SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Rechtwinklige Dreiecke im Alltag – der Satz des Pythagoras

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

© Copyright school-scout.de / e-learning-academy AG – Urheberrechtshinweis
Alle Inhalte dieser Material-Vorschau sind urheberrechtlich geschützt. Das Urheberrecht liegt, soweit nicht ausdrücklich anders gekennzeichnet, bei school-scout.de / e-learning-academy AG. Wer diese Vorschauseiten unerlaubt kopiert oder verbreitet, macht sich gem. §§ 106 ff UrhG strafbar.

Form und Raum

Rechtwinklige Dreiecke im Alltag – der Satz des Pythagoras

Nico Lorenz

Illustrationen von Wolfgang Zettlmeier

© Colourbox

© RAABE 2020

Dieser Beitrag soll den Schülerinnen und Schülern durch vielseitige Beispiele und einen hohen Anwendungsbezug den Zusammenhang zwischen der Mathematik und dem Alltag aufzeigen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	9/10
Dauer:	4–6 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Anwendungen des Satzes von Pythagoras an Bauwerken und im Heimwerkerbereich – modelliert durch quadratische, gerade Pyramiden und regelmäßige Tetraeder und Quader
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematisch kommunizieren (K6)
Ihr Plus:	Förderung der Allgemeinbildung: Behandlung bekannter Sehenswürdigkeiten, Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens, Lernerfolgskontrolle, GeoGebra-Dateien, Tipp-Karten

Didaktisch-methodisches Konzept

Generelle Vorbereitung

Lassen Sie die Schülerinnen und Schüler **Pappe**, **Schere** und einen **Klebstift** mitbringen. Teilen Sie sie in Gruppen von mindestens drei Schülern ein und lassen Sie in den Gruppen jeweils mindestens ein Exemplar der drei Körper zu den **Bastelvorlagen** (**M 2, Pyramide, Pyramidenstumpf und Tetraeder**) anfertigen. Gegebenenfalls können Sie das Anfertigen der Körper auch vorher als Hausaufgabe aufgeben. Bereiten Sie weiterhin einen Satz **Tippkarten** (**M 4**, **M 6** und **M 8**) vor, indem Sie diese laminieren und auf dem Pult auslegen. Das Material **M 1** können Sie auf Folie kopieren oder mit einer Dokumentenkamera auf die Wand projezieren.

Inhaltliche Vorbereitungen für die Bearbeitung der Aufgaben:

1. Dreiecke im Raum

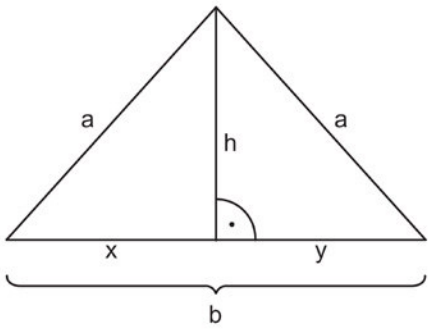
Lassen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler, bevor Sie mit der Bearbeitung der eigentlichen Aufgaben beginnen, **rechtwinklige Dreiecke** in der quadratischen, geraden Pyramide suchen (weiterhin in den zuvor eingeteilten Kleingruppen). Nach kurzer Bearbeitungszeit werden die Ergebnisse zusammengetragen. Benutzen Sie zur Veranschaulichung zusätzlich die **Folienvorlage** (**M 1**), um bereits auf die erste Aufgabe von Material **M 3** hinzuführen. Verdecken Sie dabei das Bild des Tetraeders, um mathematische Erkenntnisse nicht vorwegzunehmen und die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler auf die aktuelle Situation zu fokussieren. Falls Sie das Gefühl haben, dass sich einige Schülerinnen und Schüler mit der **räumlichen Anschauung** schwer tun und genügend Zeit haben, wiederholen Sie diesen Schritt, d. h. das Suchen der rechtwinkligen Dreiecke, auch für das regelmäßige Tetraeder und den quadratischen, geraden Pyramidenstumpf.

© RAABE 2020

2. Gleichschenklige Dreiecke

Viele Aufgaben beziehen sich auf gleichschenklige Dreiecke. Machen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler eingangs darauf aufmerksam, dass in diesem Fall **Mittelsenkrechte** und **Höhe** übereinstimmen. Wiederholen Sie ggf. diese Begriffe.

In leistungsstärkeren Gruppen kann der Beweis dieser Tatsache mithilfe des Satzes von Pythagoras interaktiv durchgeführt werden: Man teilt das Dreieck durch die Höhe in zwei Teildreiecke auf, wendet den Satz von Pythagoras auf die beiden Teildreiecke an und erhält durch Umstellen die Erkenntnis, dass die Höhe die entsprechende Seite genau in der Mitte teilt, da die beiden Teilstrecken gleichlang sind.



Nach Pythagoras:

$$a^2 = h^2 + x^2 \quad \text{und} \quad a^2 = h^2 + y^2$$

$$\text{Gleichsetzen} \Rightarrow \quad h^2 + x^2 = h^2 + y^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = y^2$$

$$\text{Alles} > 0 \;\Rightarrow x = y$$

$$\text{Wegen } x + y = b \Rightarrow x = y = \frac{b}{2}$$

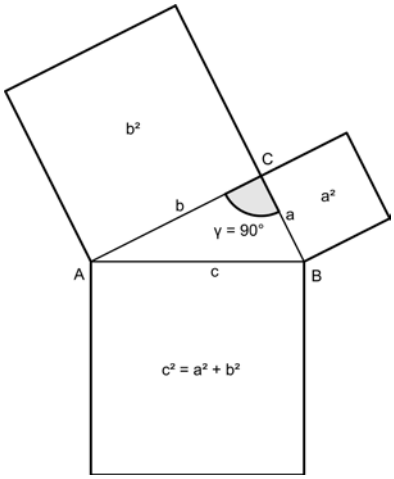
Ablauf

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt je nach verfügbarer Zeit in Gruppen- oder Einzelarbeit. Manche Aufgaben können zusätzlich als **Hausaufgabe** verwendet werden.

