



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Fixpunkte einer Permutation

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Das Problem der vertauschten Briefe oder Fixpunkte einer Permutation

Alfred Müller, Coburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© andresr/E+/Getty Images Plus

Hektisch verteilt die Angestellte die Rechnungen in die voradressierten Umschläge. „Fertig“, denkt sie, verlässt zufrieden das Büro und wirft die Post direkt noch ein. Doch welche unliebsamen Überraschungen könnten auf sie zukommen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist jede Rechnung im richtigen Kuvert?

„Das Problem der vertauschten Briefe“ ist ein bekanntes Problem der Kombinatorik. Ihre Schülerinnen und Schüler lernen in diesem Beitrag Fixpunkte von Permutationen kennen und lösen dieses sowie ähnliche Probleme.

Das Problem der vertauschten Briefe oder Fixpunkte einer Permutation

Oberstufe (weiterführend)

Alfred Müller, Coburg

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Drei Briefe oder Fixpunkte einer Permutation für $n = 3$	1
Permutationen ohne Fixpunkte	5
Permutationen mit k Fixpunkten	10
Lösungen	14

Die Schüler lernen:

den Begriff Permutation genauer kennen und erarbeiten sich Fixpunkte von Permutationen anhand von zahlreichen lebensnahen Beispielen und Aufgaben.


Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Drei Briefe oder Fixpunkte einer Permutation für $n = 3$	M1	Ab
Permutationen ohne Fixpunkte	M2	Ab
Permutationen mit k Fixpunkten	M3	Ab

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

		
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Kompetenzprofil:

Inhalt: Summendarstellung, Permutationen, Fixpunkte von Permutationen, fixpunktfreie Permutationen, Permutationen mit k Fixpunkten

Medien: GTR

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

M 1 Drei Briefe oder Fixpunkte einer Permutation für $n = 3$

Von den Abzählvorgängen ist bekannt, dass jede Anordnung von n paarweise verschiedenen Elementen in einer bestimmten Reihenfolge *Permutation der Elemente ohne Wiederholung* heißt, wobei es $n!$ verschiedene solcher Permutationen gibt.

Zu jeder Anordnung mit drei unterschiedlichen Elementen gibt es $3! = 6$ Permutationen. Ordnet eine Permutation einem Element wieder genau das gleiche zu, dann heißt dieses Element ein **Fixpunkt** der Permutation.



Definition: M sei eine endliche Menge mit den Elementen m_n , $n \in \mathbb{N}$. Eine Permutation von M ist eine bijektive Abbildung $f: M \rightarrow M$. Gilt für ein Element $f(m_n) = m_n$, dann ist dies ein Fixpunkt der Permutation.

Beispiel:

Im folgenden Pfeildiagramm sehen Sie eine Permutation der Menge $M = \{1; 2; 3\}$:

Die Elemente „123“ werden zugeordnet und ergeben „321“.

Damit ist das Element 2 ein Fixpunkt der Permutation.

1 \mapsto 3
2 \mapsto 2
3 \mapsto 1

Gelöst werden soll jetzt folgende Fragestellung:

Frage:

Wie viele Fixpunkte besitzt eine Permutation mit drei Elementen?

Lösung:

Schreibt man die ursprüngliche und die neue Anordnung in zwei Zeilen untereinander, so kann man die Fixpunkte der Permutationen direkt ablesen. Diese Matrix-Schreibweise nennt man auch die Zweizeilenform:



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Fixpunkte einer Permutation

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

