstufe, Oberstufe

von Dr. Jürgen Franke

Illustrationen von Dr. Jürgen Franke

---

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M1 Würfelspiele</b>	<b>3</b>
<b>M2 Weitere Zufallsexperimente</b>	<b>10</b>
<b>M3 Mehrstufige Zufallsexperimente</b>	<b>17</b>
<b>M4 Bedingte Wahrscheinlichkeiten</b>	<b>20</b>
<b>Lösungen</b>	<b>27</b>

---

## Die Schülerinnen und Schüler lernen:

spielerisch, absolute und relative Häufigkeiten von Wahrscheinlichkeiten zu unterscheiden. Sie machen sich mit den Begriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Ereignis, Ergebnis, Gegenereignis, etc.) und Laplace-Experimenten vertraut. Sie untersuchen Wahrscheinlichkeiten mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen bedingte Wahrscheinlichkeiten im Kontext aktueller und alltäglicher Beispiele.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt    S Spiel    I Infomaterial

Thema	Material	Methode
Würfelspiele	M1	S, I, AB
Weitere Zufallsexperimente	M2	I, AB
Mehrstufige Zufallsexperimente	M3	I, S, AB
Bedinge Wahrscheinlichkeiten	M4	I, AB

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Zufallsexperimente, Spiele, Glücksspiele, Statistik, Ergebnismenge, Ereignismenge, Zufall, Ereignis, Gegenereignis, Laplace-Experiment

**Medien:** TR

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

## Erklärung zu den Symbolen

 einfaches Niveau	 mittleres Niveau	 schwieriges Niveau
 Alternative		

## Hinweise

Das Thema ist Bestandteil des Lehrplans in der gymnasialen Mittel- und Oberstufe. Einzelne Teile des Themas werden auch schon ab Klasse 6 oder 7 eingeführt.

### Fachlicher Hintergrund

Zufallsereignisse finden wir nicht nur bei Gesellschaftsspielen, die mit Würfeln, Karten, Glücksrädern usw. oft eine Glücksspielkomponente enthalten oder bei Lotterien, die meist hohe Gewinne rein zufällig auf wenige Mitspieler verteilen. Zudem sind Lotterien oder Casinospiele so geregelt, dass langfristig ein Gewinn bei der Bank bleibt, was aber nur dann ersichtlich wird, wenn man nicht nur die absoluten Gewinne, sondern auch die betrachtet. Gewinnwahrscheinlichkeiten

Der Zufall spielt auch eine wichtige Rolle bei Fertigungsprozessen, bei denen Abweichungen von vorgegebenen Maßen oder anderen Eigenschaften auftreten. Mittels statistischer Methoden kann man zumindest bei hohen Stückzahlen Vorhersagen über den Anteil der fehlerhaft gefertigten Bauteile machen.

Der Zufall spielt auch in der Natur eine nicht unwesentliche Rolle. Neben genetisch bestimmten Eigenschaften von Lebewesen gibt es auch zufällig verteilte. Die Körpergröße der Menschen beispielsweise verteilt sich zufällig in einem gewissen Bereich um einen Mittelwert herum. Mit statistischen Methoden bewertet man die gemessenen Daten und versucht daraus Vorhersagen und Handlungsempfehlungen abzuleiten. Welche Blutdruckwerte sind als normal zu betrachten, wieviel Studienplätze in Mathematik werden voraussichtlich benötigt, wie viele Tomaten soll ein Ladenbesitzer für den nächsten Tag vom Großmarkt holen oder was ist das durchschnittliche Einkommen in unserem Land und wie hoch müssen die Rentenbeiträge sein?

Statistik begegnet uns auch ständig in Form von Umfragen oder Angaben aus wissenschaftlichen Studien. Auch hierbei ist eine genaue Kenntnis dessen, was wirklich ausgesagt wird, sehr hilfreich. Nicht selten entpuppt sich eine sehr vertrauenswürdig wirkende Aussage bei genauerer Betrachtung dann als eher nichtzutreffend. Der Test z. B., der nahezu sicher eine Krankheit diagnostiziert, sagt unter Umständen nicht aus, dass die getestete Person wirklich krank ist.

Die Stochastik ist von dem, was man an Mathematik einsetzen muss, nicht sehr anspruchsvoll.

In vielen Fällen reichen die vier Grundrechenarten. Die Schwierigkeit besteht eher darin, die Fragestellungen in die richtigen Modelle zu übertragen, die zu betrachtenden Größen sorgfältig zu definieren und dann auch die berechneten Daten richtig zu interpretieren.

## Lernprozess und Ablauf

Der Einstieg erfolgt anhand der Erfahrungen mit zufälligen Ereignissen im Alltag. Mit gezielten Zufallsexperimenten bildet der Beitrag diese nach und macht sie so für eine Vorhersage mathematisch zugänglich. Es bietet sich an, mit einfachen Mitteln anschauliche Experimente durchzuführen, um auf diese Weise die Alltagserfahrungen auf statistische Modelle zu übertragen. Es werden daher immer wieder kleine Experimente oder Spiele beschrieben. Für diese sind Würfel, Spielchips, Karten, Münzen o. ä. in Klassenstärke notwendig.