Bei anderen bietet sich eine Aufteilung der Schülerinnen und Schüler entsprechend den verschiedenen Lösungswegen an. Dies ist insbesondere bei **M 7**, **Aufgabe 1** und **M 9**, **Aufgabe 5** der Fall.

Eine solche Aufteilung liefert zusätzlich die Möglichkeit, verschiedene Lösungswege miteinander zu vergleichen und deren Vor- und Nachteile abzuwägen.

Grundsätzlich lohnt sich Gruppenarbeit, um die Interaktion der Schülerinnen und Schüler sowie die Selbstständigkeit zu fördern. Weiterhin haben Sie so (und auch durch die Tipp-Karten) die Möglichkeit, unterschiedlich starke Schülerinnen und Schüler adäquat zu fördern, wodurch eine **Binnendifferenzierung** möglich ist.



Satz des Pythagoras

Vorkenntnisse

- Satz des Pythagoras und dessen Anwendung
  Im rechtwinkligen Dreieck haben die beiden Quadrate über den Katheten zusammen den gleichen Flächeninhalt wie das Quadrat über der Hypotenuse.
  $a^2 + b^2 = c^2$
- Gleichschenkliges Trapez und die Formel für dessen Flächeninhalt

$$m = \frac{1}{2}(a+c);\ A = m \cdot h$$

- Höhen im Dreieck und die Formel für den Flächeninhalt eines allgemeinen Dreiecks

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schülerinnen und Schüler

Die Schülerinnen und Schüler…

- argumentieren mathematisch (**K1**), indem sie geometrische Probleme an rechtwinkligen Dreiecken mit dem Satz des Pythagoras lösen.
- lösen Probleme mathematisch (**K2**), indem sie geeignete Strategien anwenden, um Probleme zu lösen.
- modellieren mathematisch (**K3**), indem sie eine lebensweltliche Situation in mathematische Fachbegriffe und Strukturen übersetzen und anschließend interpretieren.
- kommunizieren mathematisch (**K6**), indem sie ihre Lösungen und Herleitungen erläutern und begründen.

© RAABE 2020

Auf einen Blick

Gl = Grundlagen, Lek = Lernerfolgskontrolle, Üb = Übung, Te = Themeneinstieg

1. Stunde

Thema: **Satz des Pythagoras an quadratische Pyramiden und Quadern**

M 1	(Te)	Glaspyramide und Tetraeder – zwei imposante Bauwerke
M 2	(Gl)	Bastelvorlagen – Pyramide, Pyramidenstumpf, Tetraeder
M 3	(Üb)	Sehenswürdigkeiten aus aller Welt
M 4	(Gl)	Tipp-Karten zu M 3

Benötigt:
- ☐ OH-Projektor oder Dokumentenkamera
- ☐ Pappe
- ☐ Schere
- ☐ Klebestift

2. Stunde

Thema: **Satz des Pythagoras an quadratische Pyramiden und Tetraeder**

M 5	(Üb)	Aus der Umgebung
M 6	(Gl)	Tipp-Karten zu M 5

3. Stunde

Thema: **Modellierung durch das gleichschenklige Trapez**

M 7	(Üb)	Rund ums Haus
M 8	(Gl)	Tipp-Karten zu M 7 und M 9

4. Stunde

Thema: **Modellierung durch Rechteck, Dreieck und Quader**

M 9	(Üb)	Heimwerker aufgepasst!

5. Stunde

Thema: **Gemischte Aufgaben**

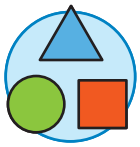
M 10	(Lek)	Lernerfolgskontrolle – Teste dein Wissen!

© RAABE 2020

Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Die Materialen und sogar die Aufgaben innerhalb eines Materials sind **unabhängig voneinander**, sodass Sie eine beliebige Auswahl treffen können. Jede Auswahl von zwei Materialen aus **M 3** – **M 9** bietet eine vielseitige Behandlung des Themas in einem Umfang von ca. zwei Unterrichtsstunden.
Die Materialen **M 3** und **M 5** sind dabei etwas schwieriger, da sich die Aufgaben hier vermehrt auf **dreidimensionale Strukturen** beziehen. Bei einer gewünschten Teilauswahl des Stoffs sollte dies berücksichtigt werden, um einerseits eine große Vielseitigkeit in den Aufgaben gewährleisten und andererseits den Schwierigkeitsgrad an die Klasse anpassen zu können.
Der Beitrag wird durch eine **Lernerfolgskontrolle** (**M 10**) abgerundet, die als Hausaufgabe bearbeitet werden kann.

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

	Dieses Symbol markiert Tipps.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 19.

© RAABE 2020

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Rechtwinklige Dreiecke im Alltag – der Satz des Pythagoras

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

© Copyright school-scout.de / e-learning-academy AG – Urheberrechtshinweis
Alle Inhalte dieser Material-Vorschau sind urheberrechtlich geschützt. Das Urheberrecht liegt, soweit nicht ausdrücklich anders gekennzeichnet, bei school-scout.de / e-learning-academy AG. Wer diese Vorschauseiten unerlaubt kopiert oder verbreitet, macht sich gem. §§ 106 ff UrhG strafbar.