



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus: *Terme und Gleichungen*

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Inhaltsverzeichnis

Methodisch-didaktische Hinweise	4
1. Stolpersteine.	4
2. Kompetenzerwartungen.	5
3. Anregung zum Einstieg in das Thema	5
4. Durch Kooperation Inklusion ermöglichen	6



Variablen und Terme

Variablen erkennen und beschreiben	8
Mit Variablen rechnen.	9
Terme erkennen und beschreiben	10
Terme ohne Variablen aufstellen	11
Terme mit Variablen aufstellen	12
Terme vergleichen	13
Terme aufstellen und berechnen	14
Lernzielkontrolle	15



Terme vereinfachen und auflösen

Terme zusammenfassen (1)	16
Terme zusammenfassen (2)	17
Terme mit Klammern auflösen und zusammenfassen (1)	18
Terme mit Klammern auflösen und zusammenfassen (2)	19
Terme mit Klammern auflösen und zusammenfassen (3)	20
Multiplizierte Klammern auflösen und zusammenfassen	21
Terme mit Klammern auflösen und zusammenfassen (4)	22
Dividierte Klammern auflösen und zusammenfassen	23
Vermischte Übungen	24
Lernzielkontrolle	25



Gleichungen lösen

Gleichungen erkennen und aufstellen	26
Gleichungen umstellen (1)	27
Gleichungen umstellen (2)	28
Gleichungen mit einer Variablen lösen	29
Gleichungen mit einer Klammer lösen.	30
Gleichungen mit mehreren Klammern lösen (1)	31
Gleichungen mit mehreren Klammern lösen (2)	32
Gleichungen aufstellen und lösen	33
Lernzielkontrolle	34



Besondere Gleichungen

Quadratische Gleichungen (1)	35
Quadratische Gleichungen (2)	36
Bruchgleichungen	37
Gleichungen mit Potenzen	38
Vermischte Übungen	39
Lernzielkontrolle	40



Gleichungssysteme

Gleichsetzungsverfahren (1)	41
Gleichsetzungsverfahren (2)	42
Einsetzungsverfahren (1)	43
Einsetzungsverfahren (2)	44
Additionsverfahren (1).	45
Additionsverfahren (2).	46
Additionsverfahren (3).	47
Vermischte Übungen (1).	48
Vermischte Übungen (2).	49
Lernzielkontrolle	50

Lösungen	51
---------------------------	----

1. Stolpersteine

Um mit Gleichungen gut arbeiten zu können, brauchen wir Terme und Variablen.

Terme sind Rechenausdrücke, mit denen man mathematische Sachverhalte mit Struktur auch mathematisch beschreiben kann. Verbindet man zwei Terme mit einem Gleichheitszeichen, hat man eine Gleichung.

Eine Variable ist ein Buchstabe, der für eine unbekannte Zahl steht oder für einen sich verändernde Zahl. Wichtig dabei ist, dass es in manchen Formeln Variablen gibt, die gar nicht so variabel sind. Zum Beispiel sind in $f(x) = m \cdot x + n$ die Buchstaben m und n feste Zahlen. Allein das x darf sich verändern und ist variabel.

Variablen weisen damit verschiedene Aspekte auf.

1. Den Gegenstandsaspekt: Das bedeutet, die Variable ist ein unbekannter Gegenstand, mit dem man rechnen kann.
2. Den Einsetzungsaspekt: Das bedeutet, die Variable ist ein Platzhalter, für die man eine bestimmte Zahlenmenge einsetzen kann.
3. Den Kalkülaspekt: Das bedeutet, dass man im Hinblick auf den Rechenaspekt nach bestimmten mathematischen Regeln mit einer Variablen, also dem Zeichen, rechnen kann.

Diese drei Aspekte können Schüler¹ im Umgang mit Variablen verunsichern. Schülern fällt es nicht immer leicht, zu unterscheiden, welcher Aspekt nun gefragt wird, weswegen Fehler unterlaufen können.

Für die Terme gelten die gleichen Aspekte:

1. Gegenstandsaspekt: Ein Term ist im Grunde nichts anderes als die Umschreibung eines bestimmten Gegenstandes, hier einer bestimmten Zahl.
2. Einsetzungsaspekt: Ein Term ist eine bestimmte Zahlenform.