### M1 Würfelspiele

Was verstehen wir unter Zufall? Kann man den Spielausgang vorhersagen?

Hier wiederholen die Lernenden spielerisch wichtige Begriffe aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Zufallsexperiment, Ergebnis- und Ereignismengen, Ereignisse und Gegenereignisse, sicheres und unmögliches Ereignis sowie Laplace-Experiment.

### M2 Weitere Zufallsexperimente

Anhand vielfältiger Zufallsexperimente wie dem Münzwurf, Kartenspielen und Glücksrädern lernen die Schülerinnen und Schüler, wie man ein Laplace-Experiment erkennt und überträgt. Zufallsexperimente auf Urnenmodelle. Des Weiteren beschäftigt sich dieses Material mit absoluten und relativen Häufigkeiten sowie mit (festgelegten) Wahrscheinlichkeiten von Nicht-Laplace-Experimenten.

### M3 Mehrstufige Zufallsexperimente

Hier untersuchen die Jugendlichen zusammengesetzte bzw. mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und berechnen deren Wahrscheinlichkeiten mit den Pfadregeln. Auch hier liegt der Fokus auf dem spielerischen Lernen.

### M4 Bedingte Wahrscheinlichkeiten

In diesem Material erkennen die Lernenden den Nutzen einer Vierfeldertafel, berechnen bedingte Wahrscheinlichkeiten von aktuellen und alltäglichen Beispielen und unterscheiden zwischen abhängigen und unabhängigen Ereignissen.

## Würfelspiele

M1

### Was verstehen wir unter Zufall? Kann man den Spielausgang vorhersagen?

Es gibt viele Vorgänge, die sich einer exakten Vorhersage entziehen. Wenn Sie einen Würfel werfen, können Sie berechnen, wie lange er braucht, um zu Boden zu fallen, aber Sie können nicht berechnen, auf welcher Augenzahl er liegen bleibt. Den Zufall gibt es auch bei Audioaufnahmen. Ein Mikrofon und der nachfolgend geschaltete Verstärker erzeugen immer einen kleinen Anteil eines zufälligen Signals, welches man als Rauschen bezeichnet, das dem eigentlichen Audiosignal überlagert ist. Wenn das Rauschen im Vergleich zum Signal zu groß ist, macht sich das beim Anhören störend bemerkbar.

Diese zufälligen Abweichungen sind nicht vorhersagbar. Sie treten zufällig auf. Was also ist Zufall und wie können wir damit umgehen?

### Spiel 1 für zwei Spielende (Wer kennt den nächsten Wurf?)

*Spielmaterial:* ein Würfel, Spielplan mit den Feldern 1 bis 6, Spielfiguren

Das wohl bekannteste und vermutlich von jedem am häufigsten ausgeführte Zufallsexperiment ist das Würfeln mit einem gewöhnlichen Spielwürfel (sechs gleiche Seiten, jede mit 1 bis 6 Punkten gekennzeichnet).

Versuchen Sie vorherzusagen, welche Augenzahl der Würfel beim nächsten Wurf zeigt. Dazu führen Sie während des Spiels eine Strichliste. Beide Spielenden stellen ihre Spielfigur auf eines der sechs Felder. Dann wird gewürfelt. Zeigt der Würfel die von Ihnen gewählte Zahl, machen Sie einen Strich in der Spalte „gewonnen“ ansonsten in der Spalte „verloren“. Spielen Sie mindestens 10 Runden. Stellen und halten Sie fest, wer öfter gewonnen hat.

<table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	Strichliste Person 1		Strichliste Person 2	
	1	2	3							
	4	5	6							
gewonnen	verloren	gewonnen	verloren							

Konnten Sie die Augenzahl bei einigen Spielrunden voraussagen oder haben Sie mehr Striche bei „verloren“ als bei „gewonnen“?



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus:

*Spielerische Untersuchung von Zufallsexperimenten*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



### Ergebnisse und Ereignisse – spielerische Untersuchung von Zufallsexperimenten

Ein Beitrag von Dr. Jürgen Franke



Foto: Dr. Jürgen Franke

Spielerisch lernen die Schülerinnen und Schüler in diesem Beitrag wichtige Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennen. Sie unterscheiden Laplace-Experimente von Nicht-Laplace-Experimenten und Häufigkeiten von Wahrscheinlichkeiten. Sie stellen mehrstufige Zufallsexperimente anhand von Baumdiagrammen dar und berechnen Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln. Die vorliegende Einheit sorgt durch einen Einsatz von Einzel- und Gruppenspielen für eine Auflockerung des Themas und motiviert die Lernenden auf diese Weise zusätzlich. Abschließend bringen Sie den jugendlichen bedingte Wahrscheinlichkeiten in aktuellen und alltäglichen Beispielen näher.

RAABE  
LEHRMATERIALIEN