3. Kalkülaspekt: Ein Term ist eine Rechenkette, die man nach mathematischen Regeln zusammenfassen kann oder mit ihr weiterrechnet.

Um Terme aufstellen oder lesen zu können, benötigen die Schüler ein bestimmtes Grundwissen an Fachtermini. Nur so können bestimmte Inhalte in Terme übersetzt werden. Oft besteht hier eine große Hürde. Beispielsweise fehlt oft nicht nur die Vorstellungskraft, wenn von einem Drittel einer Sache gesprochen wird, sondern die Schüler wissen schlichtweg nicht, wie man es mathematisch fassen kann.

Außerdem muss auch gewusst werden, dass ein Buchstabe, den man für eine Variable gewählt hat, innerhalb eines Terms und später innerhalb einer Gleichung für die gleiche Zahl steht. Diese kann man dann auch zusammenfassen durch Produkt- und Faktorenbildung. Verwirrend ist auch oft die Tatsache, dass das Malzeichen zwischen einer Variablenverbindung weggelassen wird und man trotzdem multiplizieren muss. Gleiches gilt für den Faktor 1 vor einer Variablen. Selbst wenn es sich um -1 handelt, bleibt nur das Minus stehen.

Für Gleichungen gelten die oben genannten Aspekte für Variablen und Terme ähnlich:

1. Gegenstandsaspekt: Eine Gleichung ist im Grunde nichts anderes als die mathematische Beschreibung einer Aussage.
2. Einsetzungsaspekt: Eine Gleichung ist eine bestimmte mathematische Aussageform.
3. Kalkülaspekt: Eine Gleichung ist eine Rechenkette, die man nach mathematischen Regeln zusammenfassen und auflösen kann.

Bei einfachen Gleichungen kann man recht schnell die Lösung feststellen, bei schwierigeren Gleichungen ist es ähnlich den Termen. Man muss zusammenfassen und ggf. Klammern auflösen. Hier liegen große Fehlerpotentiale.

¹ Wir sprechen hier wegen der besseren Lesbarkeit von Schülern bzw. Lehrern in der verallgemeinernden Form. Selbstverständlich sind auch alle Schülerinnen und Lehrerinnen gemeint.

Schnell hat man mal ein Vorzeichen übersehen oder es nur für die halbe Klammer angewandt. Genauso schnell wird ein a vergessen oder zu einem b verwandelt. Den Schülern muss nahegelegt werden, tatsächlich genau zu schauen und Schritt für Schritt zu arbeiten, bis sie eine gewisse Sicherheit erlangt haben.

Gerade bei Gleichungen muss man zwischen dem Einsetzen, Ersetzen und Umformen unterscheiden. Das Einsetzen bedeutet dabei, dass Zahlen für eine Variable eingesetzt werden. Das Ersetzen ist der Vorgang, wenn Terme für eine Variable ersetzt werden oder andersrum (zum Beispiel Einsetzungsverfahren bei Gleichungssystemen). Dies stellt schon eine höhere Schwierigkeit dar, als das bloße Einsetzen.

Das Umformen bezieht sich nun auf mathematische Regeln, nach denen eine Gleichung geschickt so umgestellt wird, dass man eine Lösung für die Variable erhält. Hier muss man drei Schritte beachten: ggf. Klammern auflösen, Ordnen der Reihenfolge und Zusammenfassen.

2. Kompetenzerwartungen

Die Kompetenzerwartungen gehen mit den einzelnen Kapiteln einher. Daher finden Sie zu den hier aufgezählten Kompetenzerwartungen die entsprechenden Arbeitsaufträge in dem vorliegenden Band. Zum Teil wurden die Kompetenzen zuvor näher erläutert.

- Variablen erkennen und beschreiben können
- Terme erkennen und beschreiben können
- Terme mit und ohne Variablen erkennen und aufstellen können
- Terme zusammenfassen können
- Klammern auflösen können
- Aussagen und Beschreibungen mathematisch formalisieren können
- Gleichungen umformen können
- Gleichungen von Ungleichungen unterscheiden können
- Gleichungen lösen können
- Terme und Variablen ersetzen können

3. Anregung zum Einstieg in das Thema

Schüler benötigen immer einen guten Lebensweltbezug. Der mediale Umgang kann deswegen gut als Einstieg genutzt werden. Hier kann man zum Beispiel den Telefonanschluss (den man zwingend für das Internet benötigt) oder den Handyvertrag heranziehen.

Beispiel 1: Franks Mama zahlt für ihren neuen DSL-Vertrag die ersten 12 Monate 9,99 € im Monat und ab dann 24,99 € im Monat. Ihr Vertrag läuft 24 Monate. Julias Papa bezahlt bei seinem Vertrag über 24 Monate jeweils 19,99 € im Monat. Welcher Vertrag ist günstiger?

$$12 \cdot 9,99 \text{ €} + 12 \cdot 24,99 \text{ €} = 119,88 \text{ €} + 299,88 \text{ €} = 419,76 \text{ €}$$

$$24 \cdot 19,99 \text{ €} = 479,76 \text{ €}$$

Antwort: Der Vertrag von Franks Mama ist günstiger.

Beispiel 2: Tina verschickt im Monat weniger als 50 SMS. Sie bezahlt 4,99 € Grundgebühr für ihren Vertrag und hat 50 Frei-SMS. Timo hat ein Prepaid-Handy. Er bezahlt pro SMS 0,19 €. Welche Variante ist günstiger?

Wenn Timo 50 SMS schreiben würde: $50 \cdot 0,19 \text{ €} = 9,50 \text{ €}$ würde er fast doppelt so viel zahlen wie Tina.

Oder: Ab wie vielen SMS lohnt sich der Vertrag? $4,99 \text{ €} : 0,19 \text{ €} = 26,26$, also ab der 27. SMS, solange ist Timos Vertrag günstiger. (Alternativ oder für später: Wann zahlen beide gleich viel? $4,99 \text{ €} = x \cdot 0,19 \text{ €}$)

An solchen anschaulichen Beispielen, die man als Frage mit in den Unterricht nehmen kann, können die Schüler nicht nur ihre Rechenfertigkeiten, sondern auch ihr Rechenverständnis und ihre mathematische Diskussionsfähigkeit einüben. Gleichzeitig schult es das Verständnis für Terme als Rechenausdruck. Das zweite Beispiel eignet sich auch, um Variablen und Gleichungen anzusprechen.

4. Durch Kooperation Inklusion ermöglichen

Im Sinne der Inklusion ist es wichtig, dass Sie neben individueller Förderung um kooperative Lernformen bemüht sind, um bestmögliche Lernergebnisse zu erzielen. Die nachfolgend aufgeführten Beispiele zeigen deutlich, dass hier nicht in Einzelarbeit strikt nach Leistungsstand gearbeitet wird, sondern die Schüler sich die einzelnen Themen als Klasse gemeinsam erarbeiten.

a) Lernpartner/Lerngruppen

In Lerngruppen arbeiten die Schüler zwar individuell, aber doch gemeinsam an einem Thema und nutzen dafür die Stärken und Vorteile einer Gruppe. Die Gruppen können entweder leistungsheterogen, oder weitestgehend leistungshomogen zusammengestellt sein. Bei leistungsheterogenen Gruppen sollten Sie unbedingt darauf achten, dass die Schüler untereinander klare Rollen haben – ein leistungsstarker Schüler unterstützt z. B. einen leistungsschwächeren Schüler, welcher wiederum einen ebenfalls leistungsschwächeren Schüler erläutert, was er soeben von seinem Mitschüler gelernt hat. In leistungshomogenen Gruppen kann das Gruppenwissen gefestigt und nachhaltig trainiert werden. Richten Sie die Gruppenzusammensetzungen also nach Ihren Unterrichts- und den individuellen Lernzielen der Schüler aus.

b) Selbstkontrolle/gegenseitige Kontrolle

Die eigenständige Kontrolle von Lernergebnissen fördert die Selbstständigkeit der Schüler. Lernschwächere Schüler trauen sich zudem mehr zu, da sie mögliche falsche Lösungen nicht der ganzen Klasse, sondern nur sich selbst preisgeben müssen und die richtige Lösung in individuellem Tempo nachvollziehen und ggf. nachrechnen können

c) Stationenlauf mit und ohne Partner

Bei dem Stationenlauf arbeiten die Schüler überwiegend selbstständig und eigenverantwortlich an Stationen. Selbstständig bzw. eigen-

verantwortlich bedeutet hier, dass der Lernende die Organisation seines Lernprozesses zunehmend eigenständiger mitgestaltet. Dies ist aber u.a. nur dann möglich, wenn Schüler wissen, wie sie sich Informationen beschaffen, diese aufbereiten und Arbeitsergebnisse selbstständig überprüfen können, d.h. wenn sie selbstständig arbeiten/lernen können. Zwar können die Schüler noch nicht das Thema mitbestimmen und -organisieren, aber die Reihenfolge, die Sozialform sowie die Arbeitsplatzgestaltung müssen sie selbst wählen. Es ist auch vorstellbar, dass die Schüler sich an einen großen Gruppentisch stellen und an diesem arbeiten sowie dort die Materialien lagern. Außerdem sind neben der Gruppen- ebenfalls die Partner- und Einzelarbeit möglich. Auch die Selbstkontrolle an einer Lösungsstation führt immer mehr zu einem eigenverantwortlichen und auch kooperativen Lernen. Wichtig bei dieser Arbeitsform ist es, vor allem für die Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf, die verschiedenen Aufgabenstationen gestalterisch voneinander abzugrenzen, sodass die Zuordnung erleichtert wird. Um für die Schüler eine Übersichtlichkeit bezogen auf bereits erledigte Aufgaben herzustellen, sollten sie einen Laufzettel erhalten. Ferner sollten bestimmte Regeln gelten, um erfolgreich an den Stationen zu lernen.

Beispiele:

1. Du schummelst nicht und schreibst nicht von anderen ab.
2. Lass dir bei den Aufgaben so viel Zeit, wie du brauchst.
3. Die Reihenfolge der bearbeiteten Aufgaben ist dir überlassen.
4. Überlege dir, ob du alleine, mit einem Partner oder in der Gruppe arbeiten möchtest.
5. Kontrolliere erledigte Aufgaben mithilfe der Lösungsstation.
6. Frage die Lehrkraft nur dann um Hilfe, wenn dir deine Mitschüler nicht helfen können.

Der Lehrer kann bei dieser Arbeitsform die meiste Zeit im Hintergrund verbringen, sollte jedoch für die Schüler jederzeit erreichbar sein, sodass diese so frei wie möglich arbeiten können und

Methodisch-didaktische Hinweise

die Möglichkeit haben, sich beim Lernen gegenseitig zu unterstützen bzw. zu helfen. Auch der Lehrkraft bietet die Stationenarbeit die Möglichkeit, gezielter zu helfen als bei einer Frontalsituation. Die Stationenarbeit erfordert auch von der Lehrkraft ein völlig anderes Verhalten. Sie muss anregen statt vorgeben sowie beraten statt bestimmen.

d) Wochenplanarbeit

Auch die Arbeit mit einem Wochenplan bietet sich im Rahmen des eigenverantwortlichen und kooperativen Lernens an. Dies ist ebenfalls eine Form der Freiarbeit, bei der der Lernende die Organisation seines Lernprozesses zunehmend eigenständiger mitgestaltet. Auch hier müssen

die Schüler wissen, wie sie sich Informationen beschaffen, diese aufbereiten und Arbeitsergebnisse selbstständig überprüfen können. Im Unterschied zur Stationenarbeit werden die Arbeitsaufträge nicht für alle Schüler ausgelegt, sondern jeder Schüler erhält einen individuellen Arbeitsplan bzw. eine Arbeitsmappe. Da sich die Aufgaben oft gleichen, können die Schüler hier auch wieder gemeinsam arbeiten und sich gegenseitig unterstützen. Letzteres ist auch immer dann möglich, wenn nicht die gleichen Aufgaben erarbeitet werden, denn hierfür ist die Form der Freiarbeit geradezu prädestiniert. Scheuen Sie sich nicht, neben den vorgestellten Beispielen weitere kooperative Lernformen einzusetzen.



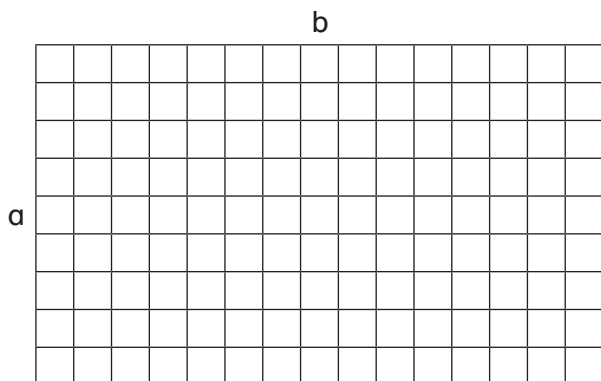
Variablen erkennen und beschreiben



Variablen sind Platzhalter für unbekannte Zahlen. Variablen werden mit Kleinbuchstaben beschrieben. Beispiele: $2 \cdot a$, $3 + b$, $x - 7$, $10 : y$ usw.

Variablen findet man meist in Formeln. Manchmal gibt es auch mehrere Variablen in einer Formel. Dann gibt es zwei unbekannte Zahlen.

① Erkläre die Formel für die Flächenberechnung eines Rechteckes: $A = a \cdot b$



Die Seite a ist _____ Kästchen lang.

Also ist $a =$ _____.

Die Seite b _____

Deshalb kann man rechnen:

$A =$ _____

Das Rechteck hat _____.

② Suche eine weitere Formel im Buch oder in deinem Heft und erkläre sie anhand einer Zeichnung.

③ Benenne die Zahlen, für die die Variablen stehen.

- a) Ein Meter hat x Zentimeter.
- b) Ein Jahr hat y Tage.
- c) Ein Kilogramm sind z Gramm.

④ Formuliere Aufgaben wie in Aufgabe 3. Schreibe die Lösung dazu.

a) _____

b) _____

c) _____

⑤ Setze für die Variablen die Zahlen 1 bis 7 ein und schreibe jeweils das Ergebnis auf.

	1	2	3	4	5	6	7
$x + 116$							
$35 - z$							
$420 : y$							
$3 \cdot c$							



① **Setze ein und berechne.**

	5	12	13	17	18	16	7
$7 + x - 3$							
$2 \cdot x - 7$							
$19 - x + 6$							
$9 \cdot x + 2$							
$216 - 2 \cdot x$							

② **Schreibe mit Variablen.**

Beispiel: Du hast doppelte so viele Sticker wie Hanna. $\rightarrow 2 \cdot x$

- a) Ingo fährt jeden Tag einige Kilometer zur Arbeit und zurück.
- b) Jan und Theo müssen gleich viele Aufgaben rechnen.
- c) Anja schießt einige Tore. Sina schießt 4 Tore weniger.
- d) Jana hat in der Arbeit 4 Punkte mehr als Ina.

③ **Tims Klasse fährt in den Zoo. Die Busfahrt kostet die Klasse insgesamt 60 €. Der Eintritt in den Zoo kostet 5 Euro pro Kind.**

- a) Schreibe mit einer Variablen, was der Eintritt kostet.
- b) Schreibe mit einer Variablen, was der Ausflug insgesamt kostet.
- c) Was kostet der Ausflug, wenn 15 (20, 25, 30, 35) Kinder mitfahren?

④ **Das Ergebnis folgender Aufgaben soll immer 24 ergeben. Finde die richtigen Zahlen für die Variablen.**

- a) $17 + c$
- b) $2 \cdot a$
- c) $37 - b$
- d) $48 : x$
- e) $96 : 2 - y$
- f) $2 \cdot 17 - z$

⑤ **Berechne die Aufgaben. Suche dir Zahlen für die Variablen aus.**

- a) $17 \cdot a$
- b) $d : 6$
- c) $f - 63$
- d) $50 : g + 1$
- e) $16 \cdot 2 + b$
- f) $2 \cdot 17 - e$
- g) $43 + l$
- h) $3 \cdot 9 + h$
- i) $100 - 30 : c$
- k) $o - 16$
- l) $m + 20 : 2$
- m) $k - 20 : 10$



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus: *Terme und Gleichungen*

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

